

**II ENCONTRO  
NACIONAL DE  
FÍSICA DE  
PARTÍCULAS  
E CAMPOS**

**CAMBUQUIRA SET 80**

**SOCIEDADE BRASILEIRA DE FÍSICA**

## I N D I C E

I. Apresentação.....	01
II. Documento encaminhado a SBF.....	02
III. Conferência em Homenagem ao Prof. Jayme Tiomno por ocasião de seu 60º aniversário (A. Luciano L. Videira).....	04
IV. Comunicações	
1. "Cromodinâmica Quântica e Liberdade Assintótica" J. Frenkel..	22
2. "Grand Unified Theories", Ronald C. Shellard, Gil da Costa Marques.....	37
3. "Conferência apresentada em Cambuquira 1980 relatando os trabalhos do Grupo Teórico de Mecânica Estatística e Teorias de Campos da IFQSC-USP e UFSCAR", R. Köberle.....	60
4. "Alguns Resultados em Modelos Bi-Dimensionais", Marcelo O.C. Gomes.....	83
5. "Modelo Hidrodinâmico" e "Missing-Mass Clusters", Y. Hama....	92
6. "High Energy Collisions and the Proton Structure: An Ambiguity", R.M. França.....	104
7. "Será o Potencial Confinante Independente dos Sabores dos Quarks?", H.F. de Carvalho e A.B. d'Oliveira.....	116
8. "Cópulas Elétricas Não-Abelianas", Carlos A. Romero Filho.....	123

## APRESENTAÇÃO

O II Encontro Nacional de Física de Partículas e Campos foi realizado em Cambuquira, Minas Gerais, de 19 a 22 de setembro de 1980.

O formato deste II Encontro diferiu do seu precedente. Várias comunicações foram apresentadas sob a forma de painéis e foi estimulado o agrupamento de contribuições advindas de participantes de uma mesma unidade trabalhando em linhas de pesquisa afins. Foram realizadas 6 sessões de revisões, 21 comunicações breves e uma sessão de painéis.

Foram, além disso, realizadas duas sessões noturnas. A primeira dedicada a homenagear o Prof. Jaime Tiomno por ocasião de seu 60º aniversário. A segunda sessão foi dedicada a uma avaliação crítica do encontro e eleição de uma Comissão Organizadora para o III Encontro, além da redação de um documento a ser encaminhado à SBF...

Esta publicação contém a versão de parte das contribuições apresentadas, além da saudação do Prof. Luciano Videira ao Prof. Jaime Tiomno.

Em nome dos participantes, a Comissão Organizadora agradece o apoio financeiro do CNPq, da FAPESP, da Sociedade Brasileira de Física e do Instituto de Física da Universidade de São Paulo, sem o qual o Encontro não teria sido possível. Agradecemos também o empenho e eficiência de Alvaro Roberto Souza Moraes, Conceição Aparecida Vedovello e Sidnei Souza Moraes, da Secretaria da Sociedade Brasileira de Física, que patrocinou o Encontro.

### A Comissão Organizadora

Alberto F. de Sá Santoro (CBPF), Gil da Costa Marques (IFUSP), Jorge André Swieca (IF-UFSC/Carlos), José Fernando Perez (IFUSP), Nicim Zagury (PUC/RJ), Ronald C. Shellard (IFT), Luiz Pinguelli Rosa (UFRJ).

Senhor Presidente:

Os participantes do II Encontro Nacional de Física de Partículas e Teoria de Campos, realizado em Cambuquira de 19 a 22 de setembro de 1980, deliberaram por unanimidade solicitar à Sociedade Brasileira de Física e à Sociedade Brasileira para o Progresso da Ciência que transmitam ao Exmo. Sr. Presidente da República e ao Exmo. Sr. Ministro do Planejamento suas preocupações com respeito à atual situação dos pesquisadores recém-formados ou em estágio de formação. A forma mais eficaz de encaminhamento e de eventual divulgação fica a critério das Sociedades.

O III PBDCT, há pouco aprovado pela Presidência da República, mantém como meta altamente prioritária do governo federal a formação de recursos humanos na área de pesquisa científica e tecnológica, dada sua importância primordial no processo de desenvolvimento e no fortalecimento da autonomia de nosso país.

Em conformidade com essa diretriz, a Secretaria de Planejamento manifestou recentemente sua intenção de reforçar as dotações orçamentárias das entidades executoras e financiadoras da área científica e tecnológica, bem como de incentivar a formação de recursos humanos nessa área.

Entretanto, outras medidas que vêm sendo adotadas pelo governo estão basicamente em conflito com as metas anunciadas e ameaçam torná-las inviáveis. A restrição a novas contratações, adotada no plano federal pelo prazo de dezoito meses, traduz esse conflito no que concerne às universidades e instituições de pesquisa federais. Medidas análogas já estão em vigor nas principais universidades estaduais. Universidades e instituições particulares onde se realizam pesquisas encontram-se na mesma situação, em virtude de restrições nas verbas disponíveis, oriundas quase exclusivamente de convênios com órgãos financiadores federais.

Essas restrições atingem um número significativo de mestres e doutores já formados no País e no Exterior, bem como de mestrandos e doutorandos, cuja formação representa um investimento ponderável de recursos governamentais, feito em consonância com os PBDCT anteriores.

A manutenção das circunstâncias atuais representaria um desperdício do investimento já efetuado, impedindo o aproveitamento desse pessoal especializado e o atendimento das necessidades nacionais. Além dessas consequências imediatas, ela se refletiria a médio e longo pra-

zo-nua forte desestímulo ao engajamento dos jovens na pesquisa. Já se pode notar, na atual geração de estudantes universitários na área de ciências exatas, uma atitude de descrença na continuidade dos programas de fomento que vêm sendo implementadas até aqui.

A interrupção desses programas, mesmo por períodos curtos, desencadela assim uma crise de confiança que tem efeitos irreversíveis, estimulando a evasão de cérebros, seja para o exterior, seja para setores menos prioritários, mas que oferecem melhores possibilidades profissionais.

A fim de que possam ser implementadas as metas prioritárias da política governamental na área de ciência e tecnologia, propomos que sejam tomadas, em caráter de urgência, as seguintes medidas:

1. Enquadrar a contratação de mestres e doutores pelas universidades e instituições de pesquisa federais entre os casos excepcionais previstos como sendo de interesse nacional, isentando-os das atuais restrições.

2. Manter a continuidade do programa de formação e aproveitamento de recursos humanos na área da pesquisa científica e tecnológica, através do fornecimento às instituições públicas e particulares engajadas nesse programa dos recursos necessários para este fim.

Cambuquira, 22 de setembro de 1980.

Pela comissão de redação (Jorge André Suieca; Jayme Tionno, Zilêi Dutra Thomé Filho, Ignácio Alfonso de Oediaga e Nickman; Herch Moysés Mussenzveig).

---

H.M.Mussenzveig

Exmo.Sr.  
Prof.Dr.José Goldemberg  
Presidente da SBPC

Exmo.Sr.  
Prof.Dr.Mario Schenberg  
Presidente da SBF

CONFERÊNCIA PROFERIDA NO IIº ENCONTRO NACIONAL DE PARTÍCULAS E  
TEORIA DE CAMPOS - Cambuquira, set. 1980 A. Luciano L. Videira

"Gênio é trabalho, é amor ao trabalho"

Jayme Ticmno

Há alguns anos atrás - corria então o ano de 1918 - reunia-se em Berlim a Academia de Ciências para comemorar, também, o sexagésimo aniversário de um dos seus mais ilustres membros: Max Karl Ernst Ludwig Planck. Foi convidado para saudá-lo um outro acadêmico, embora bem mais moço, e a quem Planck fora um dos primeiros, se não o primeiro dos físicos estabelecidos, a reconhecer o valor. Permitam-me, pois, que eu, que aliás, nem sou acadêmico, comece citando o orador daquela data. Disse ele:

"Eu acredito, como Schopenhauer, que um dos mais fortes motivos que conduzem os homens às Artes e às Ciências é a tentativa de escapar do dia-a-dia com a sua árdua crueza e desesperançada monotonia; é a tentativa de escapar das peias dos seus desejos cambiantes. Uma natureza de boa têmpera almeja escapar da sua vida pessoal para o mundo de percepção objetiva e do pensamento; (...)

A esse motivo negativo, junta-se um positivo. O Homem tenta erigir para si próprio, e do modo que mais lhe convém, um quadro simplificado e inteligível do mundo; ele tenta, pois, até certo ponto, substituir este seu cosmo pelo mundo da Experiência e, desse modo, conquistá-lo. Isso é o que fazem, cada um à sua maneira, o pintor, o poeta, o filósofo especulativo e o cientista da Natureza. Cada um, faz deste mundo e da sua construção, o fulcro da sua vida emocional, de modo a assim encontrar a paz e a segurança que ele não pode encontrar dentro do demasiadamente estreito domínio do torvelinho da experiência pessoal ..."

E continuou Albert Einstein, o orador daquela ocasião:

"A suprema tarefa do físico é alcançar aquelas leis uni

versais, a partir das quais se pode construir o cosmo por meio de dedução pura. Não há um caminho lógico para essas leis; apenas a intuição, baseada na compreensão, pode a elas conduzir ...

O anseio de observar a harmonia cósmica é a fonte da paciência e perseverança inexauríveis, com os quais Plank - e estou certo de que todos aqui concordam em que apenas substitua, nas palavras de Einstein, o nome de Max Planck pelo de Jayme Tiomno - com os quais - repito, Tiomno se tem devotado ... aos mais gerais problemas da nossa Ciência... O estado de espírito que permite a um homem produzir trabalho deste gênero é semelhante ao do crente ou do amante; o esforço diário não provém de qualquer intenção ou programa deliberados, mas, diretamente, do coração."

Estas últimas palavras de Einstein, comparando o estado de espírito de um homem dedicado à Ciência com a devoção do crente ou do amante, traduzem apenas uma única e mesma coisa: a dedicação global, o empenho integral de um ser irremediavelmente apaixonado, seja pela idéia da pessoa amada, seja pelo conceito do seu Deus, seja pela busca constante, ininterrupta, de explicações para os fenômenos da Natureza.

Eu, esta noite, comecei citando Einstein, a propósito das comemorações pelo sexagésimo aniversário de Planck. Gostaria, agora, de, num certo modo, inverter a situação e prosseguir mencionando algumas palavras de Tiomno, quando das celebrações pelo centenário do nascimento de Einstein.

A 14 de março de 1979, dizia Tiomno, num dos auditórios da Universidade de São Paulo, a respeito do estudante Einstein:

"Outro aspecto, é o de, como estudante, recusar-se, frequentemente, a realizar tarefas didáticas, chegando a ser reprovado, inclusive, no vestibular para a Politécnica de Zurich; (eu, aqui, interpolarei que os resultados obtidos por Einstein, nesse Vestibular de 1895, para o Instituto Federal de Tecnologia de Zurique, a "Poly", em Física e em Matemática foram excelentes, tendo ele sido reprovado em línguas e em Botânica; tinha, ele, então,

apenas 16 anos) "além disso" - continuava Tiomno - "não causou grande impressão na maioria dos professores dessa Escola, a ponto de não ter sido contratado como Assistente ao formar-se (...)" "Os que interpretam essa atitude como justificando uma posição muito em voga, hoje, de educadores improvisados, que afirmam que os trabalhos didáticos e, até mesmo os professores, são desnecessários, esquecem-se que Einstein não era um estudante médio - era Einstein! Além disso, como ele próprio gostava de contar, ele fazia sozinho um grande número de exercícios, muito mais avançados que os dados pelos professores e que iam até à Física Moderna de então, que ainda não havia penetrado nas escolas secundárias e mesmo em muitas universidades. Mesmo depois de famoso, gostava de aproveitar algumas horas vagas refazendo, sem consulta de livros, demonstrações de teoremas e resultados que já conhecia bem, como um atleta que se exercita para manter-se em forma. Ciência se aprende fazendo Ciência! Lembrem-se disso os candidatos a "cientista de ouvido."

Se me permiti uma tão longa citação de Tiomno é porque, para quem o conhece - e há cá, esta noite, muitos que têm a obrigação de o conhecer bem - para quem o conhece, ele está aqui exposto quase que de corpo inteiro, na sua insistência obstinada, irreductível, de que "Ciência se aprende fazendo Ciência!" Essa, de fato, para mim, uma das características mais marcantes, mais decisivas, mais definitivas na personalidade de Tiomno, seja como pesquisador, seja como professor, seja como orientador. Ciência se aprende fazendo e, portanto, é preciso, é fundamental, é imperioso, começar-se a aprender e a fazer, logo nos bancos da Escola. Daí, a necessidade, sentida por ele, e por Elisa Frota Pessoa, já em começos da década de cinquenta, de tentar modificar, em profundidade, os cursos de Física da Faculdade Nacional de Filosofia da antiga Universidade do Brasil, no Rio de Janeiro.

É claro que Elisa e Tiomno não conseguiram atingir todos os cursos na reforma que encetaram, mas, sobretudo nos de Física Geral e Experimental (sob a direção de Elisa) e nos de Eletromagnetismo (sob a responsabilidade de Tiomno), um dos enfoques básicos passou a ser, de imediato, o estudante ter que resolver, ele pró-



prio, o maior número possível de exercícios e problemas, para que, como um jovem atleta, testasse as suas forças e as suas habilidades; para que aprendesse a disciplinar-se; para que pudesse começar a medir a sua firmeza de propósitos em tentar seguir essa árdua carreira de obstáculos em que verdadeiramente consiste um vida dedicada à Ciência e ao Ensino, em qualquer parte do mundo e, muito especialmente, aqui nesta nossa sofrida América Austral.

E esse enfoque provou ser decisivo. Operou-se uma alteração profunda: dos textos "avançados", de autores europeus, que o estudante, com laivos de pretensa e enganadora erudição, mal digeriria, passou-se aos textos "elementares", de autores americanos, onde a ênfase era posta no trabalho individual, na exaustiva seqüência de exercícios, para que, de imediato, se começasse a aprender a fazer Ciência.

Mencionei a década de cinqüenta e a F.N.Fi., mas poucos anos mais tarde, vamos encontrá-los aos dois - Elisa e Tiomno - entre vários outros, tentando implantar esse espírito na, então, novíssima Universidade de Brasília. E, quando lá não foi mais possível continuar, tentar, com renovado ânimo, no Instituto de Física da USP, embora por pouco mais de um ano, já que, latu sensu, continuaram a predominar, em escala nacional, as condições de contorno específicas do período.

Bem antiga, pois, é a profunda preocupação de Tiomno com as coisas do ensino da Física em nosso país. Já em janeiro de 1962, numa conferência proferida na 18a. Reunião Anual da "American Conference of Academic Deans" em Cleveland, Ohio, ao apontar algumas das causas que, a seu ver, contribuíam para a deficiência do treinamento universitário, insistia Tiomno na sua tese central: "A falta de equipamento e de suficiente pessoal auxiliar reduzem em muito o número de horas passadas no laboratório. Iseo, se elas não faltarem de todo, já que os professores não acham que elas sejam importantes. Na realidade, esta última situação está relacionada ao sistema formal de ensino, difundido pela maior parte da América Latina.

As atividades em classe restringem-se, usualmente, ao treino dos estudantes na reprodução da informação contida nas aulas ou nos livros textos, sem maior elaboração. Desse modo, em cursos científicos, os estudantes, freqüentemente, não aprendem a manipular o equipamento experimental ou a usar a teoria, a fim de resolver problemas de um tipo que não tenha sido dado explicitamente em classe. (...) O mesmo tipo de distorção, com conseqüências até piores, é encontrado no ensino da escola secundária."

Mais adiante, continuava: "Em anos recentes, tive início uma reação contra esse sistema de ensino, particularmente pelas pessoas que têm alguma experiência de Pesquisa. Nós temos procurado enfatizar que é melhor reduzir a extensão dos cursos e empregar mais tempo em exercícios e em treinamento de laboratório. O sucesso desta experiência demonstra que, em vez de "baixar o nível dos cursos", como somos acusados, estamos, na realidade, melhorando o treino dos estudantes.

"Este exemplo da diferença de atitude entre professores que fazem trabalho de Pesquisa e aqueles que tiveram apenas um treinamento enciclopédico, reforça a opinião universalmente aceita de que o ensino universitário, pelo menos em assuntos científicos, deve estar ligado ao trabalho de Pesquisa. Eu estou convencido de que a melhor maneira de melhorar o ensino universitário em meu país consiste em treinar mais gente em trabalho de Pesquisa e em expandir o equipamento de Pesquisa nas universidades e nas instituições científicas."

Apesar dessa sua análise sombria, continuava ele, cheio de esperanças:

"Uma notável exceção (e aqui um parêntese; como o seu discurso foi apresentado em inglês, a expressão empregada por ele foi a de "striking exception", que pode igualmente bem, ou, no caso, até mais adequadamente, ser traduzida por surpreendente exceção; fecho o parêntese) parece ser constituída pela recém-criada Universidade de Brasília, que será organizada em moldes modernos dentro dos próximos quatro anos." E, já nessa época, previa Tionno que "todavia, em todas as outras grandes Universi-

dades, devido a intensas pressões sociais (...) grandes transformações ocorrerão certamente nos próximos anos." Como de fato, inclusivamente na tal notável ou surpreendente exceção.

Mas ainda gostaria de lhes mencionar outras palavras de Tiomno, cinco anos anteriores às que acabei de ler-lhes. São palavras dele em 1957, ao agradecer a outorga do Prêmio Moinho Santista:

"Essa será, certamente, uma tarefa ingente, tendo em vista as sérias deficiências das nossas Universidades, na maioria das quais o espírito científico e a pesquisa ainda não penetraram, em que predomina o espírito ilustrativo e enciclopédico e em que o preparo que se dá ao futuro profissional pouco tem a ver com (a) sua futura atividade específica."

Essa autêntica revolução nos métodos de ensino - ou, mais ampla e profundamente - no posicionamento frente a toda a atividade científico-acadêmica, na sua concepção e nos seus objetivos, talvez não possa, ainda hoje, ser adequadamente percebida e avaliada. E muito menos ainda pelos estudantes atuais, que já encontraram implantada e largamente difundida essa filosofia por praticamente todas as Escolas Superiores do país. Mas nós, da geração da década de cinquenta, temos bem presente de que foram Tiomno e Elisa, operando como um iso-dubleto harmonioso, que a introduziram e a desenvolveram.

Espero que os futuros e eventuais historiadores da Física em nosso país se detenham sobre essa decisiva transição introduzida nos bancos da extinta Faculdade Nacional de Filosofia e que lhes atribuam o devido realce e a devida importância de que nós - que fomos os seus alvos e que somos, hoje, seus continuadores - representamos, em certa medida, os seus resultados.

Ao entrar-se em contato com Jayme Tiomno sente-se imediatamente e inequivocamente a sua dedicação e o seu entusiasmo à sua carreira. Carreira essa, é bem verdade, que resolveu abraçar depois de um início em que os seus interesses poderiam fazer prever que, caso ele viesse, efetivamente, a dedicar-se a uma vida de Ensino e Pesquisa, essas atividades viriam a ser desenvolvidas nas áreas biológicas.

O seu gosto por Ciência remonta, pelo menos, à época em que frequentava o Ginásio Mineiro de Muzambinho. Ali, nessa cidade do triângulo mineiro, e logo no início da década de trinta, já se ministravam aulas práticas de laboratório, envolvendo dissecação de animais e experiências de Física mais avançadas do que as realizadas, por essa época, no colégio padrão Pedro II.

A sua primeira opção de carreira, ainda em Minas, foi a Medicina, dado o seu gosto profundo por História Natural. Contudo, como já houvesse na família um irmão destinado à Medicina, introduziram-se certas pressões para que ele não escolhesse, também, essa área. Decidiu-se, então, pela Engenharia, já que, obviamente, não sabia, sequer, da possibilidade - aliás, praticamente inexistente - de fazer Física. Não percebemos de vista que estamos falando do período entre 1931 e 1933, embora, possivelmente, para a maioria dos que aqui me ouvem, seja, talvez, muito difícil imaginar o Brasil de meio século atrás.

Com a transferência da família para o Rio - cidade essa onde, aliás, Maurício e Annita Tiomno tinham ganho mais esse filho a 16 de abril de 1920 - matricula-se no Pedro II, onde achou francos os cursos de Física e Matemática, enquanto que o professor de História Natural era altamente estimulante. Esses dois fatores conjugados - fraqueza nas ciências exatas e estímulo nas biológicas - se, por um lado, fizeram-no desistir de Engenharia, por outro, voltaram a encaminhá-lo para a sua primeira escolha: a Medicina.

Vamos, pois, encontrá-lo, em 1938, prestando exame vestibular para a Faculdade Nacional de Medicina no Rio, onde viria a permanecer pelos três próximos anos. Observe-se que a ele, desde logo, não lhe ocorreu dedicar-se à Clínica, mas à Pesquisa, tendo pensado em entrar para Manguinhos. Contudo, justamente nessa ocasião, em que ele cursava o primeiro ano de Medicina, não houve o curso naquele Instituto.

E agora vem uma coincidência curiosa, para nós que aqui estamos reunidos nesta estância hidromineral, festejando os 60 anos

de Jayme Tionno. Com efeito, foi não muito longe daqui, também numa estância hidromineral mineira, que se deu o fato decisivo que orientou, em definitivo, a vida do nosso homenageado. Ao final do primeiro ano de Medicina, e enquanto se encontrava em férias de verão aqui perto, em S.Lourenço, o irmão inscreveu-o no curso de Biologia da extinta Universidade do Distrito Federal. Tionno, que já havia feito um curso de Física Biológica com Carlos Chagas Filho, voltou, nessa altura, a interessar-se por Física, de modo que, no seu regresso das férias, resolveu inscrever-se, não em Biologia (para onde, aliás, não teria que prestar outro exame vestibular), mas em Física, submetendo-se na U.D.F. (que ficava no Largo do Machado) a um exame de Matemática, para o qual só dispôs de dez dias para preparar-se. Por sorte sua, na banca encontrava-se Lélcio Gama, professor de Matemática da U.D.F. o qual, ao perceber que o ponto sorteado não era sabido pelo candidato, perguntou-lhe o que havia estudado, só lhe exigindo essa parte. Sorte igual não tiveram os candidatos do ano seguinte (1940), já que o vestibular, que assinalou a criação da Faculdade Nacional de Filosofia, foi, ao que consta, preparado por um professor de Matemática da Escola de Engenharia, o qual seria contra a fundação da dita FNF e que, por essa razão, teria elaborado uma prova para não passar ninguém. Aliás, esse indivíduo quase que conseguiu o seu intento, pois, para o curso de Física, o único candidato a ser aprovado foi justamente Elísa Frota Pessoa.

Como aluno da nóbil Faculdade de Filosofia, a maior influência a que Tionno foi submetido parece ter sido, indubitavelmente, a do professor italiano Luigi Sobrero, que arribara a estas praias (consideravelmente mais limpas, na época) no meio de uma leva importada por Capanema, ministro da Educação de Vargas. De fato, foi apenas no terceiro ano da Faculdade, e ao entrar em contato com Sobrero, que, ao que se consta, lhe ocorreu pela primeira vez, a possibilidade de chegar a ser físico e não, apenas, professor de Física do Secundário.

Quando da entrada do Brasil na guerra, em 42, Tio<sup>no</sup> é convocado e passa quatro anos fardado. Isso, contudo, pouco lhe va<sup>leu</sup>, já que, até hoje, não está claramente definida qual a sua patente militar. Aliás, a rigor, não tem nenhuma.

Apesar das ingentes responsabilidades bélicas, que recaíram sobre os seus ombros (imaginem, apenas, que o nosso homenageado era um dos encarregados do delicado e vital controle do nosso espaço aéreo, tarefa desempenhada num casarão da rua Barão de Mesquita - não fosse a Luftwaffe, que não conseguira atravessar o Canal da Mancha, lembrar-se de atravessar o Atlântico Sul e vir bombardear... o Pão de Açúcar) - apesar disso, dizia eu - ele não precisou afastar-se das lides acadêmicas e nelas pode se coupar durante toda a guerra.

Ao bacharelar-se em 41, Jayne Tio<sup>no</sup> foi convidado para Assistente de Física Experimental por Joaquim Costa Ribeiro, tendo, assim, durante a sua vida militar, tido oportunidade de colaborar na tese de cátedra deste último, a qual versava sobre o famoso efeito termo-dielétrico. Nesse trabalho, também participou Elisa, a qual, por sua vez, entrou para Assistente da mesma cadeira em 1943.

São dessa época (1942) os seus primeiros trabalhos, publicados na revista da Faculdade de Filosofia: "Sobre o teorema da unicidade da distribuição de cargos em condutores", "Sobre um problema da teoria da Elasticidade", "Sobre um analisador harmônico mecânico".

No primeiro curso de que foi individualmente responsável, resolveu-se ele a dar a teoria matemática do Calor, introduzindo, para isso, nesse curso de primeiro ano, equações diferenciais. A reação dos seus alunos deve ter sido tal que faz lembrar umas palavras de Murphy Goldberger, da Universidade de Princeton, enunciadas em 1969, num artigo de revisão, escrito para comemorar os quinze anos da teoria das dispersões. Incidentalmente, nesse trabalho, e onde se fala, por mais de uma vez, num tal de Sam MacDowell, só se faz referência a onze artigos, sendo que o segundo mencionado é um de Schutzer e Tio<sup>no</sup> - importante marco no desenvolvimento da teoria. A certa altura, e a propósito dos trabalhos de S.Mandelstam, diz Goldberger: "Eu nunca compreendi uma palavra, sequer, do que

Stanley diz, qualquer que seja o assunto. Ele está quase sempre certo, possui um conhecimento, uma intuição e um poderio matemático fantásticos, mas, para mim, ele está longe de ser lúcido na apresentação da sua sabedoria".

Observem os meus pacientes ouvintes desta noite que eu estou me referindo a uma eventual e espúria reação estudantil ao primeiro dos cursos ministrados por Jayme Tiomno.

Foi após essa experiência, contudo, que ele voltou a lembrar-se da sua crença, desde os seus tempos de ginásiano, de que era estritamente necessário "manipular" e talvez mesmo se possa encontrar aí o gérmen da reforma didática a ser instaurada por Elisa e por ele na década seguinte.

No artigo de Schutzer e Tiomno mencionado por Goldberger, eles (tal como van Kampen) interessavam-se pelas restrições impostas às amplitudes de espalhamento das ondas parciais, pela aplicação da condição de causalidade de que a onda espalhada não deveria surgir antes que houvesse transcorrido o tempo apropriado após a onda inicial ter incidido sobre um centro espalhador de tamanho finito.

Estamos em 1946, e o nosso jovem obtém uma bolsa, oferecida por Mario Schemberg, para ir estudar em São Paulo, tendo aí, a rigor, iniciado os seus estudos em Física "moderna", já que, até então, a sua formação se restringia à Física "clássica".

Tem início, então, propriamente, a longa e ziguezagueante peregrinação que o tem levado a tantas Instituições desta nossa terra, que já teve palmeiras e onde já cantou o sabiá.

Volta ao Rio em 47, mas, nesse mesmo ano, retorna a São Paulo, sendo aí nomeado Assistente da Cadeira de Física Teórica e Física Matemática da Faculdade de Filosofia, Ciências e Letras da Universidade de São Paulo, sob a direção de Gleb Wataghin. Faz com Schemberg uma teoria da gravitação no contexto da Teoria da Relatividade Restrita, onde calcularam a deflexão da luz num campo gravitacional, a qual resultava cerca de 30% diferente do valor da

Teoria da Relatividade Geral. Esse trabalho não chegou a ser publicado, pois, na época, a *Physical Review* não aceitava qualquer coisa que não fosse Relatividade Einsteiniana.

No ano seguinte (48), obtém uma bolsa do United States Office of Education e segue para Princeton, para trabalhar sob a orientação de John Wheeler, a princípio, ainda em Relatividade. É com este que se inicia, propriamente, na Física das Partículas, publicando em colaboração com ele uma série de trabalhos sobre o múon. Poucos meses após Tiomno chegar a Princeton, Wheeler fez um seminário onde apresentou um trabalho seu com resultado negativo. Consistia ele de um modelo para a captura do  $\mu$ , onde se tentava obter a interação do decaimento do  $\mu$  como devida a um par intermediário  $NN$ , que se aniquilava produzindo betas. O resultado dava inteiramente errado:  $10^{10}$  vezes maior do que o valor experimental. Wheeler pediu, então, a Tiomno que verificasse uns cálculos cinemáticos: a contribuição do espaço de fases na desintegração do  $\mu^+$  em pósitron mais neutrino e mais alguma coisa ( $\mu^0$ ). Tiomno, que desde São Paulo, pensara na possibilidade do  $\mu$  ter spin  $1/2$  e, mais ainda, de constituir um dubleto, imaginou a possibilidade de utilizar uma interação tipo-Fermi tanto para o decaimento como para a captura do  $\mu$ . Nesse trabalho, introduzia-se a possibilidade da existência de dois neutrinos diferentes. É a idéia da Interação Universal de Fermi para as interações fracas, embora com conservação de paridade; é a idéia do triângulo de Tiomno, Wheeler e Puppi. É, indubitavelmente, e com a visão de 30 anos transcorridos, uma de suas idéias mais definitivas.

Numa carta a Abrão de Moraes, quando da ocasião do Prêmio Moinho Santista em 57, Wheeler dizia que nunca havia trabalhado tanto quanto no seu tempo de colaboração com Tiomno.

Wheeler viaja para a Europa e Tiomno começa com David Bohm um trabalho que consistia na tentativa de formular a equação de Dirac com invariância conforme, mas isso não "engrenou".



Inicia, então, a sua tese de doutoramento com Eugene Wigner, sobre "Teorias do neutrino e a dupla desintegração beta", obtendo o grau em 1950. A propósito, gostaria de contar-lhes uma anedota que ouvi em conversa recente com Tiomno, e que bem reflete alguns traços marcantes da figura Wigneriana, para quem o coheça pessoalmente. Tendo-lhe ir pedir assunto de tese, Wigner pergunta-lhe:

- "Já viu este artigo? Aquele outro? Você conhece o trabalho de Majorana?"

E o nosso herói, com a segurança dos fortes, ou melhor, com a intrepidez daqueles que desconhecem a maneira de ser de Wigner, responde: - "Eu já li todos os trabalhos de Majorana, publicados sobre o neutrino".

- "Ah! Ótimo!" - responde Wigner - "Porque você agora po derá explicar-me umas certas coisas que eu nunca entendi. Dado que na teoria de Majorana só existem dois neutrinos e, na teoria de Dirac, existem quatro, o calor específico do vácuo de Dirac é maior do que o calor específico do vácuo de Majorana?"

E ainda uma outra pergunta que o jovem estudante não soube responder.

- "Ah, bom! Vejo que você também não compreendeu a teoria de Majorana e que esse estudo pode ser um bom começo de tese".

Uma das finalidades dessa tese era a de fazer uma classificação de todas as teorias de projeção, como a de Majorana. Entre as possibilidades, havia a de tomar-se  $1 + \gamma_5$ , a qual, contudo, como se afirma na tese, seria insatisfatória, já que conduz à violação da paridade. Ao contar isto a Yang, ouviu deste a seguinte resposta: - "Então, eu tive sorte de me haver formado com Fermi, pois es te não acreditava em que o Princípio da Conservação de P era um dos Princípios fundamentais da Natureza."

Ainda a propósito, Tiomno participou da Conferência de Seattle de 1956, em que Lee e Yang anunciaram o trabalho que viria a render-lhes o Nobel. Tiomno menciona a Salam a teoria  $1 + \gamma_5$  e volta ao Rio, onde, com Erasmo Ferreira, começa a trabalhar no assunto. Logo, contudo, surgem os artigos de Lee e Yang e de Salam.

No verão de 49, Tio~~mo~~ e Ruderman são os únicos não doutores presentes no curso de Ann Harbor e cuja "pièce de resistance" consistiu na primeira apresentação da teoria de Feynman.

Com Yang, publica em 1950 um trabalho sobre propriedades de reflexão de campos espinoriais. Yang, aliás, vem ao Rio, em 1960, participar da 1a. Escola Latinoamericana de Física, ainda fresquinho do Nobel de 1957.

Na Conferência de Rochester desse ano de 1957, Tio~~mo~~ propõe a supersimetria global  $O_7$ , e quando da passagem de Yang pelo Rio em 60, este propõe-lhe tentarem encontrar um subgrupo de  $O_7$  que fosse satisfatório, já que esse grupo contém, por assim dizer, simetria demais, dando lugar a processos proibidos, a leis de conservação não observadas. Tentaram os dois durante apenas um mês, até Yang retornar aos EUA. Salam, que quando da sua ida à Argentina, manifestara-se encantado com  $O_7$ , deu esse grupo para Ne'eman estudar. Este passa de  $O_7$  para  $O_8$  - que possui simetria maior, ainda - mas, que tem uma invejável vantagem: tem  $SU_3$  como subgrupo.

Ainda a propósito de Yang, anos mais tarde, mais precisamente a 5 de junho de 1969, Yang enviaria o seguinte telegrama ao general-presidente Costa e Silva:

"Permita-me que eu, respeitosamente, apele a V.Exa. no sentido de reverter a aposentadoria forçada dos Professores José Leite Lopes e Jayme Tio~~mo~~. Os Professores Tio~~mo~~ e Lopes são eminentes físicos teóricos de renome internacional da Pesquisa brasileira em Física, e representaram o Brasil com devoção e patriotismo em reuniões internacionais. A aposentadoria compulsória destes dois professores significará, provavelmente, o fim da pesquisa em Física Teórica no Brasil e a extinção das aspirações de milhares de jovens estudantes brasileiros".

Durante a sua permanência em Princeton, interage, ainda, particularmente, com Abraham Pais, com Andrew Wightman, com Robert Oppenheimer, com Chen Yang. Conhece Einstein, pessoalmente, chegando, certa ocasião, a ter uma entrevista com o velhote de Mercer Street que, ao que se diz, detestava jogos de azar e, em particular, os jogos de dados.

Por todas as instituições científicas americanas por onde eu passei, na primeira metade da década de 60, pude sentir, nitidamente, o respeito e o apreço devotados à pessoa e à obra de Jayme Tiomno. Isso, obviamente, calou no espírito do jovem estudante que eu era, egresso do frágil mundo acadêmico-científico de uma frágil América Latina. Com que então, aqueles homens, aqueles luminares, aqueles "donos" da Ciência forte e poderosa dos grandes centros norte-americanos não apenas sabiam quem era Tiomno, mas conheciam-lhe a obra, respeitavam-na, citavam-na, haviam, até, trabalhado e publicado em conjunto!

Uma vez findo o doutoramento, põe-se em toda a força o dilema: permanecer no Primeiro Mundo, o que lhe permitiria aproveitar o momento propício em que se encontrava a fenomenologia das Partículas Elementares ou voltar para o longínquo Terceiro Mundo; esse Terceiro Mundo onde a Ciência e a Pesquisa mal engatinhavam, aos tropeços e trambulhões, e onde, como ele próprio 12 anos mais tarde viria a afirmar: "O controle das universidades ainda permanece nas mãos de grupos e das Escolas mais antigas, que, em geral, mal aceitam a presença da Pesquisa na Universidade".

Tiomno decide voltar e essa decisão terá conseqüências tão fundas no desenvolvimento da Física brasileira quanto a vinda no pré-guerra, dos pesquisadores europeus - Gleb Wataghin à frente - para São Paulo. A sua ação desenvolver-se-á em dois palcos, ou talvez eu devesse dizer em duas frentes, frentes de batalha, mesmo: em Pesquisa, no recém-criado Centro Brasileiro de Pesquisas Físicas; em Ensino, no curso de Física da Faculdade Nacional de Filosofia.

Não poderemos, aqui e hoje, continuar a acompanhar a vida do nosso homenageado com o mesmo pormenor com que o fizemos até agora. Sobretudo, porquê, terminado o período, por assim dizer, protohistórico da sua carreira, tem início, realmente, a fase obviamente mais relevante, mais densa, mais longa e que se estende pelos últimos 30 anos. Por outro lado, é também o período melhor conhecido pelos seus amigos, pelos seus colegas, pelos seus discípulos. Sendo assim, limitar-me-ei a bosquejar, em saltos rápidos, alguns

pontos que me parecem merecer especial relevo.

Em 1957, recebe o primeiro Prêmio Moinho Santista a ser outorgado, o qual, além de um diploma e de uma medalha de ouro, consistia da, na época, substancial importância de um milhão de cruzeiros. Nessa ocasião, quando da cerimônia da entrega do Prêmio, foram apontadas as suas "características principais como cientista":

1. Distinguir claramente o que está provado e o que é hipótese;
2. Analisar pormenorizadamente as conseqüências de cada hipótese admitida, exaurindo as possibilidades;
3. Procurar, sempre, apoio dos dados experimentais para as teorias que desenvolve;
4. Analisar racionalmente os resultados experimentais;
5. Procurar discutir seus trabalhos com outrem, pela qual são muitos os seus trabalhos em colaboração;
6. Ter absoluta integridade científica;
7. Ter grande energia e entusiasmo para o trabalho científico.

Esta última característica de grande energia e entusiasmo para as coisas concernentes à sua ciência constitui, inequivocamente, uma das mais incisivas na personalidade de Tiomno e manifesta-se em todas as múltiplas direções e quadrantes das suas atividades científicas. Poderia citar-lhes muitos exemplos dessa energia e desse entusiasmo, mas deixem-me que lhes relate um episódio, aparentemente menor, mas que, a meu ver, diz bem da dedicação e da seriedade com que ele encara o seu trabalho e as suas obrigações. Bastante impressão me faz surpreender, certa tarde, numa sala do então Departamento de Física da USP, o recém-empossado catedrático de Física Superior, cercado por algumas pessoas, a contar, diligentemente, o número de tacos existentes na dita sala, a fim de calcular-lhe a área e saber, se lá poderia enfiar mais uma ou duas carteiras de estudante. E notem que se gastou um largo tempo nisso.

Mas, seja no número de cadeiras que podem caber numa sala, seja na colaboração da implantação de uma universidade inteiramente nova - como foi o caso da Universidade de Brasília, onde foi o primeiro Coordenador do Instituto Central de Física, em 1965 - a energia e o entusiasmo são sempre os mesmos, isto é, totais!

A Comissão do Prêmio Moinho Santista ressalta, também, entre outras características, a de "ter absoluta integridade científica". Esse, também, sem dúvida, outro marco basilar, pelo qual Tiomno, não apenas pauta a sua conduta profissional, como também o exige dos outros. De fato, todos nós estamos cômicos de como, no mundo das idéias, se encontram comumente perdidas em sombras vagas, entre fronteiras mal definidas, seja a propriedade, seja a prioridade dessas mesmas idéias. Quantas vezes se deixa de agradecer a sugestão encaminhadora, a ajuda, por vezes definitiva; quantas vezes, até, não surgem apropriações indevidas!

Ainda outra característica mencionada é a de "discutir seus trabalhos com outrem, pela qual são muitos os seus trabalhos em colaboração". É, de fato, ilustre e extensa a lista, que conta com mais de trinta colaboradores, entre os quais mencionarei: Walter Schutzer, Gabriel Fialho, José Leite Lopes, Leopoldo Nachbin, John Wheeler, Chen Yang, David Bohm, Samuel Mac Dowell, Abdus Salam, S.Kamefuchi, Colber de Oliveira, Nicim Zagury, Juan José Giambiagi e Carlos Bollini - colaboração esta que se estende já por mais de um quarto de século (o primeiro trabalho com Giambiagi é de 1954), e que cobre desde a Fenomenologia das Partículas Elementares, à Teoria da Relatividade Geral, às teorias de gauge, etc. Poder-se-iam mencionar, ainda, os nomes de Joaquim Costa Ribeiro, de Mario Schemberg, de Eugene Wigner, de Erasmo Ferreira, etc.

Deste segundo período da carreira de Jayme Tiomno, comeci mencionando o Prêmio de 1957; mas é claro que nem só de prêmios se faz a vida de um cientista, sobretudo, cá por estas latitudes tropicais, de modo que cumpre-nos mencionar, embora de relance, alguns outros eventos.

Do CBPF, participou desde a sua fundação, em 49, até se ausentar, em 65, para o magnífico sonho-aventura de Brasília. Daí, do planalto central, volta ao Centro, de onde sai, outra vez, agora para São Paulo, onde, em fins de 67, conquista, em concurso, a cátedra de Física Superior da Faculdade de Filosofia, Ciências e Letras da USP. Daí, já em comços de 69, volta ao Rio.

Fechadas, sucessivamente, as portas em Brasília, em São Paulo, no Rio de Janeiro, a Tiomno, praticamente, só lhe resta a única alternativa a que sempre se esquivara: a de emigrar; a de encaminhar os seus esforços pelos caminhos mais desimpedidos, mais seguros, mais livres da Ciência do mundo avançado. Foi o que, aliás, quase todos, nas suas circunstâncias, tiveram que fazer. E ele acaba, digamos assim, por render-se: volta para Princeton, onde é recebido por Dyson, por Goldgerger, por Wheeler. Passa lá um ano e meio, entre a Universidade e o Instituto, e desenvolve uma atividade quase que extraordinária para um homem que vira, sucessivamente, desfazerem-se os seus projetos, as suas esperanças, os seus sonhos nos três maiores centros de decisão em seu país: Rio, Brasília, São Paulo. Publica, em rápida sucessão, uma dúzia de artigos sobre a Física dos Buracos Negros.

Mas a rendição fora por prazo determinado. Ao cabo de um ano e meio, volta com Elisa para o Brasil e é no Rio, na sua Pontifícia Universidade Católica, que vai encontrar, em 73, acolhimento, entre antigos discípulos e colaboradores, alguns dos quais estão aqui conosco esta noite: Jorge André Swieca, Nicim Zagury, Erasmo Ferreira, entre vários outros.

E é lá, no Departamento de Física da PUC do Rio, que passa estes últimos anos, obviamente com periódicas e regulares viagens à sua casa em Arraial do Cabo.

Até que, com os sopros que pairam sobre esta larga terra nestes últimos tempos - e que, com o abrandamento de certas situações, têm trazido em seu bojo, juntamente, as nuvens negras de desesperada violência - até que, repito - pode ele voltar com Leite Lopes e Elisa Frota Pessoa ao Centro da Praia Vermelha.

Mas fazem-se horas e já pressinto - e quase que ouço - os inevitáveis bocejos mentais do meu paciente auditório. Urge, pois, que termine. E vou fazê-lo enunciando algumas palavras de Edwin Hubble, um dos grandes da Astronomia da primeira metade deste século (e citadas por Allan Sandage, um dos maiores astrônomos de agora). Disse Hubble, nesse que foi o seu último trabalho:

"Pois posso acabar como comecei. De nossa casa, aqui na Terra, olhamos para as distâncias e empenhamo-nos em imaginar o tipo de mundo em que nascemos. Hoje, alcançamos muito longe no espaço. A nossa vizinhança imediata nós a conhecemos bastante intimamente. Mas, à medida que aumenta a distância, o nosso conhecimento se esbota... até que, no último e obscuro horizonte, procuramos entre sombras de erros de observações por balizas pouco mais substanciais.

A busca continuará. O anseio é mais velho do que a História, ele não está satisfeito e não será suprimido".

Todos os que aqui estamos reunidos bem compreendemos, ou melhor - e mais profundamente - bem sentimos essas palavras de Hubble, pois estou seguro da nossa sintonia com Einstein, quando este afirmava que "A mais bela experiência que podemos sofrer é a do misterioso.. É essa a emoção fundamental que se situa no berço da verdadeira Arte e da verdadeira Ciência."

Pois bem! Muitos dos que aqui estamos reunidos esta noite fomos conduzidos, direta ou indiretamente, a essa fantástica experiência do maravilhoso pelas mãos de Jayme Tiomno.

## CROMODINÂMICA QUÂNTICA E LIBERDADE ASSINTÓTICA

J. Frenkel

Instituto de Física, Universidade de São Paulo

### I. Introdução

A Cromodinâmica Quântica (QCD) é uma teoria de gauge que descreve as interações fortes das partículas elementares<sup>(1)</sup>. Na QCD, os hádrons (protons, pions, ...) são considerados como sendo compostos de quarks, partículas de spin 1/2. Mas a QCD vai além do modelo de Gell-Mann (1964), sendo uma teoria dinâmica das interações dos quarks, que se processam através da troca de partículas chamadas gluons. Em certos aspectos, QCD é similar à Eletrodinâmica Quântica (QED), onde as partículas carregadas interagem por troca de fótons, que têm spin 1 e massa zero. Analogamente, na QCD os gluons que mediam as interações dos quarks têm spin 1 e massa zero. Estas partículas possuem uma propriedade nova, chamada de "cor" que, analogamente à carga elétrica, se conserva. Para entendermos a relevância desta propriedade, vamos considerar primeiramente as características mais importantes de alguns tipos de quarks descritos na tabela 1.

Quark	Carga (e)	Massa (MeV)	Spin
u	2/3	335	1/2
d	-1/3	335	1/2
s	-1/3	500	1/2
c	2/3	1.500	1/2

Tabela 1



Vale a pena mencionar neste ponto que experiências realizadas a partir de 1977 <sup>(2)</sup> por Fairbank e colaboradores com bolas de nióbio têm apresentado evidências de cargas residuais  $\pm 1/3 e$ .

Em termos destes quarks podemos descrever as propriedades mais conhecidas dos hádrons, tais como a carga e o momento angular intrínseco (spin). Por exemplo, podemos pensar o próton como sendo constituído de três quarks :  $u, u, d$  ; o pión constituído por  $u, \bar{d}$ , onde  $\bar{d}$  representa o anti-quark correspondente a  $d$ .

Vamos também considerar o hádron  $\Delta^{++}$ , que tem carga  $2e$  e spin  $3/2$ , partícula de particular importância para mostrar a relevância da propriedade de cor mencionada anteriormente. À primeira vista, podemos considerar  $\Delta^{++}$  como sendo constituída de três quarks  $u$ , com os spins alinhados na mesma direção a fim de resultar um spin total  $3/2$  para a partícula  $\Delta^{++}$ . Existem evidências teóricas e experimentais de que a função de onda dos quarks constituintes é simétrica por troca de coordenadas espaciais. Assim, resultaria que a função de onda dos quarks deveria ser simétrica, uma vez que ela é também simétrica por troca de spins. Entretanto, isto violaria um princípio fundamental da teoria relativista de campos que afirma que a função de onda dos férmions deve ser antissimétrica quando trocarmos todas as coordenadas. Para obter uma concordância com este princípio, introduzimos uma propriedade adicional, cor, requerendo que a função de onda seja antissimétrica por troca de cores dos quarks constituintes. Assim, se considerarmos  $\Delta^{++}$  como sendo constituído de quarks de cores diferentes  $u_1, u_2$  e  $u_3$  a função de onda será antissimétrica.

Existem também outras evidências para a necessidade da "cor". Se considerarmos, por exemplo, a razão  $R$  das seções de choque hadrônicas e muônicas,  $R = \frac{\sigma(e^+ + e^- \rightarrow \text{hadrons})}{\sigma(e^+ + e^- \rightarrow \text{muons})}$  para obtermos concordância com o valor experimental é necessário supor que os quarks possuam três cores distintas, que denotaremos por  $q_i$  ( $i = 1, 2, 3$ ).

## II. A invariância de gauge da QED

Vamos começar esta seção revendo alguns aspectos relevantes da QED, a fim de podermos compará-los com as propriedades correspondentes da QCD. Como sabemos, a Lagrangeana livre da QED descrevendo um lepton de massa  $m$  é dada por:

$$\mathcal{L}_0 = \bar{\Psi}(x)(i\gamma_\mu \partial_\mu - m)\Psi(x) \quad (1)$$

onde  $\Psi(x)$  é um campo spinorial de quatro componentes,  $\gamma_\mu$  representa as matrizes de Dirac e  $\partial_\mu \equiv \partial/\partial x_\mu$ . Esta Lagrangeana é invariante sob um conjunto de transformações chamadas de transformações globais de gauge. Estas transformações levam o campo  $\Psi$  em outro  $\Psi'$  dado por:

$$\Psi'(x) = U_\theta \Psi(x) \quad , \quad U_\theta = e^{-ie\theta} \quad (2)$$

sendo  $\theta$  um parâmetro constante, independente de  $x$ . Entretanto, a Lagrangeana acima não será invariante por transformações locais de gauge onde  $\theta = \theta(x)$ , devido à presença da derivada na equação(1). Mas partindo de  $\mathcal{L}_0$  podemos construir uma Lagrangeana que tenha invariância de gauge local, se introduzirmos um campo vetorial  $A_\mu(x)$ , chamado de campo de gauge. Na QED este campo é precisamente o campo eletromagnético. Substituiremos a derivada  $\partial_\mu$  pela derivada covariante  $D_\mu$  dada por:

$$D_\mu = \partial_\mu + ieA_\mu(x) \quad (3)$$

A nova Lagrangeana  $\mathcal{L}_1$ , obtida desta maneira :

$$\mathcal{L}_1 = \bar{\Psi}(x) (i\gamma_\mu D_\mu - m) \Psi(x) \quad (4)$$

será então invariante por transformações locais de gauge, desde que os campos  $A_\mu(x)$  se transformem como:

$$A'_\mu(x) = A_\mu(x) + \partial_\mu \theta(x) \quad (5)$$

Para obtermos a Lagrangeana total da QED devemos adicionar ainda a expressão invariante de gauge  $-\frac{1}{4} F_{\mu\nu} F_{\mu\nu}$ , onde  $F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu$ . Esta expressão representa o campo eletromagnético na ausência da matéria. É importante notar que o campo de gauge  $A_\mu(x)$  deve ter massa zero, visto que a adição dum termo explícito de massa  $m^2 A_\mu A_\mu$  na Lagrangeana destruiria a invariância local de gauge, garantida pela transformação (5). Isto significa que os quanta de gauge são partículas de massa zero, e representam precisamente os fótons na QED. Assim, partindo duma teoria livre, requerendo a invariância de gauge local, somos levados a uma teoria com interações entre os campos leptônico e eletromagnético:

$$\mathcal{L}_{int} = -e \bar{\Psi}(x) \gamma_\mu \Psi(x) A_\mu(x) \quad (6)$$

Como é conhecido, a interação básica descrita por esta Lagrangeana conduz a previsões da QED que foram plenamente confirmadas experimentalmente.

O fato do princípio da invariância local de gauge conduzir no caso da QED a uma teoria extremamente promissora, sugere a sua aplicação também no caso da QCD. Como mencionamos anteriormente, queremos uma teoria de quarks que possuam três cores diferentes. Se pensarmos nas três cores formando um espaço abstrato tridimensional, precisaremos considerar transfor

nações locais de gauge que sejam invariantes neste espaço. Assim, vamos considerar o grupo de invariância da QCD,  $SU(3)$ . Este é o grupo das matrizes unitárias  $3 \times 3$ , com a propriedade especial de que seus determinantes são iguais a 1. Com estes preliminares, vamos escrever a Lagrangeana  $\mathcal{L}_q$  para os quarks livres com carga de cor  $g$  :

$$\mathcal{L}_q = \bar{q} (i \gamma_\mu \partial_\mu - m_q) q \quad (7)$$

Esta Lagrangeana é similar à Lagrangeana livre da QED, exceto que  $\bar{q} = (\bar{q}_1, \bar{q}_2, \bar{q}_3)$  tem doze componentes em vez de quatro, devido a existência das três cores. Esta Lagrangeana é invariante sob as transformações globais de gauge:

$$q' = U_\theta q \quad U_\theta = e^{-ig \underline{F} \cdot \underline{\Theta}} \quad (8)$$

Aqui,  $\underline{\Theta}$  representa oito constantes  $\Theta_a$ ,  $a = 1, 2, \dots, 8$  e  $\underline{F}$  denota oito matrizes  $3 \times 3$  hermiteanas de traço zero. A transformação (7) contém oito constantes devido ao fato de só podermos ter oito matrizes  $F_a$  independentes com as propriedades acima mencionadas. Os comutadores destas matrizes satisfazem a relação

$$[F_a, F_b] = i f_{abc} F_c \quad (9)$$

onde  $f_{abc}$  são constantes de estrutura que caracterizam o grupo. A Lagrangeana (7) contém derivadas e portanto não será invariante por transformações locais de gauge  $\Theta = \Theta(x)$ . Para conseguirmos esta propriedade, vamos, seguindo o trabalho pioneiro de Yang e Mills (3), substituir  $\partial_\mu$  pela derivada covariante

$$D_\mu = \partial_\mu + ig \frac{F}{\mu} \cdot G_\mu(x) \quad (10)$$

onde os oito componentes de  $G_\mu$  representam oito campos de gauge

de massa zero, que caracterizam os gluons. O acoplamento  $g$  representa a intensidade da interação dos quarks com os gluons, da mesma forma que  $e$  denota a força de interação do campo eletromagnético com as partículas carregadas. Em analogia com a QED adicionamos um outro termo à Lagrangeana, da forma  $-\frac{1}{4} G_{\mu\nu} G_{\mu\nu}$  para representarmos os campos dos gluons na presença dos quarks. Aqui,  $G_{\mu\nu}$  representa um vetor 8-dimensional no espaço  $SU(3)$  tendo ainda os índices  $\mu, \nu$  de Lorentz:

$$G_{\mu\nu}^a = \partial_\mu G_\nu^a - \partial_\nu G_\mu^a - gf_{abc} G_\mu^b G_\nu^c \quad (11)$$

Devido ao último termo desta equação a Lagrangeana da QCD:

$$\mathcal{L}_{QCD} = \bar{q} (i\gamma_\mu D_\mu - m_q) q - \frac{1}{4} G_{\mu\nu}^a \cdot G_{\mu\nu}^a \quad (12)$$

contem termos cúbicos e quárticos nos campos de gluons  $G_\mu^a$ .

Estes termos são multiplicados pelas intensidades de acoplamento  $g$  e  $g^2$ , respectivamente, e isto mostra que os campos dos gluons têm cores e interagem entre si. Em adição, os gluons interagem com os quarks, interação descrita pela parte  $\mathcal{L}_{int}$  da  $\mathcal{L}_{QCD}$  dada por:

$$\mathcal{L}_{int} = -g \bar{q} \gamma_\mu F_\mu^a G_\mu^a q \quad (13)$$

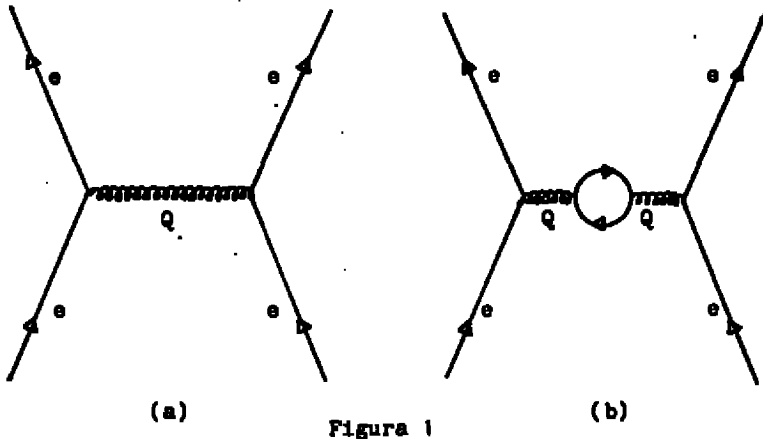
Vamos finalmente apresentar um argumento físico para entender porque devemos ter oito campos de gluons. Isto é entendido mais facilmente comparando a situação com aquela da QED. Neste caso, de acordo com a Lagrangeana de interação dada pela equação (6), um lepton carregado e um anti-lepton podem se aniquilar formando um foton (neutro). Correspondentemente, a Lagrangeana da QCD (13) pode descrever o processo onde um quark e um anti-quark se aniquilam formando um gluon. Mas os quarks existem em três cores e a cor, como a carga, deve se conservar na teoria. Assim, se por exemplo, um quark "azul" se aniquilar com um anti-quark "anti-verde", o gluon emitido deve

ter uma cor correspondente ao "azul-anti-verde". Com três cores e três anti-cores, temos nove combinações. Mas apenas oito destas têm cor - a nona representa uma mistura de todas as cores e as correspondentes anti-cores, tendo cor branca. Assim, resultam oito estados coloridos de partículas de massa zero que são identificadas com os gluons na QCD.

### III. Liberdade asintótica

Vimos que a Lagrangeana da QED contém a carga elétrica  $e$  e a Lagrangeana da QCD contém a carga de cor  $g$ . Nestas teorias,  $e$  e  $g$  representam constantes características. Contudo é muito útil introduzirmos quantidades relacionadas com  $e$  e  $g$ , que não são constantes, mas dependem do quadri-momento  $Q$  que caracteriza uma dada reação específica.

Vamos tratar primeiro o caso da QED, considerando, por exemplo, o espalhamento elétron-elétron. Alguns diagramas típicos são representados na Figura 1,



O diagrama (1a) contribui um termo para a amplitude que contém um fator  $\alpha = \frac{e^2}{4\pi} \approx \frac{1}{137}$ , visto que o fóton trocado é emitido por um elétron e absorvido pelo outro. Outros diagramas, de ordem mais elevada em  $\alpha$ , por exemplo aquele representado na figura (1b), também contribuem para o espalhamento elétron-elétron, principalmente em altas energias. Isto acontece porque neste caso o quadri-momento  $Q$  também pode ser grande e estes diagramas contêm fatores envolvendo  $\alpha \ln \frac{Q^2}{m^2}$ , quando  $Q^2 \gg m^2$ . Para valores de  $Q$  suficientemente grandes, o logaritmo cresce muito, podendo compensar o pequeno valor de  $\alpha$ . A figura (1b) representa a chamada "polarização do vácuo", onde o fóton emitido por um elétron cria um par elétron-pósitron, os quais depois se aniquilam em outro fóton, que é finalmente absorvido pelo segundo elétron. Estes diagramas têm este nome porque os pares elétron-pósitron atuam no sentido de blindar a carga do elétron, da mesma forma que uma carga num meio dielétrico induz cargas de polarização. Na QED as cargas de polarização são induzidas mesmo na ausência dum meio devido às correções radiativas que ocorrem no vácuo na presença de cargas elétricas.

As contribuições para a amplitude do espalhamento elétron-elétron resultantes dos diagramas de polarização do vácuo tem a mesma forma funcional que aquelas resultantes do diagrama (1a), exceto constantes e fatores logarítmicos. Devido a este fato, é possível juntar estas contribuições definindo uma função  $\alpha(Q^2)$  que depende de  $Q^2$ . Esta função é chamada de intensidade efetiva de acoplamento. Para  $Q^2 \gg m^2$  ela tem a forma:

$$\alpha(Q^2) = \alpha \left[ 1 + \frac{\alpha}{3\pi} \ln \left( \frac{Q^2}{m^2} + 1 \right) + \dots \right] \quad (14)$$

É possível somar explicitamente as contribuições dominantes desta série, resultando a seguinte expressão:

$$\alpha(Q^2) = \frac{\alpha}{1 - \frac{\alpha}{3\pi} \ln\left(\frac{Q^2}{m^2} + 1\right)} \quad (15)$$

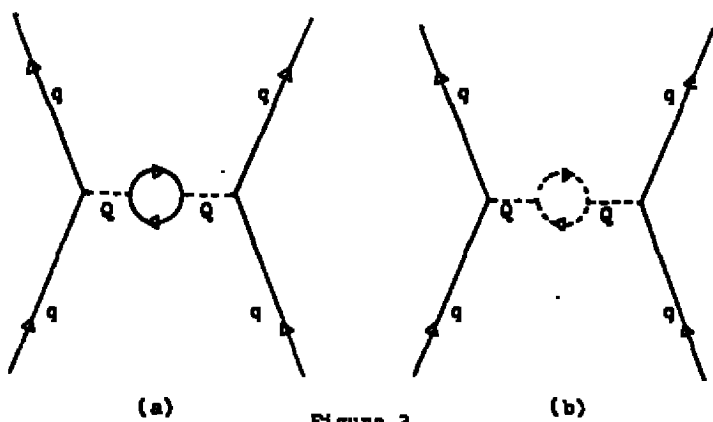
que é igual a  $\alpha$  para  $Q^2 = 0$ .

Vemos desta equação que a intensidade efetiva de acoplamento cresce à medida que  $Q$  aumenta. Podemos entender fisicamente este resultado considerando o espalhamento dum elétron por outro a altas energias. Neste caso, o espalhamento pode ocorrer se a distância de maior aproximação é pequena. Mas se a distância entre as partículas é pequena, a segunda partícula deve penetrar parcialmente na nuvem dos pares elétron-pósitron que blindam a primeira partícula, sentindo assim uma carga efetiva maior que a carga original do elétron. A constante de estrutura fina  $\alpha$  é proporcional ao quadrado da carga total do elétron, incluindo o efeito global da nuvem dos pares que o circunda. Por outro lado,  $\alpha(Q^2)$  é proporcional ao quadrado da carga efetiva do elétron parcialmente blindado.

Vamos considerar agora a QCD. A constante de acoplamento forte  $\alpha_s$ , analogamente a  $\alpha$ , é dada por  $\alpha_s = \frac{g^2}{4\pi}$ . Como na QED, podemos generalizar  $\alpha_s$  para uma intensidade de acoplamento efetiva  $\alpha_s(Q^2)$ . Para estudar a dependência de  $\alpha_s(Q^2)$  em função de  $Q^2$ , consideremos os diagramas representados na Figura 2, que representam o espalhamento quark-quark, que se processa através da troca de glúons.

A figura (2a) representa, analogamente à polarização do vácuo na QED, o efeito da blindagem da cor do quark devido à criação de pares quark-anti-quark. Se isto fosse a única possibilidade, a intensidade do acoplamento efetivo  $\alpha_s(Q^2)$  se





comportaria duma maneira análoga a  $\alpha(Q^2)$ , isto é, tenderia a crescer a medida que  $Q^2$  aumenta. Contudo, na QCD existe um outro efeito, representado pela figura (2b), que atua no sentido oposto. Os campos de gluons carregam cor e podem transportar esta cor para longe do quark original, deixando este com uma intensidade de cor menor. Na figura (2b), o gluon emitido por um quark cria um par de gluons coloridos, e estes se recombinaem numa outro gluon que é absorvido pelo segundo quark. Este processo somente é possível devido ao fato dos gluons serem coloridos e interagirem entre si. O efeito destes diagramas é causar uma anti-blindagem dos quarks através da distribuição da carga de cor destes no espaço.

O espalhamento duma partícula resultando duma carga de cor distribuida no espaço é mais fraco para distâncias dentro da distribuição do que o espalhamento devido a uma partícula de cor pontual. (Isto é análogo ao fato de espalhamento duma carga elétrica distribuida ser mais fraco que aquela correspondente a uma carga elétrica pontual.) Devesse contudo

ênfatizar que o argumento acima tem somente valor heurístico. O argumento correto, dado por Politzer, Gross e Wilczek <sup>(4)</sup>, depende crucialmente do fato da teoria conter interações não-lineares entre os gluons. Resumindo, na QCD temos dois efeitos (criação de pares quark-anti-quark e criação de gluons) que atuam em sentidos opostos: o primeiro tende a aumentar o valor de  $\alpha_s(Q^2)$  a pequenas distâncias e o segundo tende a diminuir este valor.

O efeito resultante depende do número de tipos de quarks existentes. Se denotarmos este número de  $f$ , então a intensidade de acoplamento efetiva  $\alpha_s(Q^2)$  para grandes valores de  $Q^2$  é dada por <sup>(4)</sup>:

$$\alpha_s(Q^2) = \alpha_s(\mu^2) \left[ 1 + \frac{\alpha_s(\mu^2)}{12\pi} (2f - 33) \ln \frac{Q^2}{\mu^2} + \dots \right] \quad (16)$$

onde introduzimos uma massa arbitrária  $\mu$  para fixar a escala no logaritmo, e  $\alpha_s(\mu^2)$  é o valor de  $\alpha_s(Q^2)$  para  $Q^2 = \mu^2$ . Nesta equação o termo contendo  $2f$  resulta do efeito dos pares quark-anti-quark e o termo contendo o fator  $33$  resulta do efeito dos gluons. Como na QED, esta série pode ser somada, obtendo-se para as contribuições dominantes o resultado:

$$\alpha_s(Q^2) = \frac{\alpha_s(\mu^2)}{1 + \alpha_s(\mu^2) \frac{33 - 2f}{12\pi} \ln \frac{Q^2}{\mu^2}} \quad (17)$$

Vemos desta equação que, se o número de tipos de quarks for tal que  $f \leq 16$ , a constante de acoplamento decresce à medida que  $Q^2$  aumenta. Assim, neste caso, quanto menor for a distância de interação dos quarks, menor será a intensidade de acoplamento efetivo. Esta propriedade importante é conhecida por "liberdade assintótica". A descoberta desta propriedade da QCD representou um sucesso para a teoria. A razão é que já existia

considerável evidência nos processos de espalhamento elétron-próton de que o próton se comporta como se fosse constituído de componentes (quarks) que atuam como partículas (quase) livres. Além disto, o fato de que  $\alpha_s(Q^2)$  decresce à medida que  $Q^2$  aumenta, indica a possibilidade do uso da teoria de perturbação para o estudo de vários processos importantes que se realizam em altas energias.

#### IV. Discussão

Vimos que na QCD a intensidade de acoplamento efetivo decresce à medida que a energia aumenta. Isto implica, por outro lado, que a baixas energias a intensidade de acoplamento aumenta, podendo se tornar muito forte. Observemos agora que em qualquer processo de espalhamento as partículas são aceleradas, podendo irradiar quanta de energia. (Isto é análogo à radiação de partículas carregadas na Eletrodinâmica.) Assim, por exemplo no processo de espalhamento quark-quark, estes vão emitir radiação sob forma de gluons. Isto é, em adição aos processos descritos na figura 2, poderemos ter efeitos adicionais representados esquematicamente na figura 3.

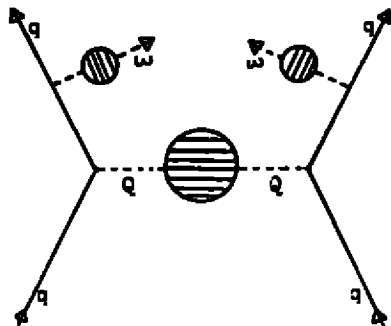


Figura 3. As correções nas linhas de gluons descrevem correções de auto-energia do tipo representado na figura 2.

Notemos que nas experiências de resolução finita  $\Delta E$  da energia das partículas espalhadas (quarks) devemos incluir processos representados na figura 3, contendo gluons emitidos de baixa energia  $\omega < \Delta E$ . Isto é devido ao fato de não podermos distinguir experimentalmente, neste caso, os processos de emissão das reações totalmente "elásticas" representadas na figura 2. Portanto, em experiências de espalhamento a altas energias  $E_q^2 \gg m_q^2$ , temos que considerar realmente duas escalas: uma relacionada com as grandes transferências de momento  $Q$  e outra associada com as pequenas energias  $\omega < \Delta E$ , devido à emissão de gluons. Esta situação põe em questão a possibilidade do uso da liberdade assintótica, visto que as correções radiativas caracterizadas por  $\alpha_s(\omega)$  podem ser grandes pois  $\omega$  é pequeno. O efeito na ordem mais baixa (isto é, incluindo apenas um par de gluons emitidos) dos processos acima descritos é multiplicar a secção de choque quark-quark elástica a altas energias por uma correção radiativa  $\sigma_{rad}$  da forma (5):

$$\sigma_{rad} = C \frac{m_q^2}{E_q^2} \int_{\omega_{min}}^{\Delta E} \frac{d\omega}{\omega} \alpha_s^2(\omega) \quad (18)$$

Aqui  $C$  é uma constante e  $\omega_{min}$  representa a menor energia possível dos gluons emitidos. Como vimos, os gluons tem massa zero e, portanto,  $\omega_{min} = 0$ . Isto significa que  $\sigma_{rad}$  diverge no limite inferior de energia, visto que  $\alpha_s(\omega)$  aumenta à medida que  $\omega$  tende a zero. Este comportamento reflete o fato de que na QCD, diferentemente da QED, estas divergências, chamadas de divergências infravermelhas, não se cancelam na secção de choque numa dada ordem da teoria de perturbação. A primeira vista, este fato implicaria na impossibilidade do uso consistente da teoria de perturbação na QCD.

Contudo, quando somamos os efeitos das correções radiativas em todas as ordens, incluindo um número arbitrário de glúons emitidos, obtemos para  $\sigma_{rad}$  a expressão (6):

$$\sigma_{rad} = K \frac{m_q^2}{E_q^2} [\alpha_s(\Delta E) + K'] \quad (19)$$

onde  $K$  e  $K'$  são constantes que dependem das características do processo. Esta expressão muito simples, essencialmente não-perturbativa, mostra que no resultado final as divergências infravermelhas se cancelam, fato que leva a uma expressão finita para as correções radiativas. Notemos que para pequenos valores de  $\Delta E$ ,  $\alpha_s(\Delta E)$  pode ter um valor relativamente grande, mas este fato é compensado pelo valor muito pequeno da razão  $m_q^2/E_q^2$  a altas energias. O resultado final descrito acima poderá ser relevante para obter concordância da teoria com dados experimentais em vários processos, tais como a produção de pares leptônicos em interações próton-antipróton a altas energias.

Em conclusão, vimos que a liberdade assintótica não garante automaticamente o uso da teoria de perturbação na QCD. Entretanto, em virtude do resultado final para as correções radiativas ser finito, podemos, a posteriori, justificar a aplicação da perturbação para descrever as interações das partículas em colisões a altas energias.

## Referências

- (1) W.Marciano e H.Pagels, Phys. Rep. 36C, 137 (1978) ;  
D.B.Lichtenberg, "Quantum Chromodynamics", Oxford preprint 26/80 (1980).
- (2) G.La Rue, W.M.Fairbank e A.F.Hebard, Phys. Rev. Lett. 38, 1011 (1977).
- (3) C.N.Yang e R.Mills, Phys. Rev. 96, 191 (1954).
- (4) D.J.Gross e F.Wilczek, Phys. Rev. Lett. 30, 1343 (1973) ;  
E.D.Felitzer, Phys. Rev. Lett. 30, 1346 (1973).
- (5) R.Doria, J.Frenkel e J.C.Taylor, Nucl. Phys. B168, 93 (1980) ;  
A.Andrasi, M.Day, R.Doria, J.Frenkel e J.C.Taylor Oxford preprint 37/80 (1980) (a ser publicado no Nuclear Physics B).
- (6) C.Carneiro, M.Day, J.Frenkel, J.C.Taylor e M.Thomaz, IFJSP preprint 237 (1980).

## GRAND UNIFIED THEORIES

Ronald C. Shellard <sup>\*</sup>

Instituto de Física Teórica, São Paulo, SP

Gil da Costa Marques <sup>\*</sup>

Instituto de Física, Universidade de São Paulo

### ABSTRACT:

We discuss the grand unified theories of the strong and electroweak interactions. Special emphasis is given to the consequences of SU(5): proton decay, the Weinberg angle and mass relations.

### 1. INTRODUCTION

Gauge theories seem to play an essential rôle in providing a framework for our understanding of the basic interactions of matter. Strong interaction is described by Quantum Chromodynamics (QCD), a gauge theory with the symmetry group SU(3)<sub>c</sub>; weak and electromagnetic interactions are unified by the Weinberg Salam model<sup>[1]</sup>, also a gauge theory with symmetry group SU(2)<sub>L</sub> × U(1).

The quest for a unified picture of matter and its interactions have always permeated the work of physicists, but the very different nature of these interactions (i.e. short versus long range, different strength) eluded us for a long time. It was the advent of Yang Mills<sup>[2]</sup> fields coupled to the concept of spontaneous symmetry breakdown that opened up a window towards a unification of the interactions.

In this paper we will describe recent attempts towards a unification of the weak, electromagnetic and strong interactions under the aegis of a gauge theory<sup>[3,4]</sup>. We will start with a brief review of QCD and the Weinberg Salam model, then proceed to establish the requirements that must be followed by a unified theory. We will describe in detail one of the simplest models, that with a SU(5) symmetry<sup>[4]</sup>. In setting the basic multiplets of this theory, quarks, antiquarks and leptons are shared by the same multiplet so that transitions among them can occur and this will cause the proton (and neutron) to decay. The lifetime of the proton predicted by the theory fall in the range

<sup>\*</sup> Supported in part by the Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq)

that will become experimentally accessible in the next few years. Following this discussion we explain the way the coupling constants evolve with energy<sup>[5]</sup>, or how the unified theory take different forms in the energy range of daily life. In section 8 the Higgs mechanism of this theory is explored and a very unnatural condition is found in order to give the weak interactions the scale of mass of  $\Theta(100 \text{ GeV})$ . This is followed by a discussion of the fermionic masses. Theories based on other groups and some comments about cosmological implications derived from grand unified theories (GUTS) are mentioned before a summary and concluding remarks are stated.

### 3. QUANTUM CHROMODYNAMICS

Strong interactions can be described by QCD, a gauge theory with  $SU(3)_{\text{color}}$  as the symmetry group<sup>[6]</sup>. This theory is characterized by the Lagrangian:

$$L = -1/2 \text{Tr} (F_{\mu\nu} F^{\mu\nu}) + \bar{\psi}_i (i \not{D}_{ij} - m \delta_{ij}) \psi_j \quad (2.1)$$

where the field strength tensor

$$F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu - ig_s [A_\mu, A_\nu] \quad (2.2)$$

and the covariant derivative

$$D_{ij} = \delta_{ij} \partial - ig_s A_{ij} \quad (2.3)$$

the color indices  $i, j$  run over 1, 2, 3 and the field  $A_\mu$  is a  $3 \times 3$  traceless matrix.

QCD has the property of asymptotic freedom and the running coupling constant  $\alpha_s(Q^2) (= g_s^2(Q^2)/4\pi)$  has the value

$$\frac{12\pi}{(33 - 2f) \ln(Q^2/\Lambda^2)} \quad (2.4)$$

where  $f$  is the number of flavors and  $\Lambda$  is the scale parameter. The scale parameter is determined by experiment and its value is in the range  $0.3 < \Lambda < 0.5 \text{ GeV}$ .

There are many experimental evidences for QCD: the determination of the value of  $R (= \sigma(e^+e^- \rightarrow \text{hadrons})/\sigma(e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-))$  in  $e^+e^-$  annihilation up to PETRA energies<sup>[7]</sup>, the observation of 3 jet events<sup>[8]</sup> by all groups at PETRA with the characteristics of a gluon bremsstrahlung.



lung as predicted by QCD, the observation of scaling violation in the structure functions in deep inelastic lepton nucleon scattering<sup>[9]</sup>, the rise of  $\langle P_T \rangle$  in jets produced in high energy  $e^+e^-$  annihilation<sup>[10]</sup>.

### 3. ELECTROWEAK INTERACTIONS

The Weinberg Salam model<sup>[1]</sup> has its roots in the pioneering work of Leite Lopes, Bludman and Schwinger<sup>[11]</sup> who suggested for the first time the relevance of gauge theories in the structure of weak interactions. Glashow in 1960<sup>[12]</sup> proposed the structure  $SU(2) \times U(1)$  in order to put in the same footing weak and electromagnetic interactions. The model came to fruition in 1967 with the incorporation of the spontaneous symmetry breakdown, via the Higgs mechanism, into the  $SU(2) \times U(1)$  gauge structure. An historical account of the electroweak unification can be found in the 1979 Nobel Prize lectures by Weinberg, Salam and Glashow<sup>[13]</sup>.

In this model the electron and its neutrino form a left handed weak isodoublet and the right handed component of the electron is a singlet under  $SU(2)$ . This pattern is repeated for the muon and the tau. Quarks form a similar pattern, the quarks up and down forming a left handed isodoublet and their right handed components being singlets under  $SU(2)$ . Again this pattern is repeated by charm and strange and also by top and bottom. The top quark is yet to be discovered and if it is not, major changes should be made in the standard model<sup>[14]</sup>. The left handed down, strange and bottom quarks are "Cabibbo" rotated (it is this rotation that allow the strange mesons and baryons to undergo weak decay and be observed). Each quark flavor comes in three different colors, a property associated to Quantum Chromodynamics. So, the fundamental fermions have the following pattern according to  $SU(2)$ :

$$\begin{array}{cc}
 \text{Leptons} & \text{Quarks} \\
 \begin{pmatrix} \nu_e \\ e^- \end{pmatrix}_L \cdot e^-_R & \begin{pmatrix} u_i \\ d_i \end{pmatrix}_L \cdot u_{iR} \cdot d_{iR} \cdot i = Y, B, R \\
 \\
 \begin{pmatrix} \nu_\mu \\ \mu^- \end{pmatrix}_L \cdot \mu^-_R & \begin{pmatrix} c \\ s \end{pmatrix}_L \cdot c_R \cdot s_R \\
 \end{array} \quad (3.1)$$

$$\begin{pmatrix} \nu_{\tau} \\ \tau^{-} \end{pmatrix}_L \cdot \tau_R^{-} \quad \begin{pmatrix} t \\ b' \end{pmatrix}_L \cdot t_R \cdot b_R$$

where the prime stands for Cabibbo rotation.

The coupling constant  $g(g')$  is associated to the  $SU(2)_L[U(1)]$  part of the model. The gauge symmetry  $SU(2)_L \times U(1)$  undergoes a spontaneous breakdown with  $U(1)_{EM}$  remaining as a symmetry (notice that  $U(1)_{EM}$  is a mixture of the original  $U(1)$  and the neutral component of  $SU(2)$ ). We can exchange the coupling constants  $g$  and  $g'$  for  $\theta_w$ , the Weinberg angle, defined by the relation

$$\tan \theta_w = g'/g \quad (3.2)$$

and  $e$  the electromagnetic charge through

$$e = g \sin \theta_w = g' \cos \theta_w \quad (3.3)$$

The two charged gauge bosons associated to  $SU(2)_L(W^{\pm})$ , will acquire mass after the spontaneous breakdown of the gauge symmetry, and two neutral gauge bosons ( $B_{\mu}$  associated to  $U(1)$  and  $W_3$  to  $SU(2)_L$ ) will mix to form the photon ( $A_{\mu}$ ) and a massive neutral boson ( $Z_{\mu}$ ), where

$$\begin{aligned} A_{\mu} &= \sin \theta_w W_{\mu}^3 + \cos \theta_w B_{\mu} \\ Z_{\mu} &= \cos \theta_w W_{\mu}^3 - \sin \theta_w B_{\mu} \end{aligned} \quad (3.4)$$

The spontaneous symmetry breakdown in the Weinberg Salam model is usually generated by the Higgs mechanism, although some attempts have been made to generate it dynamically [15].

The Higgs potential

$$V_H = -\mu^2 \phi^{\dagger} \phi + \lambda (\phi^{\dagger} \phi)^2 \quad (3.5)$$

with the color field

$$\phi = \begin{pmatrix} \phi^+ \\ \phi^0 \end{pmatrix} \quad (3.6)$$

being an isodoublet under  $SU(2)$ , has a classical minimum different

from zero, or a vacuum expectation value

$$\langle \phi_0 \rangle = v/\sqrt{2} \neq 0 \quad (3.7)$$

The  $W^\pm$  boson will acquire a mass

$$m_W = \frac{g v}{2} \quad (3.8)$$

and the mass of the  $Z$  boson obey the relation

$$m_Z = m_W / \cos \theta_w \quad (3.9)$$

From the experimental determination of the decay parameters of the  $\mu$  particle one can find  $m_W$ . On the other hand, one can determine the value of  $\theta_w$  [16] from neutral current data and consequently the value of  $g$  (and  $g'$ ). Accepting  $\sin^2 \theta_w = 0.23$ , the following values hold:  $m_W = 79.2$  GeV,  $m_Z = 90.3$  GeV,  $g = 0.63$ ,  $g' = 0.35$  and  $v = 251$  GeV.

The experimental evidence for the validity of the Weinberg Salam model is very compelling; we should mention the structure of the neutral currents measured in neutrino scattering in both, isoscalar and proton targets [16], the elastic scattering  $\nu_\mu e + \nu_\mu e$  [16], the asymmetry in the scattering of left handed and right handed electrons on deuteron measured at SLAC [17], the measurement of the parameter [16]

$$r = \left( \frac{m_W}{m_Z \cos \theta_w} \right) = 1.010 \pm 0.057$$

This last measurement is an evidence for the isospin 1/2 of the Higgs scalars.

#### 4. GRAND UNIFICATION

Being QCD and the electroweak theory both gauge theories it is natural to look for a unified gauge theory that would encompass them. This unified theory must suffer a spontaneous symmetry breakdown at some high scale of energy, so that at the scales accessible to us, it is splitted into two distinct interactions, strong and electroweak.

The grand unified gauge group must be semi simple, so that it has a unique coupling constant associated to it. The sequence of

spontaneous symmetry breakdown must have a pattern that reproduces the physics seen by us, that is

$$G \xrightarrow{M_X} SU(3)_C \times SU(2)_L \times U(1) \xrightarrow{100 \text{ GeV}} SU(3)_C \times U(1)_{EM} \quad (4.1)$$

The masses under the arrows indicate the scale at which the spontaneous symmetry breakdown occur. The requirement that the grand unified gauge group contain as subgroup  $SU(3) \times SU(2) \times U(1)$  implies that  $G$  must be at least of rank 4. The  $SU(3) \times SU(2)_L$  decomposition of the  $(u, d, e^-, \nu_e)$  family has the content

$$2(3^*, 1)_L + (3, 2)_L + (1, 2)_L + (1, 1) \quad (4.2)$$

where the two  $(3^*, 1)$  corresponds to  $u_R, d_R$ ,  $(3, 2)$  is the left handed  $(u, d)$  doublet,  $(1, 2)$  corresponds to the  $(e^-, \nu)$  doublet and  $(1, 1)$  to  $e_R^-$ . Notice that only left handed components are being considered. They are Weyl fermions, the right handed components entering through their antiparticles. The group  $G$  must admit complex representations, as can be seen from (4.2).

The following are semi-simple groups of rank 4:  $[SU(2)]^4$ ,  $[O(5)]^2$ ,  $[SU(3)]^2$ ,  $[G_2]^2$ ,  $O(8)$ ,  $O(9)$ ,  $S_p(8)$ ,  $F_4$  and  $SU(5)$ . The first two are of no use, because  $SU(3)_C$  is not contained on them. No group of the form  $SU(3) \times G'$  is allowed because the generator corresponding to electric charge does not admit fractional charges, so  $[SU(3)]^2$  is ruled out. The remaining groups, except  $SU(5)$ , cannot accomodate complex representations. We are left with  $SU(5) [4]$ .

#### 5: $SU(5)$

The simplest representations of  $SU(5)$ , the 5 and the 10 have the following  $(SU(3), SU(2))$  decomposition

$$5 \rightarrow (1, 2) + (3, 1) \quad (5.1)$$

$$10 \rightarrow (3, 2) + (3^*, 1) + (1, 1) \quad (5.2)$$

so that the family  $(e^-, \nu_e, u, d)$  can be accomodated by the reducible representation  $5^* + 10$ , as can be seen by comparing (5.1) and (5.2) with (4.2). Both  $5^*$  and  $10$  are antisymmetric representations. This is not an accident, any other will decompose into  $SU(3)_C$  representations different from  $1, 3$  and  $3^*$ . The quarks and leptons are

assigned to the multiplets as follows

$$5^c = \begin{pmatrix} d_r^c \\ d_y^c \\ d_b^c \\ e^- \\ \nu_e \end{pmatrix}_L \quad (5.3)$$

and

$$10 = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 & u_b^c & -u_y^c & -u_r & -d_r \\ -u_b^c & 0 & u_r^c & -u_y & -d_y \\ u_y^c & -u_r^c & 0 & -u_b & -d_b \\ u_r & u_y & u_b & 0 & -e^+ \\ d_r & d_y & d_b & e^+ & 0 \end{pmatrix}_L \quad (5.4)$$

The upper index  $c$  in the quarks means charge conjugate field and the subindices  $r, y, b$  stand for red, yellow and blue. The families  $(\mu^-, \nu_\mu, c, s)$  and  $(\tau^-, \nu_\tau, t, b)$  follow the same pattern.

The electric charge operator  $Q$  is a  $SU(5)$  generator so that  $T_r Q = 0$ . When it is applied to the  $5^c$  multiplet and the trace is taken, the relation

$$Q_d = \frac{1}{3} Qe^- \quad (5.5)$$

holds, so that within  $SU(5)$  grand unified theory one can understand the fractional charge of the quarks. The quark  $u$  and  $d$  are in the same  $SU(2)_L$  multiplet and must differ by one unit of the electronic charge so that

$$Q_u = \frac{2}{3} Qe^+ \quad (5.6)$$

Notice that the  $5^* + 10$  representation is anomaly free. In this way the theory is renormalizable.

$SU(5)$  has  $5^2 - 1 = 24$  generators and gauge bosons. The adjoint representation can be decomposed as

$$24 = (3, 2) + (3^*, 2) + (8, 1) + (1, 3) + (1, 1) \quad (5.7)$$

where there are 12 leptiquarks that carry color and weak isospin. The gauge boson multiplet

$$\left( \begin{array}{ccccc} g + \sqrt{\frac{2}{15}} U & g & g & X_r^+ & Y_r^+ \\ s & g + \sqrt{\frac{2}{15}} U & g & X_Y^+ & Y_Y^+ \\ g & g & g + \sqrt{\frac{2}{15}} U & X_b^+ & Y_b^+ \\ X_r^- & X_Y^- & X_b^- & \frac{V_0}{\sqrt{2}} - \sqrt{\frac{3}{10}} U & W^+ \\ Y_r^- & Y_Y^- & Y_b^- & W^- & -\frac{V_0}{\sqrt{2}} - \sqrt{\frac{3}{10}} U \end{array} \right) \quad (5.8)$$

contains the leptiquarks  $X$  and  $Y$  with charges  $4/3$  and  $1/3$  respectively.  $W^{\pm}$  and  $W^0$  are associated with  $SU(2)$ ,  $U$  with the group  $U(1)$  and  $g$ 's are the gluons.

### c. PROTON DECAY

Quarks, antiquarks and leptons belong to the same representation and as a result baryonic and leptonic numbers will not be conserved. The interaction terms  $\bar{\psi}_5 \cdot A \psi_5^*$  and  $\bar{\psi}_{10} \cdot A \psi_{10}$  induce transitions as those shown in fig. (6.1).

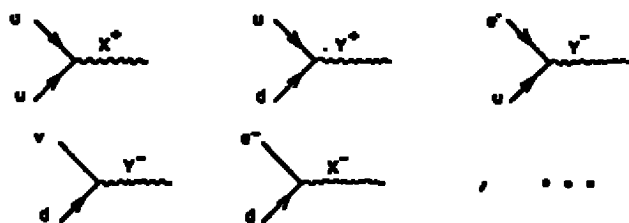


FIG. (6.1) - Some of the transitions in  $\bar{5}_+ \wedge 5_+$  and  $\bar{10}_+ \wedge 10_+$ .

The proton and the bound neutron will be unstable, and the graphs contributing to the decay  $p \rightarrow e^+ \pi^0$  are shown in fig. (6.2). The lifetime of the proton is proportional to  $M_X^4$  (assuming  $M_X$  and  $M_Y$  are of the same order of magnitude),

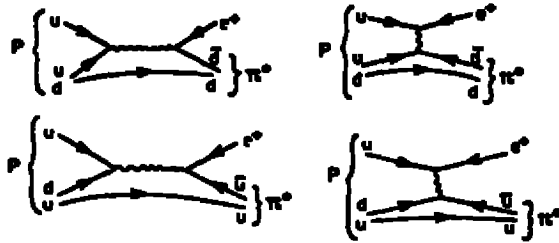
$$\tau_p \propto \frac{M^4}{m^5} \quad (6.1)$$

and the experimental lower bound  $\tau_p \geq 0 (10^{30} \text{ yrs})$  [18], sets the condition  $M_X > 10^{14} \text{ GeV}$ . More careful calculations give the value [19,20].

$$\tau_p \sim 10^{31 \pm 2} \text{ yrs.} \quad (6.2)$$

New experiments being set in deep mines will raise the sensitivity of  $\tau_p$  measurements up to  $10^{33} \text{ yrs}$ , so that the proton life time prediction of grand unified theories will be tested. Some estimates of proton and neutron branching ratios into different states are shown in table (6.1) [21].

Although the barionic and leptonic numbers are violated in grand unified theories the number  $B-L$  is conserved [22]. The conservation of  $B-L$  follows from weak isospin properties of quarks and leptons [23].

FIG. (6.2) - Contributions to the decay  $p \rightarrow e^+ \pi^0$ 

$B(p \rightarrow e^+ \text{ nonstrange}) \sim 83\%$	$B(n \rightarrow e^+ \text{ nonstrange}) \sim 76\%$
$B(p \rightarrow \bar{\nu} \text{ any}) \sim 15\%$	$B(n \rightarrow \bar{\nu} \text{ any}) \sim 22\%$
$B(p \rightarrow u^+ \text{ nonstrange}) \sim 1\%$	$B(n \rightarrow u^+ \text{ nonstrange}) \sim 1\%$
$B(p \rightarrow u^+ \text{ strange}) \sim 1\%$	$B(n \rightarrow u^+ \text{ strange}) < 1\%$
$B(p \rightarrow e^+ \text{ strange}) < 1\%$	$B(n \rightarrow e^+ \text{ strange}) < 1\%$

TABLE 6.1 - Branching ratio of proton and neutron decay.

## 7. COUPLING CONSTANTS

The coupling constants  $g_3$ ,  $g_2$  and  $g_1$  associated to  $SU(2)_C$ ,  $SU(2)_L$  and  $U(1)$  respectively must reach the same value  $g_U$ , the grand unified coupling constant, at a scale  $q^2 \gg M_x^2$ . The coupling constants  $g_2 = g$  and  $g_1 = cg'$ , where  $g$  and  $g'$  have been defined in the Weinberg Salam model (sec.3). The constant  $c$  is due to the different normalization of the  $U(1)$  component in the grand unified theory and the Weinberg Salam model.

The behavior of the coupling constants at different scales of energy<sup>[5]</sup>, is controlled by the renormalization group equations,

$$\mu \frac{\partial g_i}{\partial \mu}(\mu) = b_i g_i^2 + O(g^3) \quad (7.1)$$



The values of the coupling constant at two different scales of energy are related by the following equation:

$$\frac{1}{\alpha_1(Q^2)} = \frac{1}{\alpha_U(M_X^2)} - 4\pi b_1 \ln(Q^2/M_X^2) \quad (7.2)$$

where  $\alpha = g^2/4\pi$ . The qualitative behavior of the coupling constants can be seen in fig. (7.1). If we assume that at the grand unification scale  $M_X$ , the coupling constants  $g_1, g_2, g_3$  have the same value  $g_U$ , then,  $M_X$  can be calculated by using eq. (7.2) and knowing  $\alpha$  at some accessible  $Q^2$ . We can write down the relation

$$\frac{1}{\alpha_1(Q^2)} - \frac{1}{\alpha_2(Q^2)} = \frac{11}{12\pi} \ln(Q^2/M_X^2) \quad (7.3)$$

which is independent of the number of flavors as well as of the grand unification group. The dependence on the grand unified theory enters through  $M_X$ . Using eq. (7.3) at a scale  $Q^2 = 10 \text{ GeV}^2$ ,  $\alpha_1 = 0.15$  and  $\sin^2 \theta_W = 0.20$  we get  $M_X = 10^{17} \text{ GeV}$ . However, we must be very careful, for threshold effects were neglected in deriving equation (7.3). More refined analysis find values<sup>[24]</sup>

$$M_X \sim 6 \times 10^{16} \text{ GeV} \quad (7.4)$$

Within grand unified theories  $\sin^2 \theta_W$  is given by

$$\sin^2 \theta_W = \frac{g_2^2/c^2}{g_1^2/c^2 + g_2^2} \quad (7.5)$$

$g_1$  becomes equal to  $g_2$  at an energy scale much higher than  $M_X$  and

$$\sin^2 \theta_W \xrightarrow{Q \gg M_X} \frac{1}{1+c^2} \quad (7.6)$$

The constant  $c$  can be determined by the following considerations: the charge operator in  $SU(5)$  is

$$Q = T_3 + c T_0 \quad (7.7)$$

where  $T_3$  and  $T_0$  are generators of the group normalized by  $T_i (T_i^2) =$

$= N \delta_{\alpha\beta}$ , where  $N$  depends on the representations of  $T$ . If we take the trace of the square of the charge operator,  $T_r Q^2 = (1+c^2) T_r T_3^2$  and use the 5 representation where  $T_r Q^2 = 4/3$  and  $T_r (T_3^2) = 1/2$  we get  $c^2 = 5/3$  and from (7.6) it follows

$$\sin^2 \theta_\omega \xrightarrow{Q \gg M_x} 3/8 \quad (7.8)$$

The renormalized value of  $\theta_\omega$  calculated from

$$\sin^2 \theta_\omega(Q^2) = \frac{3 g_1^2(Q^2)}{5 g_2^2(Q^2) + 3 g_1^2(Q^2)} \quad (7.9)$$

at the scale  $Q \sim M_\omega$  is in the range 0.20 - 0.21, and should be compared with the experimental value [16]

$$\sin^2 \theta_\omega(Q \ll M_x) = 0.230 \pm 0.009 \quad (7.10)$$

Although there is good agreement between the calculated value for  $\sin^2 \theta_\omega$  and experiment, it has been pointed out recently that electromagnetic radiative corrections to the values of  $\sin^2 \theta_\omega$  derived from experiments could reduce its value by 0(0.01 to 0.02) [25] getting it closer to the theoretical result. The prediction of  $\sin^2 \theta_\omega$  is, perhaps, the most important achievement of grand unified theories.

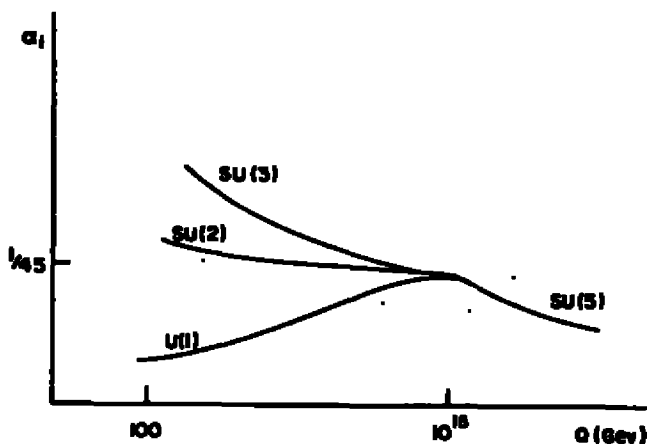


FIG. 7.1 - Qualitative behaviour of the coupling constants.

### 8. HIGGS MECHANISM IN SU(5)

The usual way of implementing the breakdown of SU(5) to SU(3)<sub>c</sub> × U(1) symmetry is by making use of the Higgs mechanism. This symmetry breakdown occurs in two steps. In the first step, one breaks SU(5) down to SU(3)<sub>c</sub> × SU(2)<sub>L</sub> × U(1), and the Higgs field necessary to accomplish this belongs to the adjoint representation of dimension 24<sup>[26]</sup>. The vacuum expectation value of the Higgs field has a scale of O(10<sup>16</sup> GeV). The next level of symmetry breakdown must reproduce the pattern of the Weinberg Salam model, that is, the subgroup SU(2)<sub>L</sub> × U(1) is broken down to U(1)<sub>EM</sub>. This is accomplished with a Higgs field in the fundamental representation (of dimension 5).

The Higgs field in the adjoint (24) representation can be represented by a 5 × 5 traceless Hermitian matrix. The vacuum expectation value that induces the

$$SU(5) \rightarrow SU(3) \times SU(2) \times U(1) \quad (8.1)$$

breakdown is

$$\langle 0 | \phi_{24} | 0 \rangle = v \begin{pmatrix} 1 & & & & \\ & 1 & & & \\ & & 1 & & \\ & & & -3/2 & \\ 0 & & & & -3/2 \end{pmatrix} \quad (8.2)$$

with  $v \sim O(10^{16}$  GeV). The leptoquarks masses  $M_x$  and  $M_y$  will be proportional to  $v$ .

On the other hand, the vacuum expectation value of the fundamental Higgs field,  $H_5$ , responsible for the breakdown

$$SU(3)_c \times SU(2)_L \times U(1) \rightarrow SU(3)_c \times U(1)_{EM} \quad (8.3)$$

is

$$\langle 0 | H_5 | 0 \rangle = v \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad (8.4)$$

with  $V \sim 0(100 \text{ GeV})$ . It is this Higgs sector that will generate the  $W^\pm$ ,  $Z$  and fermion masses. Notice in (8.4) the  $SU(4)$  symmetry left untouched by the VEV of  $H_5$ . This  $SU(4)$  symmetry will be of some consequence for the fermion masses, as will be seen in the next section.

The Higgs mechanism is the source of one of the most serious drawbacks of grand unified theories, namely, the question of hierarchy of symmetry breaking<sup>[27]</sup>. The VEV associated to  $\phi_{21}$  and  $H_5$  are vastly different,

$$\frac{V}{v} \sim 0(10^{-12}) \quad (8.5)$$

nevertheless, they come from the same potential and very unusual conditions among the coupling parameters must be met in order to achieve it. To look into it in more detail, we write down the Higgs potential compatible with  $SU(5)$  symmetry:

$$V(\phi, H) = \frac{\lambda_1}{4} (T_r(\phi^2))^2 + \frac{\lambda_2}{2} T_r(\phi^4) + \frac{1}{4} h (H^\dagger H)^2 + \alpha (H^\dagger H) T_r(\phi^2) + \beta H^\dagger \phi^2 H - \frac{\mu^2}{2} T_r(\phi^2) - \frac{1}{2} v^2 (H^\dagger H) \dots \quad (8.6)$$

Notice that even if we did not wish to include terms mixing  $\phi$  and  $H$  in the potential, they would appear through radiative corrections like the one depicted in fig. 8.1.



FIG. 8.1 - Corrections mixing  $H$  and  $\phi$  Higgs fields.

In order to obtain the VEV ratio (8.5) we must tune the parameters in the potential (8.6) to a precision of 24 decimal places (we are calculating  $V^2/v^2 \sim 0(10^{-24})$ ) a very unnatural condition. But even if we tune the parameters at the tree level to the desired

accuracy, one must still calculate all radiative corrections up to  $O(10^{-24})$ , an impossible task. Notice that a small deviation from the tuned coupling parameters would spoil the world as we know it, a very uncomfortable idea.

### 9. FERMIONIC MASSES

The fermions can get their masses through the Yukawa coupling of  $5^* \times 10$  and  $10 \times 10$  representations. The irreducible decomposition of these couplings are

$$5^* \times 10 = 5 + 45^* \quad (9.1)$$

$$10 \times 10 = 5^* + 45 + 50 \quad (9.2)$$

and in addition to the Higgs of dimension 5, a multiplet 45 could generate fermionic masses as well. If we stick to the Higgs 5, it is easy to see that its coupling to  $10 \times 10$  will generate the u quark mass and to  $5^* \times 10$  will generate the d and e masses. Furthermore, due to the  $SU(4)$  symmetry of the VEV of  $H_5$ , mentioned in the last section, the mass of the d quark and the electron will be equal:

$$\begin{cases} m_e = m_d \\ m_u = m_s \\ m_t = m_b \end{cases} \quad (9.3)$$

Of course this holds at the grand unification energies and in order to calculate the relation (9.3) at accessible energies, renormalization effects must be computed.

The dominant term in the renormalization of the fermionic masses is generated by the emission and absorption of a gluon by a quark<sup>[28]</sup> (Fig. 9.1).



FIG. 9.1 - Dominant contribution to the renormalization of fermionic masses.

The ratio of the mass of the  $Q = -1/3$  quark to the charged lepton, which is 1 at grand unified energies is renormalized to:

$$\frac{m_b(Q)}{m_\tau(Q)} = \left( \frac{g_3(Q^2)}{g_U(Q^2)} \right)^{12/(33-2f)} (1 + \dots) \quad (9.4)$$

Corrections to Eq. (9.1) are due to  $SU(2)$ ,  $U(1)$  contributions and also gluonic terms of higher orders<sup>[29]</sup>.

Using Eq. (9.1) with  $f=6$  and  $Q=2m_q(Q)$ , one gets the following result for the strange and bottom quarks<sup>[28,29]</sup>:

$$\begin{aligned} m_s &\sim .5 \text{ GeV} \\ m_b &\sim 5 \text{ GeV} \end{aligned} \quad (9.5)$$

This is a remarkable result and should be noted that it is very sensitive to the number of flavors. For instance, had a value  $f=8$  been used, the quark masses would be higher by 0(20%).

Eq. (9.1) cannot be used for the down quark once the strong interactions become uncontrollable at very low  $Q$ . However, the ratio

$$\frac{m_d}{m_s} = \frac{m_e}{m_\mu} = \frac{1}{200} \quad (9.6)$$

invariant under the renormalization group, is in obvious conflict with the current algebra result

$$\frac{m_d}{m_s} \sim 0(1/20) \quad (9.7)$$

This conflict is solved by either modifying the simple  $SU(5)$  model by the inclusion of more Higgs fields in a 45 representation<sup>[30]</sup> or by including the effects of post  $SU(5)$  interactions (gravitational interactions at the Plank mass scale)<sup>[31]</sup>.

The mass of the neutrino in the simple  $SU(5)$  model is zero because there are no right handed neutrinos and a Majorana mass  $\nu_L \nu_L$  would violate the  $B-L$  symmetry, thus being not allowed. One can give a mass to the neutrino by introducing the right handed component  $\nu_R$  as a  $SU(5)$  singlet but then much of the beauty of the model (left handedness of all multiplets) is lost.

## 10. OTHER MODELS

The simple  $SU(5)$  model is a remarkable achievement having paved the way towards an unification of strong, electromagnetic and weak interactions in a single gauge theory. However, it has some unattractive features: fermions at each generation belong to a reducible representation ( $5^* + 10$ ); there is a proliferation of representations (at least three  $5^*$ 's and three  $10$ 's), not very nice for a fundamental theory. Attempting to answer some of these questions, many different models extending the simple  $SU(5)$  model have been proposed. We will mention some of them and their main features.

In order to understand the question of the number of generations one can embed  $SU(5)$  into a larger group  $G$ , for example  $SU(N)$ ,  $N \geq 6$ . In these models the generation number or "horizontal" degree of freedom is associated to a local gauge theory<sup>[32]</sup>. Imposing reasonable constraints in the allowed fermion representations it leads to a limit (in most models  $n=3$ ) in the number of families. The price paid to achieve it is a proliferation of unwanted super-heavy fermion representations.

If one requires groups that have its representations automatically anomaly-free, and which admit complex representations under  $SU(3) \times SU(2) \times U(1)$ , then the only choices are  $E_6$  (exceptional group of rank 6)<sup>[33]</sup> and  $SO(10)$ <sup>[34]</sup>.

In  $SO(10)$ , which has 45 gauge bosons, the fermions belong to the spinorial representation of dimension 16. The spinorial representation decomposes under the subgroup  $SU(5)$  as

$$16 = 5^* + 10 + 1$$

In  $SO(10)$  the neutrinos could get a Majorana type mass, ranging anywhere between  $10^{-5}$  eV up to a few eV<sup>[35]</sup>. The Higgs system of dimension 45 breaks

$$SO(10) \rightarrow [SU(3) \times SU(2) \times U(1)] \times U(1) \quad (10.1)$$

The last  $U(1)$  in the right hand of (10.1) corresponds to the  $B-L$  gauge charge. However this symmetry must be broken since it would imply the existence of a massless gauge boson apart from the photon. In order to achieve this symmetry breaking it is necessary to add to the theory Higgs fields of dimension either 120 or 126.

The exceptional group  $E_6$  has 78 generators. In this model the fermions are assigned to the 27 fundamental representations. In

order to generate the spontaneous breakdown, the gauge bosons must be coupled to a Higgs system of dimension 27 and 351. This model allows also a Majorana neutrino in a natural way.

It is very difficult to devise experimental tests to discriminate among different models, for their low energy properties are quite similar. Anyway, as most of them have SU(5) as a physically relevant subgroup, it is not a waste of work to study it, even if another symmetry comes up as the grand unified group.

## 11. COSMOLOGY AND MONOPOLES

Grand unified theories provide a natural frame of reference for the discussion of the initial evolution of the Universe ( $T \sim 10^{19}$  GeV -  $10^{11}$  GeV) [36]. In fact, perhaps the only way to impose constraints on grand unified models is by working out their cosmological consequences and comparing it with the observational data.

The photon density of the 2.7 °K black body radiation is about  $N_\gamma \sim 400 \text{ cm}^{-3}$ , on the other hand the estimated density of matter ranges between  $2 \times 10^{-31} \text{ g cm}^{-3}$  to  $2 \times 10^{-29} \text{ g cm}^{-3}$ , giving a density of baryons (and anti baryons):  $N_B = 10^{-8 \pm 1} \text{ cm}^{-3}$ . The observed baryon to photon ratio is [37]

$$\frac{N_B}{N_\gamma} = 3 \times 10^{-9 \pm 1} \quad (11.1)$$

There is no experimental evidence of hard  $\gamma$ -rays that could come from the annihilation of baryon-anti-baryon, the experimental limits being sufficient to indicate that our local cluster of galaxies does not contain any significant amount of anti matter. Grand unified models have B, C and CP violating forces. These interactions get out of equilibrium in an expanding and cooling Universe. These ingredients provide a frame for the discussion of the matter to entropy ratio (11.1) and the baryon asymmetry of the Universe.

Within the conventional Higgs system, SU(5) admit topologically stable structures [38] with masses of  $O(10^{16} \text{ GeV})$ . However these monopoles would have been produced copiously in the very early Universe [39], close to the number of baryons, and would have survived to our days. They are clearly not seen. There are some proposals to avoid this excess of monopoles by odd mechanisms [40]. Anyway this seems to be a problem with grand unified theories, at least with those that have conventional Higgs mechanism.



## 12. SUMMARY

Grand unified theories have had an exciting development in the last few years, providing a frame for the discussion of the very early Universe and for the understanding of many previously undetermined quantities. Among its achievements we can enumerate:

- charge quantization. Quarks and leptons belong to common representations. So their charges are related, in particular  $Q_d = Q_e / 3$ .

- Weinberg angle. The unbroken theory predicts  $\sin^2 \theta_w = 3/8$ . After radiative corrections are taken into account,  $\sin^2 \theta_w(m) \approx 0.20 - 0.21$ , close to the experimental result.

- proton decay. GUT's predict a lifetime to the proton  $\tau = 10^{31-32}$  years, accessible to the next generation of experiments.

- masses. A good prediction for  $m_b$  ( $\sim 5$  GeV) and  $m_s$  ( $\sim 0.5$  GeV). However the prediction for the  $m_d$  mass is bad. To correct it is necessary to invoke either big Higgs representations of post-GUTS interactions.

- families. To get a reasonable mass value for the  $b$  quark it is necessary to limit the number of quark-lepton families to 3, which is consistent with cosmological constraints.

- $\nu$  mass. Neutrino masses are either zero or very small in all grand unified models, however what is an achievement could become a fiasco if neutrino masses of the order of tens of eV are confirmed.

- cosmology. GUT's provide the frame for the discussion of baryon asymmetry, the ratio baryon/photon and the evolution of the very early Universe.

However not all is easy. of the drawbacks of GUTS we can mention:

- number of parameters. GUT's in its simpler form, that is SU(5), have more than 23 parameters, which are:  $g$ ,  $\mu_{\text{vacuum}}$ , 3 leptonic masses, 6 quark masses, 4 Cabibbo angles plus at least 3 parameters in the Higgs system.

- hierarchy problem. In order to have  $M_{\omega}/M_x \lll 1$ , we must adjust coupling constants to an unnatural precision of 24 decimal places.

- magnetic monopoles. There are too many of them. This problem is attached to the Higgs sector of the theory, perhaps dynamical symmetry breakdown could change that.

-  $m_{u,c,t}$  is arbitrary in this class of theories, there is no way to pin down their values.

But the most annoying prediction of grand unified theories is the Big Desert between  $\sim 100$  GeV up to  $\sim 10^{15}$  GeV, where no new Physics would appear. If we glance at the spectrum of energies (fig. 12.1) one finds Atomic Physics at the scale of eV, Nuclear Physics in the MeV's, Hadronic Physics in the GeV's, Electroweak Physics at the 100 GeV's, then Grand Unified Physics at the  $10^{15}$  GeV's and gravitation at the  $10^{19}$  GeV, leaving a big gap in between. However, hope for new Physics is not lost. If one invokes dynamical symmetry break down instead of the Higgs mechanism in the Weinberg Salam model, new hypercolor Physics at the scale of TeV's is unavoidable. On the other hand one should keep in mind the "Centauro" events found by the Brazil-Japan Collaboration [61], on emulsion exposures in Mt. Chacaltaya. These are hadronic cascades with energy in excess of 100 TeV and could signal new Physics at those scales of energies. However even if life is more complicated than the one predicted by Grand Unified Theories, they would have served the purpose of setting flagpoles in the way towards unification of strong and electroweak interactions with gravitation.

**ACKNOWLEDGEMENT:** We thank A. Natale for many fruitful discussions.

## REFERENCES

- 1 - S. WEINBERG, Phys. Rev. Lett. 19, 1264 (1967);  
A. SALAM, Proc. 8th. Nobel Symposium, Stockholm, ed. N. SVARTHOLM  
(Almqvist and Wiksell, 1968).
- 2 - C.N. YANG and R. MILLS, Phys. Rev. 96, 191 (1954).
- 3 - J.C. PATI and A. SALAM, Phys. Rev. Lett. 31, 661 (1973).
- 4 - H. GEORGI and S. GLASHOW, Phys. Rev. Lett. 32, 438 (1974).
- 5 - H. GEORGI, H.R. QUINN and S. WEINBERG, Phys. Rev. Lett. 33, 451  
(1974).
- 6 - An excellent review on QCD is A.J. BURAS, Rev. Mod. Phys. 52,  
199 (1980).
- 7 - See MARK J. COLL (H. NEWMAN), PLUTO COLL. (Ch. BERGER), TASSO  
COLL. (G. WOLF) and JADE COLL. (S. ORITO) at the Proc. Intern.  
Lepton photon Symp., ed. T. KIRK and H.D. ABARBANEL (Fermilab  
1979).
- 8 - D.P. BARBER, Phys. Rev. Lett. 43, 830 (1979); Phys. Lett. 89B,  
139 (1979);  
Ch. BERGER, Phys. Lett. 82B, 449 (1979); *ibid* 86B, 418 (1979);  
R. BRANDELIK, Phys. Lett. 86B, 243 (1979);  
W. BARTEL et al, DESY Report 79/80 (1979).
- 9 - A. PARA, pg. 343 of ref. 7.
- 10 - S. BRANDT, talk given at the 2nd. Brazilian Meeting on Particles  
and Fields (Cambuquira, 19-22 September 1980). See also ref.7.
- 11 - J. LEITE LOPES, Nucl. Phys. 8, 243 (1958);  
S. BLUDMAN, Nuovo Cimento 9, 433 (1958);  
J. SCHWINGER, Ann. Phys. (NY) 2, 407 (1957).
- 12 - S.L. GLASHOW, Nucl. Phys. 22, 579 (1961).
- 13 - S. WEINBERG, Rev. Mod. Phys. 52, 515 (1980), A. SALAM, *ibid* pg.  
525; S.L. GLASHOW, *ibid* pg. 539.
- 14 - H. GEORGI and S.L. GLASHOW, Nucl. Phys. B167, 173 (1980).
- 15 - J.M. CORNWALL and R.C. SHELLARD, Phys. Rev. D18, 1216 (1978);  
L. SUSSKIND, Phys. Rev. D20, 2619 (1979).
- 16 - K. WINTER, pg. 258 of ref. 7.
- 17 - C.Y. PRESCOTT, pg. 271 of ref. 7.

- 10 - J. LEARNED, F. REINES and A. SOMI, Phys. Rev. Lett. 43, 907 (1979).
- 19 - A.J. BURAS, J. ELLIS, M.K. GAILLARD and D.V. NANOPOULOS, Nucl. Phys. B135, 66 (1978);  
 C. JARLSKOG and F. YNDURAIN, Nucl. Phys. B149, 29 (1979);  
 M. MACHACEK, Nucl. Phys. B159, 37 (1979);  
 A. DIN, G. GIRARDI and P. SORBA, Phys. Lett. 91B, 77 (1980);  
 T.J. GOLDMAN and D.A. ROSS, Phys. Lett. 84B, 208 (1979); Caltech preprint CALT-68-759 (1980). J.F. DONOGHUE, Phys. Lett. 92B, 99 (1980).
- 20 - J. ELLIS, M.K. GAILLARD, D.V. NANOPOULOS and S. RUDAZ, LAPP (An nacy) preprint TH-14 (1980).
- 21 - See M. MACHACEK, ref. 19.
- 22 - S. WEINBERG, Phys. Rev. Lett. 43, 1566 (1979);  
 F. WILCZEK and A. ZEE, Phys. Rev. Lett. 43, 1571 (1979).
- 23 - H.J. LIPKIN, Phys. Rev. Lett. 45, 311 (1980).
- 24 - S. WEINBERG, Phys. Lett. 91B, 51 (1980);  
 P. BINÉTRUY and T. SCHÜCKER, CERN preprints TH-2802 (1980) and TH-2857 (1980);  
 J. ELLIS et al, ref. 20;  
 W. MARCIANO, ROCKEFELLER preprint C00-2232B-195 (1980).
- 25 - See J. ELLIS et al, ref. 20.
- 26 - L-F LI, Phys. Rev. D9, 1723 (1974).
- 27 - F. GILDENER, Phys. Rev. D14, 1667 (1976); Phys. Lett. 92B, 111 (1980);  
 S. WEINBERG, Phys. Lett. 82B, 387 (1979);  
 J. ELLIS, M.K. GAILLARD, A. PETERMAN and C. SACHRAJDA, Nucl. Phys. B164, 253 (1980).
- 28 - M.S. CHANOWITZ, J. ELLIS and M.K. GAILLARD, Nucl. Phys. B128, 506 (1977);  
 A. BURAS et al, ref. 19.
- 29 - D.V. NANOPOULOS and D.A. ROSS, Nucl. Phys. B157, 273 (1979).
- 30 - H. GEORGI and C. JARLSKOG, Phys. Lett. 86B, 297 (1979).  
 H. GEORGI and D.V. NANOPOULOS, Nucl. Phys. B159, 16 (1979).
- 31 - J. ELLIS and M.K. GAILLARD, Phys. Lett. 88B, 315 (1979).
- 32 - P.H. FRAMPTON, Phys. Lett. 88B, 299 (1979); *ibid* 89B, 352 (1980)  
 P.H. FRAMPTON and S. NANDI, Phys. Rev. Lett. 43, 1460 (1979)  
 J. CHAKRABARTI, M. POPOVIC and R.N. MOHAPATRA, Phys. Rev. D21, 312 (1980).

- 33 - F. GÜRSEY, P. RAMOND and P. SIKIVIE, Phys. Lett. 60B, 177 (1976);  
 Y. ACHIMAN and B. STECH, Phys. Lett. 77B, 389 (1978);  
 O. SHAFI, Phys. Lett. 79B, 301 (1978);  
 H. RUEGG and T. SCHÜCKER, Nucl. Phys. B161, 388 (1979);  
 R. BARBIERI and O.V. NANOPOULOS, Phys. Lett. 91B, 369 (1980).
- 34 - H. GEORGI, Particle and Fields, 1974 (APS, Williamsburg), ed. C. E. CARLSON (AIP, New York, 1975) pg. 575;  
 H. FRITZSCH and P. MINKOWSKI, Ann. of Phys. (NY) 93, 193 (1975);  
 M.S. CHANOWITZ et al, ref. 28;  
 H. GEORGI and O.V. NANOPOULOS, Nucl. Phys. B155, 52 (1979).
- 35 - R. BARBIERI, O.V. NANOPOULOS, G. MORCHIO and F. STROCCHI, Phys. Lett. 90B, 91 (1980).
- 36 - A.Yu. IGNATIEV, N.V. KROSHNIKOV, V.A. KUZMIN and A.N. TAVKHELIDZE, Phys. Lett. 76B, 436 (1978);  
 M. YOSHIMURA, Phys. Rev. Lett. 41, 381 (1978); *ibid* 42, 746 (1979) (E); Phys. Lett. 88B, 294 (1979).  
 S. DIMOPOLOS and L. SUSSKINO, Phys. Rev. D18, 4500 (1978); Phys. Lett. 81B, 416 (1979);  
 O. TOUSSAINT, S.B. TREIMAN, F. WILCZEK and A. ZEE, Phys. Rev. O19, 1036 (1979);  
 S. WEINBERG, Phys. Rev. Lett. 42, 850 (1979);  
 A.O. SAKHAROV, Zh. Eksp. Teor. Fiz. 76, 1172 (1979);  
 J. ELLIS, M.K. GAILLARD and O.V. NANOPOULOS, Phys. Lett. 80B, 360 (1979); 82B, 464 (1979) (E).
- 37 - See G. STEIGMAN, Ann. Rev. Nucl. Part. Sci. 29, 313 (1979).
- 38 - G.'t HOOFT, Nucl. Phys. 879, 276 (1974);  
 A.M. POLYAKOV, JETP Lett. 20, 194 (1974).
- 39 - J.P. PRESKILL, Phys. Rev. Lett. 43, 1365 (1979);  
 Ya. B. ZELDOVICH and M.Y. KHLOPOV, Phys. Lett. 79B, 239 (1979).
- 40 - A. GUTH and S-H. H. TYE, Phys. Rev. Lett. 44, 631 (1980).  
 M.B. EINHORN, D.L. STEIN and O. TOUSSANT, Univ. of Michigan Rep. UM-HE-80-1, 1980;  
 P. LANGACKER and S-Y. PI, Phys. Rev. Lett. 45, 1 (1980).
- 41 - Brazil-Japan Collaboration, in Proc. Plovdiv Int. Conf. Cosmic Rays, 1977, ed. B. BETEV (Bulgarian Academy of Science, Sofia, 1977), Vol. 7, pg. 208;  
 N. AMATO (private communication).  
 C.M.G. LATTES, Y. FUJIMOTO and S. HASEGAWA, Phys. Rep. 65, 151 (1980).

CONFERÊNCIA APRESENTADA EM CAMBUQUIRA 1980  
RELATANDO OS TRABALHOS DO GRUPO TEÓRICO DE  
MECÂNICA ESTATÍSTICA E TEÓRIAS DE CAMPOS  
DA IFOSUC-USP E UFSCAR.

R. KOBERLE

DEPARTAMENTO DE FÍSICA E CIÊNCIA DOS MATERIAIS  
INSTITUTO DE FÍSICA E QUÍMICA - SÃO CARLOS-USP

MODELOS BI-DIMENSIONAIS EM MECÂNICA ESTATÍSTICA E  
TEORIA DE CAMPOS

Relatório incluindo os trabalhos do grupo de Mecânica Estatística e Teoria de Campos do IFQSC-USP e UFSCar, que apareceram desde o último encontro em Cambuquira.

- Marino & Swieca , "Order, disorder and generalized statistics"
- Rothe & Swieca , "Fractional winding numbers and the  $U(1)$  problem".
- Alcaraz & Koberle, "Duality and the phases of  $Z(N)$  spin systems"
- Alcaraz & Koberle, "The phases of 2-Dimensional spin & 4-Dimensional gauge systems with  $Z(N)$  sym."
- Alcaraz & Kurak, "Liberation of  $U(N)$  solitons in  $CP^{N-1}$  models by massless quarks".
- Koberle & Kurak, "Solitons in the supersymmetric  $CP^{N-1}$  models".
- Koberle & Kurak, "The S-Matrix of a factorizable supersymm.  $Z(N)$  model".

A finalidade derradeira de nossa atividade profissional é produzir uma Teoria que represente com a precisão desejada a física em 4 dimensões. No caso esta física é a das partículas elementares descrita com a aparelhagem da Teoria Quântica de Campos. Como diz o título o nosso grupo está interessado em propor e analisar modelos "controláveis"; ou são exatamente solúveis ou então existem métodos de aproximação confiáveis. Mesmo assim são injetadas às vezes hipóteses de trabalhos plausíveis.

Como o tipo de modelo acima descrito ainda não existe em 4 dimensões restringimo-nos a um espaço-tempo bidimensional. Esta retirada estratégica não é tão desastrosa quanto pode parecer a primeira vista. Basta lembrar que os seguintes fenômenos foram pela primeira vez descobertos em modelos bidimensionais: dimensões anômalas, confinamento, topologia não trivial.

um número infinito de ~~vacuos~~ relacionados por um ângulo  $\theta$ , mésons, etc. A arte é saber quais as propriedades bidimensionais relevantes para 4 dimensões e quais que são apenas artefatos de um mundo com uma dimensão espacial e uma temporal.

## 2) A Cromodinâmica Quântica na rede

Para delimitar um pouco o terreno a ser abordado vou abraçar o ponto de vista que a Cromodinâmica Quântica ( $CDQ_4$ ) seja a teoria das partículas elementares ~~em~~ interação forte (hádrõns) e o nosso problema é resolver  $CDQ_4$ . Suponhamos então que os hádrõns sejam constituídos por um número pequeno e bem definido de quarks. Estes possuem dois números quânticos importantes: cor e sabor.

$$\text{quarks} \begin{array}{c} \xrightarrow{\text{cor}} \\ \left( \begin{array}{ccc} u & u & u \\ d & d & d \\ s & s & s \\ c & c & c \\ \vdots & \vdots & \vdots \end{array} \right) \end{array} \left| \begin{array}{l} \text{sabor} \\ SU(N)_s \end{array} \right. \begin{array}{l} q_c \\ c = 1, 2, 3 \\ s = 1, 2, \dots, N. \end{array} \quad (1)$$

e se transformam pela representação fundamental do grupo  $SU(3)_c \times SU(N)_s$ . As forças entre os quarks são transmitidas pelos glúons  $A_\mu^c$  que pertencem a representação adjunta de  $SU(3)_c$  e temos portanto  $3^2 - 1 = 8$  glúons. A lagrangeana de  $CDQ_4$ , possuindo invariância local por  $SU(3)_c$ , é:\*)

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{4} F_{\mu\nu}^c F_c^{\mu\nu} + \sum_{s=1}^N \bar{q}_s i \gamma^\mu (\partial_\mu + i g \frac{\lambda_a}{2} A_\mu^c) q_s \quad (2a)$$

\*) Veja também a aula de J. Frankel neste volume.



$$\text{onde } F_{\mu\nu}^c = \partial_\mu A_\nu^c - \partial_\nu A_\mu^c + ig_f f_{abc} A_\mu^a A_\nu^b \quad (2b)$$

$$q_s = \begin{pmatrix} q_1 \\ q_2 \\ q_3 \\ \vdots \end{pmatrix}, \quad s = 1, 2, \dots, N \quad (2c)$$

$\lambda^c = 8$  matrizes  $3 \times 3$  de  $SU(3)$ . O índice de cor é somado de 1 a 8 quando repetido.

Além da invariância local  $SU(3)_c$ ,  $\mathcal{L}$  possui a invariância global  $U(N)_s \times \tilde{O}(N)_s$ .

$$q \rightarrow e^{i\vec{v} \cdot \frac{\vec{\lambda}}{2}} q, \quad q \rightarrow e^{i\vec{v} \cdot \frac{\vec{\gamma}}{2}} q : SU(N)_s \times \tilde{SU}(N)_s \quad (3a)$$

$$q \rightarrow e^{i\vec{v}} q, \quad q \rightarrow e^{i\vec{p} \cdot \vec{r}} q : U(1)_s \times \tilde{U}(1)_s \quad (3b)$$

Qualquer Lagrangeana invariante por  $SU(N)_s$ , será automaticamente invariante por  $U(N)_s$ , pois ganhamos a simetria (3b)  $U(1) \times \tilde{U}(1)$  de graça. Esta observação será relevante quando discutirmos o "Problema  $U(1)$ ".

Analisemos esta Lagrangeana com algum detalhe. A constante de acoplamento  $g$  é adimensional e consequentemente esperamos que QCD<sub>4</sub> seja uma teoria renormalizável, o que foi de fato demonstrado por 't Hooft (1972). Uma maneira de dominar as inevitáveis divergências ultravioletas que vão surgir é a seguinte: Para introduzir um corte a curtas distâncias colocamos a teoria numa rede de hipercúbica e periódica com espaçamento  $a$ . Isto tem duas vantagens: 1) esta regularização preserva a invariância local  $SU(3)_c$  e 2) podemos agora usar os métodos da Mecânica Estatística (após ter passado à métrica Euclidiana).

Uma vez resolvido a teoria na rede, eliminaremos o espaçamento  $a$  tomando o "limite do escale":

$$\begin{aligned}
 T &\rightarrow T_c \\
 a &\rightarrow 0 \quad \text{com } a \cdot \xi = \text{constante}
 \end{aligned}
 \tag{4}$$

$T_c = \text{temperatura crítica}$   
 $\xi = \text{comprimento de correlação.}$

onde supusemos que a teoria na rede exiba uma transição de fase de 2a. ou maior ordem.

A razão de tomar este limite é a seguinte. A função de correlação de duas observáveis na proximidade de uma transição de fase de 2a ordem se comporta como:

$$\langle \theta(r) \theta(0) \rangle \sim e^{-r/\xi}
 \tag{5}$$

com transformada de Fourier  $\sim (\vec{p}^2 + \xi^{-2})^{-1}$ , o que identifica  $\xi^{-1}$  como massa das excitações criadas por  $\theta(r)$ . Por razões dimensionais teremos:

$$m \simeq \xi^{-1} \cdot \frac{1}{a}
 \tag{6}$$

Para obter uma teoria com massas finitas no limite  $a \rightarrow 0$  precisamos ao mesmo tempo tomar o limite  $\xi \rightarrow \infty$ . Isto é ótimo, porque  $\xi$  é uma distância característica da física do sistema e quando ela tende a  $\infty$  podemos desprezar o espaçamento da rede e voltar ao nosso espaço-tempo contínuo. Mas ao mesmo tempo queremos preservar correlações não-triviais entre  $\theta(r)$  e  $\theta(0)$  ou seja  $\langle \theta(r) \theta(0) \rangle \neq 1$ . Fazemos isto indo com  $\vec{r} \rightarrow \infty$  ao mesmo tempo em que  $\xi \rightarrow \infty$ , mantendo assim a mesma correlação como podemos ver da Eq.(5). Resumindo podemos dizer que o limite de escala consiste em medir todas as distâncias em unidades de  $\xi$  (e não de  $a$ ) e tomar o limite  $a \rightarrow 0$  com  $a \cdot \xi = \text{constante}$ .

Por exemplo no modelo de Ising, o comprimento de correlação ferromagnético diverge como  $|1 - T/T_c|^{-\nu}$   $\nu = 4$ . Rescalemos todas as distâncias  $R$  (medidas em unidades de  $a$ ) como  $r = R/\xi = |1 - T/T_c| \cdot R$  e calculemos o seguinte limite

$$S(r_1, \dots, r_n) = \lim_{T \rightarrow T_c} |1 - T/T_c|^{-n\nu} \langle \sigma_{R_1} \dots \sigma_{R_n} \rangle
 \tag{7}$$

com  $R_1 \rightarrow \infty$  e  $r_1$  fixo.  $\bar{K}$  é uma constante relacionada com a dimensão da função de n-pontos e o fator de "renormalização de função de onda"  $|4-T/T_0|^{-n\bar{K}}$  é necessário para obter um limite finito. Isto é claro se lembrarmos que no modelo de Ising  $g^2 = 4$ , enquanto o lado esquerdo da Eq. (7) é a função de Schwinger de uma teoria de campos de um campo escalar  $\psi(r)$ , na qual certamente  $[\psi(r)]^2 \neq 1$ . A existência deste limite é uma afirmação altamente não-trivial e não foi feita para  $CDQ_4$ .

### 3) Confinamento

Voltando a massa Lagrangeana notamos a presença dos operadores de quarks  $q(x)$ . No entanto este objeto não foi observado experimentalmente até hoje. Este problema recebe o nome de confinamento ou seja: não-devem existir partículas associadas ao operador de campo  $q(x)$ . Aliás queremos um pouco mais: nenhum objeto colorido deve ser observável pois até agora nenhum físico experimental conseguiu detectar estados coloridos. Assim o campo colorido  $A_\mu^c$  também deve ser confinado, i.e. em ~~uma~~ Lagrangeana todos os campos são confinados. Esta situação, a primeira vista tão estranha, na verdade deixa de sê-lo se observarmos o seguinte.

Comparamos  $CDQ_4$  a  $EDQ_4$ , cuja estrutura é bem conhecida.  $EDQ_4$  é a teoria mais conhecida com uma invariança local. Sua Lagrangeana  $\mathcal{L}[A, \psi]$  é invariante pela transformação

$$\begin{aligned} A_\mu(x) &\rightarrow A_\mu(x) + \partial_\mu \alpha(x) \\ \psi(x) &\rightarrow e^{i g \alpha(x)} \psi(x) \end{aligned} \quad (8)$$

onde  $\psi(x)$  é o campo de elétron de carga  $g$  e  $A_\mu(x)$  é o campo eletromagnético, que descreve o fóton (que não é carregado). O análogo de  $A_\mu(x)$  na  $CDQ_4$  é o campo  $A_\mu^c(x)$  que é carregado com cor (colorido). Como  $CDQ_4$  é invariante por transformações locais de cor, eu posso em cada ponto de meu espaço-tempo mudar a cor por uma transformação de calibre. Ou seja: o conceito de uma partícula colorida não é bem definido e  $A_\mu^c(x)$  aplicado ao vácuo não deve criar um estado físico. Note que o mesmo não acontece com o

foton, pois  $A_\mu$  não leva carga.

Quanto ao elétron, observe que este cria um campo eletromagnético devido a suas cargas, mas esta nuvem fotônica é neutra e não muda sua carga. Em contrapartida, o quark também cria sua nuvem gluônica, mas esta nuvem é colorida podendo mudar arbitrariamente a cor do quark ou desbotá-lo. Logo  $q_a$  aplicado ao vácuo também não é um estado físico. (Este último parágrafo foi escrito de modo a permitir que se substitua  $q_a$  por  $\bar{q}_a$ , pois  $q_a$  não é um estado físico independentemente do problema de cor).

Não é pois de se estranhar que teorias não-abelianas como  $CDQ_4$  sejam completamente diferentes de seus parceiros abelianos. (As matrizes  $\lambda^c$  em (3) não comutam. Daí o nome não-abeliano). Os argumentos heurísticos dados aqui obviamente não são prova que  $CDQ_4$  seja uma teoria confinante. Isto é um problema altamente não-trivial em aberto.

Um outro fato experimental relacionado com confinamento é a existência de ressonâncias hadrônicas estreitas, que ocorrem em seqüências rotacionais com espaçamento linear. Esta situação é consequência natural de um potencial crescendo linearmente com a distância. Se o potencial fosse de curto alcance o número de estados ligados seria finito. Se fosse Coulombiano teríamos um ponto de acumulação. Existe o modelo dual em que hádrons são cordas e que descreve qualitativamente a situação experimental. Nielsen e Olesen (1973) propuseram uma realização desta ideia em termos de uma teoria de calibre (gauge) que passamos a descrever. O caso mais simples seria a eletrodinâmica de um campo escalar complexo  $\phi(x)$ :

$$\begin{aligned} \mathcal{L} = & -\frac{1}{4} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} - (\partial_\mu + ie A_\mu) \phi^* (\partial^\mu - ie A^\mu) \phi + \\ & + \mu^2 \phi^* \phi - \lambda [\phi^* \phi]^2. \end{aligned} \quad (9)$$

Como o termo de massa possui o sinal errado, o campo adquire um valor esperado no vácuo diferente de zero

$$\langle 0 | \phi | 0 \rangle \neq 0$$

(10)

Este é o modelo de um supercondutor em que o termo de "massa" substituiu a interação elétron-fóton para induzir a quebra espontânea de simetria

$$\phi \rightarrow e^{i\alpha} \phi \quad (11)$$

da Lagrangeana (8). O estado fundamental do supercondutor é uma superposição coerente (autoestado do operador de destruição da partícula carregada:  $a_n |0\rangle = A |0\rangle \Rightarrow \langle 0 | a_n |0\rangle = A \neq 0 \Rightarrow (12)$ ) de partículas carregadas (Higgs de carga  $e$ ). (No supercondutor metálico o condensado é formado por pares de Cooper com carga  $-2e$ .)

Se colocarmos dois monopolos magnéticos emitindo e absorvendo o fluxo magnético  $\frac{2\pi}{e}$  no condensado, este fluxo magnético formerá um tubo fino por efeito Meissner e a energia do par de monopolos crescerá linearmente com sua separação. Eles estarão portanto confinados.

Monopolos magnéticos não existem no EDD e não ser como fontes externas. Mas teorias não-abelianas possuem soluções com as propriedades de monopolos e podemos considerar uma superposição coerente de monopolos, que vão agora confinar as cargas elétricas. Acreditamos que em  $CDU_4$  este é o mecanismo pelo qual os quarks são confinados.

Naturalmente ainda é um caminho longo demonstrar que estas considerações clássicas sobrevivem a quantização e que o estado de energia mais baixa seja realmente um condensado de monopolos.

De qualquer maneira é conveniente ter "critérios de confinamento" à mão. Wilson (1974) propôs a caracterização do vácuo pelo operador

$$A(\mathcal{C}) = \text{Tr} e^{ig \int_{\mathcal{C}} A_{\mu} dx^{\mu}} \quad (12)$$

onde a exponencial é ordenada nos índices do grupo ao longo da curva  $\mathcal{C}$  e o traço é tomado no grupo  $SU(3)_c$ . Numa teoria sem quarks o critério é

$$\text{Se } \langle 0 | A(\mathcal{C}) | 0 \rangle \approx e^{-P_{\mathcal{C}}} \quad \text{gluons não confinados}$$

$$\text{Se } \langle 0 | A(\mathcal{C}) | 0 \rangle \approx e^{-A_{\mathcal{C}}} \quad \text{gluons confinados} \quad (13)$$

onde  $P_{\mathcal{C}}$  e  $A_{\mathcal{C}}$  são o perímetro e a área respectivamente da curva  $\mathcal{C}$ .

't Hooft introduziu um operador dual ao operador  $A(\vec{e})$  trocando quantidades elétricas por magnéticas. Assim o operador de 't Hooft  $B(\vec{e})$  criaria uma corrente de monopolos circulando na curva fechada  $\vec{e}$  e se

$$\langle 0 | B(\vec{e}) | 0 \rangle \sim e^{-\mathcal{A}(\vec{e})} \quad (14)$$

teríamos um condensado de cargas elétricas, Eq. (10), e se

$$\langle 0 | B(\vec{e}) | 0 \rangle \sim e^{-\mathcal{P}(\vec{e})} \quad (15)$$

o vacuo da teoria seria o vacuo normal.

#### 4) Modelos com simetria $Z(N)$ .

Como é muito difícil investigar o que ocorre no  $CDQ_4$ , vamos estudar situações mais simples. Primeiro colocamos a teoria euclidiana numa rede de 4 dimensões. As variáveis da teoria vão viver nos elos ligando os pontos da rede

$$U(r, \mu) = \text{variável dinâmica}$$

No caso de  $CDQ_4$  na rede  $U(r, \mu)$  seriam operadores matriciais do grupo  $SU(3)_C$ . Em nosso caso mais simples  $U(r, \mu)$  são elementos do centro de  $SU(3)$ , i.e. matrizes do grupo  $SU(3)$  que comutam com todas as matrizes. Elas são portanto de forma

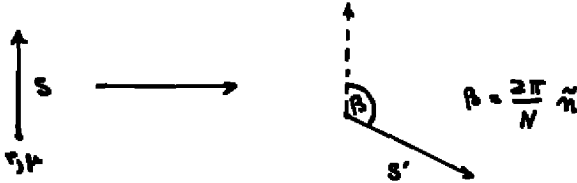
$$S(r, \mu) = \mathbb{1} e^{\frac{2\pi i}{3} n(r, \mu)}, \quad n(r, \mu) = 0, 1, 2.$$

$$\det [S(r, \mu)] = \det \begin{pmatrix} e^{\frac{2\pi i}{3} n} & 0 & 0 \\ 0 & e^{\frac{2\pi i}{3} n} & 0 \\ 0 & 0 & e^{\frac{2\pi i}{3} n} \end{pmatrix} = [e^{\frac{2\pi i}{3} n}]^3 = e^{2\pi i n} = 1. \quad (16)$$

Estudaremos modelos  $Z(N)$  (matrizes do centro de  $SU(N)$ ) da forma  $e^{\frac{2\pi i}{N} n(r, \mu)} \mathbb{1}$ ,  $n=0, 1, 2, \dots, N-1$ ) com simetria local do tipo

$$S(r, \mu) \rightarrow S'(r, \mu) = e^{\frac{2\pi i}{N} \tilde{m}(r, \mu)} S(r, \mu) \quad (17)$$

Pictoricamente



ou seja: podemos fazer rotações locais por ângulos  $\frac{2\pi}{N}$  e múltiplos.

A razão de estudar este grupo é que o grupo  $Z(N)$  classifica as configurações topológicas não triviais de  $SU(N)$  e o folclore diz que topologia não trivial tem algo a haver com confinamento. (Mack 1980). Além disto podemos provar a seguinte desigualdade rigorosa (Mack 1980):

$$|\langle \cdot | A(e) | \cdot \rangle_{SU(N)}| \leq N |\langle \cdot | A(e) | \cdot \rangle_{Z(N)}| \quad (18)$$

ou seja se existe confinamento a uma certa temperatura (ou constante de acoplamento  $g$ ) na teoria  $Z(N)$ , a teoria  $SU(N)$  também exibirá confinamento na mesma temperatura.

Continuando a nossa retirada estratégica observamos que existe uma semelhança muito grande entre teorias de spin  $Z(N)$  a duas dimensões e de teorias de calibre  $Z(N)$  a quatro dimensões. Ambos os modelos são autodualis de uma maneira de formular a aproximação do campo médio a qual prediz o mesmo tipo de diagrama de fase para ambos modelos (Alcaraz 1980).

A autodualidade, aliada a algumas hipóteses de trabalho plausíveis, é um instrumento bastante eficaz para elucidar o diagrama de fase dos modelos  $Z(N)$ . Vamos rapidamente explicar este método no contexto do modelo de spin  $Z(2)$  em 2 dimensões, ou seja o modelo de Ising.

A função de partição neste caso é

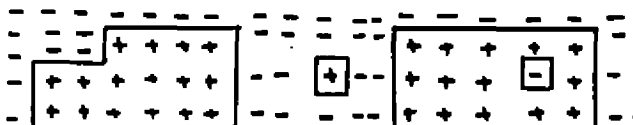
$$\begin{aligned} Z &= \sum_{\{\sigma_i\}} e^{K \sum_{ij} \sigma_i \sigma_j} = \sum_{\sigma} \prod_{ij} e^{K \sigma_i \sigma_j} = (2K)^{M/2} \sum_{\sigma} \prod_{ij} (1 + K \sigma_i \sigma_j) \\ &= (2K)^{M/2} \sum_{\sigma} (1 + K \sigma_i \sigma_j + K^2 \sigma_i \sigma_j \sigma_k \sigma_l + \dots) \end{aligned} \quad (19)$$

De  $\sum_i \epsilon_i = 0$ ,  $\sum_i \epsilon_i^2 = \sum_i 1 = 2$  vemos que obtemos um resulta

do nulo, e não ser quando  $\epsilon_1, \dots, \epsilon_n$  formarem um polígono fechado. Desta maneira o cálculo de  $Z$  se reduz a computar o número de polígonos fechados de perímetro  $L$  na rede:

$$Z \approx \sum_L g(L) (hK)^L \quad (20)$$

onde  $g(L)$  é o número de polígonos fechados de perímetro  $L$ . Podemos agora introduzir uma rede dual, cujos vértices estão localizados em  $(i + \frac{1}{2}, j + \frac{1}{2})$ , onde vivem spins  $\mu_{ij}$ . Para cada termo de série [20] podemos definir uma configuração de spins  $\mu_{ij}$ , associando por exemplo  $\mu_{ij} = +1$  aos  $\mu_{ij}$ 's no interior de um certo polígono. Toda vez que atravessamos o perímetro de um polígono mudamos o sinal de  $\mu$  como indicado na figura



A função de partição deste novo modelo de Ising na rede dual com acoplamento  $\tilde{K}$  é

$$\begin{aligned} \tilde{Z} &= \sum_{\mu} \prod_{ij} e^{\tilde{K} \mu_i \mu_j} \approx \sum_L e^{(N-L)\tilde{K}} e^{-\tilde{K}L} g(L) \\ &\approx \sum_L g(L) (e^{-2\tilde{K}})^L \end{aligned} \quad (21)$$

Se existir um único ponto crítico  $Z$  e  $\tilde{Z}$  devem divergir neste mesmo ponto  $K_{cr}$  ou seja

$$hK_{cr} = e^{-2K_{cr}}$$

De onde obtemos a constante crítica do modelo de Ising

$$K_{cr} = \frac{1}{2} \log(1 + \sqrt{2}) \quad (22)$$

Uma generalização deste método será usado nos modelos  $Z(N)$  que passamos a apresentar. Serão modelos bidimensionais com simetria  $Z(N)$  global e que são muito semelhantes a modelos quadrimensionais com simetria  $Z(N)$  local. A ação ferromagnética



ca mais geral com simetria global  $Z(N)$  é

$$\begin{aligned}
 A &= - \sum_{\langle ij \rangle} \left\{ \frac{J_1}{2} [S^+(i)S(j) + c.c. - 2] + \frac{J_2}{2} [(S^+(i)S(j))^2 + c.c. - 2] + \dots \right. \\
 &\quad \left. + \frac{J_N}{2} [(S^+(i)S(j))^N + c.c. - 2] \right\} \\
 &= - \sum_{\langle ij \rangle} \left\{ \frac{J_1}{2} \left[ \cos \left( \frac{2\pi}{N} (m(i) - m(j)) \right) - 1 \right] + \dots + \right. \\
 &\quad \left. + \frac{J_N}{2} \left[ \cos \left( \frac{2\pi}{N} N(m(i) - m(j)) \right) - 1 \right] \right\}
 \end{aligned}$$

onde  $\tilde{N} = [N/2]$  (23)

Como sempre aparece o produto  $SS^+$  a ação é invariante pela transformação

$$S(r) \rightarrow S'(r) = e^{\frac{2\pi i}{N} \tilde{N}} S(r) \quad (24)$$

onde  $\tilde{N}$  é independente de  $r$ . Note que a fase é discreta pois  $S'(r)$  também deve satisfazer  $S^N = 1$ . Pode-se verificar (Alcaraz 1980) que na matriz de transferência do modelo (23) aparecem operadores  $R$  tendo as seguintes relações de comutação com a matriz diagonal  $S$ :

$$S R = e^{\frac{2\pi i}{N}} R S \quad (25)$$

Esta relação de comutação é característica de um sistema com spin  $S=1/N$  (Para  $N=2$  obtemos as relações de anticomutação para spin  $1/2$ ). Apesar de que sistemas  $Z(N)$  exibam infinitas leis de conservação (Köberle e Swieca 1979, Basnilov e Pokrovsky 1980) uma solução exata não foi obtida até agora e uma das dificuldades é o tratamento dos spins estranhos acima.

Os resultados mais interessantes da análise dos diagramas de fase (Alcaraz 1980) são:

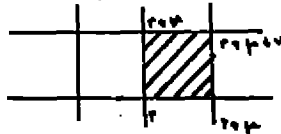
- 1) No diagrama de fase aparecem fases com simetria  $Z(N')$ , onde  $N'$  é qualquer número primo que comparece na decomposição de  $N$  em números primos. Por exemplo, o sistema  $Z(28)$  terá fases simétricas  $Z(2)$  e  $Z(7)$ .
- 2) Para  $N > 4$  (pelo menos) todo sistema  $Z(N)$  exibe uma fase mágn. onde o comprimento de correlação é infinito em toda uma

região do espaço das constantes de acoplamento  $J_{\alpha}$ . (Quando  $N \rightarrow \infty$  esta fase mole se transforma na fase de baixas temperaturas do modelo xy. (Rotor plano).) Neste fase mole todas as potências do parâmetro de ordem e de desordem se anulam.

Para detalhes veja Alcaraz e Köberle 1980 b, Alcaraz 1980.

Estes resultados podem, com algumas modificações, ser entendidos a teorias de calibre em 4 dimensões. Como já dissemos, neste caso as variáveis dinâmicas vivem nos elos da rede e não nos vértices. A ação com simetria local  $Z(N)$  será composta por plaquetas  $A_p$ :

$$A_p = S(r, \mu) S(r+\mu, \nu) S^+(r+\mu+\nu, \nu) S^+(r, \nu) \quad (26)$$



A operação de simetria local  $G(r_0)$  consiste em rodar por um ângulo  $\frac{2\pi}{N}$  (ou múltiplo) todos os  $S(r, \mu)$  associados a elos que emanam do ponto  $r_0$ . A plaqueta  $A_p$  é invariante por  $G(r)$  porque dos elos emanando de qualquer ponto  $r$  da rede, sempre dois (ou nenhum) pertencem a  $A_p$ . Destes dois um comparece com  $S$  e outro sempre com  $S^+$ , de modo que o produto das faixas  $e^{\frac{2\pi i}{N} \tilde{a}(r, r)}$  dá um.

Vamos terminar com modelos na rede aqui e passemos a apresentar um método muito poderoso, porém, restrito a duas dimensões.

### 5) BOSONIZAÇÃO

Como não existe um grupo de rotação em 2 dimensões, o conceito de spin é artificial. Uma consequência disto é que podemos transformar bósons em férmions (por uma transformação não-local). Daremos aqui apenas uma idéia do método. Mais detalhes po-

dem ser encontrados em Marino 1980, Swieca 1977, Marino e Swieca 1980.

Vamos mostrar que um fermion  $\Psi_\alpha(x,t)$  pode ser representado por uma exponencial de campo bosônico  $\phi(x,t)$ , que satisfaz suas relações de comutação canônicas

$$[\phi(x,t), \dot{\phi}(y,t)] = i\delta(x-y) \quad (27)$$

A representação é:

$$\Psi_\alpha(x,t) = \left(\frac{\mu}{2\pi}\right)^{1/2} : \exp \left[ -i\gamma_\alpha \frac{\alpha+\delta}{2} \phi(x,t) - i\frac{\alpha-\delta}{2} \int_x^\infty \dot{\phi}(y,t) dy \right] \quad (28)$$

onde  $\mu$  é um parâmetro de massa arbitrário ( $\phi$  não tem dimensão enquanto que  $\psi$  possui dimensão  $1/2$  no sistema de unidades em que  $c=\hbar=1$ ),  $:$  indica ordenação normal em relação aos operadores de criação e destruição do bosão e  $\alpha$  e  $\delta$  são constantes. Vamos usar a fórmula

$$: e^A : : e^B : = e^{[A,B]} : e^{A+B} : \quad (29)$$

válida se  $[A,B]$  = número "c" (isto é, não é um operador).

Escrevendo

$$\Psi_\alpha(x,t) = \left(\frac{\mu}{2\pi}\right)^{1/2} : e^{i\chi_\alpha(x,t)} : \quad (30)$$

temos

$$[\chi_\alpha(x,t), \chi_\beta(y,t)] = \frac{(\alpha+\delta)(\alpha-\delta)}{4}$$

$$= \left\{ \left[ \gamma_\alpha^\epsilon \phi(x,t), \int_y^\infty \dot{\phi}(y',t) dy' \right] + \left[ \int_x^\infty \dot{\phi}(x',t) dx', \gamma_\beta^\epsilon \phi(y,t) \right] \right\}$$

onde usamos que

$$[\phi(x,t), \phi(y,t)] = [\dot{\phi}(x,t), \dot{\phi}(y,t)] = 0.$$

Mas, usando (27) temos

$$\left\{ \right\} = \frac{\alpha^2 - \delta^2}{4} \left[ i\gamma_\alpha^\epsilon \Theta(x-y) + i\gamma_\beta^\epsilon \Theta(y-x) \right] \quad (31)$$

onde  $\Theta(x)$  é a função degrau de Heaviside. Inserindo em (29)

obtemos

$$\begin{aligned} \psi_1(x,t) \psi_1(y,t) &= e^{2\pi i \xi a(x-y)} \psi_1(y,t) \psi_1(x,t) \\ \psi_2(x,t) \psi_2(y,t) &= e^{-2\pi i \xi a(x-y)} \psi_2(y,t) \psi_2(x,t) \end{aligned} \quad (32)$$

o que mostra que  $\xi = \frac{1}{N}$  é o spin de  $\psi_1(x,t)$ . Se  $\xi = \frac{1}{2}$  obtemos as relações de anticomutação usuais, já que  $e^{2i\pi\xi a(x-y)} = -1$ .

Este método foi usado de maneira extremamente elegante em Marino 1980, para estudar o modelo de Thirring-Schwinger e continua promissor para investigar outros modelos com relações de comutação estranhas.

### 6) GERAÇÃO DINÂMICA DE MASSA

Voltemos a nossa Lagrangeana (2) e notemos outro problema que precisa ser resolvido.

Ao impor a invariância por  $SU(N)$  ganhamos de graça a simetria por  $U(N)$ . Com isto  $L_{CDQ}$  apresenta a simetria por

$$U(1) \times \tilde{U}(1) = \left\{ \begin{array}{l} q \rightarrow e^{i\alpha} q \\ \bar{q} \rightarrow e^{-i\alpha} \bar{q} \end{array} \right\} \quad (33)$$

A simetria  $\tilde{U}(1)$  implica que os quarks têm massa nula. Mas a espectroscopia hadrônica requer que a massa do quark  $M_q$  seja diferente de zero. Qual é a resolução deste problema?

Como  $CDQ_4$  é um modelo de difícil tratamento, voltemos novamente a modelos mais simples em problemas análogos, aparcem e vejamos lá sua resolução. Restará a descoberta de mecanismos semelhantes em  $CDQ_4$ :

No modelo de Gross-Neveu a massa do fermion é gerada dinamicamente e acredita-se que o mesmo mecanismo deve prevalecer em  $CDQ_4$ . O modelo de G-N é descrito pelo seguinte Lagrangeano bidimensional:

$$\mathcal{L} = i \bar{\psi}_a \gamma^\mu \partial_\mu \psi_a + \frac{g_0}{N} (\bar{\psi}_a \psi_a)^2, \quad a=1,2,\dots,N. \quad (34)$$

Notemos que este modelo (a menos das  $N$  componentes do

fermion) foi proposto por Nambu e Jona-Lasinio em 4 dimensões. Acontece que somente em 2 dimensões ele é renormalizável e portanto tratável com tecnologia a disposição. A renormalizabilidade é equivalente ao fato de que  $g_0$  não possui dimensão (o fator  $1/N$  foi incluído por conveniência posterior), tal como em  $CO_4$ .  $L_{GI}$  possui a simetria discreta

$$\Psi_a \rightarrow \gamma_5 \Psi_a \quad (35)$$

que seria quebrada pela presença de um termo de massa  $M\bar{\Psi}\Psi$ .

Vamos investigar este modelo usando a expansão  $1/N$ , isto é, ao invés de fazer perturbação em potências de  $(g_0)$ , façamo-lá em potências de  $(1/N)$ . A função de dois pontos do fermion será expandida da seguinte maneira:

$$\begin{aligned} \text{---} \circ \text{---} &= \frac{\text{---} \circ \text{---}}{g_0/N} + \dots \\ &= \text{---} \circ \text{---} + \text{---} \text{---} + \dots \end{aligned} \quad (36)$$

onde a linha pontilhada apenas identifica os extremos e os gráficos de 2ª linha explicitam o fluxo da simetria interna. A bolha do 1º gráfico contém um traço sobre o índice  $a$ , que gera um fator  $N$ , fazendo com que este gráfico domine o segundo (que na expansão em potências de  $g_0$  seria da mesma ordem!). Somando a série geométrica devido a bolha acima, geramos uma massa para  $\Psi_a$

$$M = i g_0 \int \frac{d^2 k}{(2\pi)^2} \text{tr} [(K - M)^{-1}] \quad (37)$$

onde introduzimos um corte ultra-violeta  $\Lambda$ , porque a bolha (36) é logaritmicamente divergente. Renormalizando o gráfico acima pela introdução de um contra-termo de massa, subtraído em algum ponto  $\mu$ , obtemos o comportamento

$$M \approx \mu e^{-1/g_0} \quad (38)$$

ou seja: o processo de renormalização trocou um parâmetro adimensional  $g_0$  por uma massa  $M$ .

M possui uma singularidade essencial em  $\zeta_0=0$  e o processo de geração de massa é não-perturbativo em  $\zeta_0$ , tal como acontece no modelo BCS de supercondutividade. Como apareceu uma massa, a simetria discreta (35) foi espontaneamente quebrada e

$$\langle 0 | \bar{\psi} \psi | 0 \rangle \neq 0 \quad (39)$$

pois a expansão de  $\langle 0 | \bar{\psi} \psi | 0 \rangle$  em  $1/N$  começa exatamente com a bolha em (35). Como

$$\bar{\psi} \psi \rightarrow \bar{\psi} e^{2i\gamma_5} \psi \quad \text{por } \tilde{U}(1) \quad (40)$$

concluimos que o vácuo não é invariante por  $\tilde{U}(1)$ .

Acreditamos que um mecanismo semelhante deve operar em  $CDQ_4$ , que, uma vez levado em conta, deve resolver os problemas infra-vermelhos discutidos pelo Prof. Fronkel em sua aula. De nosso ponto de vista elas provêm de uma expansão em torno de um vácuo errado usando operadores não-físicos ( $q_c$  e  $A_c^\dagger$  são coloridos!) O problema é que a expansão  $1/N$  não existe para  $CDQ_4$ .

## 7) O PROBLEMA $\tilde{U}(1)$

No modelo G-N foi gerado uma massa concomitantemente com a quebra espontânea de um simetria discreta. Em  $CDQ_4$  a equação dinâmica implicaria na quebra espontânea da simetria contínua

$$q \rightarrow e^{i\gamma_5} q \quad (41)$$

Em 4 dimensões isto implica pelo Teorema de Goldstone no aparecimento de um boson de massa nula com isospin zero. O hadron mais leve com  $I=0$  é o meson  $\eta$  com massa

$$m_\eta = 549 \text{ MeV} \quad (42)$$

o que é muito maior que zero, ou seja o tal boson de Goldstone não existe. Esta situação é resumida pelo subtítulo acima: o problema  $\tilde{U}(1)$ .

A situação é a seguinte: A simetria  $U(1)$  implica na existência de uma corrente [de Noether] conservada. No caso ela é:

$$\partial^\mu J_\mu^c = 0 \quad \text{com} \quad J_\mu^c = \sum_{s=1}^N \bar{q}_s \gamma_\mu \tau_s^c q_s \quad (43)$$

Podemos deduzir a seguinte identidade de Ward (ignorando os problemas de renormalização)

$$\begin{aligned} \int d^4x \partial_\mu^x \langle 0 | T J_\mu^c(x) \{ \bar{q}_R(y) q_L(y) \} | 0 \rangle &= \\ = \int d^4x \langle 0 | T \partial_\mu J_\mu^c(x) \{ \bar{q}_R(y) q_L(y) \} | 0 \rangle &+ \\ + \langle 0 | [ Q_c, \{ \bar{q}_R(y) q_L(y) \} ] | 0 \rangle & \end{aligned} \quad (44)$$

Como o último termo é  $\langle 0 | \{ \bar{q}_R q_L \} | 0 \rangle \neq 0$ , se  $U(1)$  for espontaneamente quebrado, então o lado esquerdo de (44) também será diferente de zero. No espaço dos momentos

$$\int d^4x \partial_\mu^x \langle 0 | T \partial^\mu(x) \dots | 0 \rangle = \lim_{p \rightarrow 0} \langle 0 | T \tilde{O}_p(\tau) \dots | 0 \rangle \cdot p^\mu \quad (45)$$

Para que esta expressão não se anule, devemos ter

$$\langle 0 | T \tilde{O}_p(\tau) \dots | 0 \rangle \simeq \frac{p^\mu}{p^2} \quad (46)$$

o que indica a existência de partículas de massa nula (Demonstração heurística do teorema de Goldstone).

Como evitar este bost<sup>2</sup>. Em analogia com o modelo do Schwinger bidimensional argumentemos da seguinte maneira. Levando em conta efeitos de renormalização na dedução (44), sabemos que aparece uma anomalia, de modo que  $J_\mu^c$  não seja conservado, mas

$$\partial^\mu J_\mu^c = 2N \frac{g^2}{32\pi^2} F_{\mu\nu}^c F_c^{\mu\nu} \quad (47)$$

Apesar de  $J_\mu^c$  não ser conservado, existe a seguinte corrente conservada, obtida notando-se que

$$F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} = \partial_\mu K^\mu, \quad K^\mu = A^\nu F^{\mu\nu} + \dots \quad (48)$$

de modo que a corrente

$$\tilde{J}_\mu^5 = J_\mu^5 - 2N K_\mu \quad (49)$$

é conservada

$$\partial^\mu \tilde{J}_\mu^5 = 0 \quad (50)$$

Podemos agora repetir a dedução da identidade de Ward (44) para  $\tilde{J}_\mu^5$ , e concluiremos que existe um boson de Goldstone com  $I=0$ , mas que não pertence ao espaço de Hilbert físico, pois  $\tilde{J}_\mu^5$  não é invariante por transformações de calibre (veja equação (48)) e o operador em (48) também não será uma observável. Com isto o boson foi expurgado do subespaço físico e o problema resolvido. A menos de alguns detalhes, que serão tratados pelo Prof. Swieca na escola de verão USP 1981.

Um problema surge da identidade de Ward para  $J_\mu^5$ . Ela diz agora que

$$\frac{g^2}{32\pi^2} \int d^4x T_\tau F_{\mu\nu}^* F^{\mu\nu} = \nu \in \mathbb{Z} \quad (51)$$

isto é  $\nu$  é um número inteiro. Como o operador  $\bar{q} q$  carrega quiralidade  $\chi_1$ , da equação (47) temos

$$\chi = 2N\nu \quad (52)$$

ou seja

$$\nu = \frac{\chi}{2N}$$

isto é, em contradição a equação (51), para  $N>1$  a carga topológica  $\nu$  é fracionária!! Aparentemente os problemas acabam aparecendo sob forma nova em algum lugar!

Para ver a consistência do  $\Delta_{\text{arrazado}}$  acima recorremos a um modelo. Rothe e Swieca (1980) estudaram o modelo G-N chiral acoplado a um campo eletromagnético

$$\begin{aligned} \mathcal{L} = & -\frac{1}{4} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} + \bar{\psi} (i\not{\partial} + A) \psi + \\ & + g^2 [(\bar{\psi}\psi)^2 + (\bar{\psi}i\gamma_5\psi)^2] \end{aligned} \quad (53)$$



e observaram realmente a veracidade da relação  $v = \hbar/2M$ . Observe que alguém poderia ter argumentado assim: como existe geração dinâmica de massa para os quarks a equação (47) deve ser na verdade assim:

$$\partial^\mu J_\mu^5 = 2N \frac{q^2}{32\pi^2} \text{Tr} F_{\mu\nu}^* F^{\mu\nu} + 2M \bar{q} q \quad (54)$$

O fato é que o termo  $2M\bar{q}q$  não aparece no modelo estudado.

Devido a esta confusão toda, pode o leitor apreciar(?) a utilidade de mais e mais modelos controláveis!!! Para finalizar apresentamos apenas um só. Quem tiver apetite veja os trabalhos de Kőberle e Kurak.

### 8) O MODELO $CP^{N-1}$

É um modelo bidimensional com muitas propriedades que pensamos existir no  $COQ_4$ , tais como instantons, vácuos  $\Theta$ , topologia não-trivial, confinamento, etc. Também é o primeiro modelo com infinitas leis de conservação no caso clássico, mas que não sobrevivem a quantização (veja M. Gomes neste conferência). A sua Lagrangeana é:

$$\mathcal{L} = \frac{\alpha}{2d} \text{Tr} \{ (\partial^\mu g) (\partial_\mu g^{-1}) \} \quad (55)$$

onde  $\alpha$  é uma constante e  $g$  uma matriz  $N \times N$  da forma

$$g = e^{i\pi P}, \quad P^2 = P \quad (56)$$

de modo que  $P$  é um projetor. Para representá-lo podemos introduzir um campo escalar  $z_\alpha(x)$  de  $N$  componentes e

$$P_{\alpha\beta}(x) = z_\alpha(x) z_\beta^*(x), \quad z^\alpha \cdot z = \sum_{\alpha=1}^N z_\alpha^* z_\alpha = 1 \Leftrightarrow P^2 = P. \quad (57)$$

Devido a condição  $z^\alpha \cdot z = 1$  temos só  $N-1$  campos independentes, daí o nome  $CP^{N-1}$ . As equações de movimento são

$$\partial^\mu j_\mu = 0 \quad \text{com } j_\mu = g^{-1} \partial_\mu g. \quad (58)$$

Introduzindo um campo composto  $A_\mu(x)$  :

$$A_\mu(x) = i \sum_{\alpha=1}^N z_\alpha^\dagger \partial_\mu z_\alpha(x) \quad (59)$$

podemos reescrever a Lagrangeana como segue:

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2} D_\mu z^\dagger \cdot D^\mu z \quad (80)$$

onde  $D_\mu z = (\partial_\mu + i A_\mu) z$

Nesta forma fica óbvio que o modelo possui a invariância de calibre

$$z_\alpha(x) \rightarrow e^{i\alpha(x)} z_\alpha(x) \quad (81)$$

Seria uma eletrodinâmica para o boson  $z_\alpha(x)$  acoplado ao "campo eletromagnético"  $A_\mu(x)$  (que no caso não é um campo independente), mas sem o termo  $-\frac{1}{2} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu}$ .

Porém se considerarmos o propagador de campo composto  $A_\mu(x)$  em 1<sup>o</sup> ordem de  $1/N$  temos:



$\begin{array}{l} \text{---} \rightarrow A_\mu \\ \text{---} \rightarrow z_\alpha \end{array} \quad (82)$

Ou seja, renormalizando as bolhas de modo a preservar a invariância de calibre obtemos a seguinte correção para o propagador de  $A_\mu$

$$\langle T \tilde{A}_\mu(p) \tilde{A}_\nu(0) \rangle = \frac{-iN}{4\pi} \left[ g_{\mu\nu} - \frac{p_\mu p_\nu}{p^2} \right] \frac{1}{p^2} \int_0^1 dx \dots \quad (83)$$

Se quisermos ambientar este termo numa Lagrangeana efetiva, que já leva em conta correções de 1<sup>o</sup> ordem em  $1/N$ , teríamos o termo seguinte

$$\text{const} \cdot (\partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu)^2 \quad (84)$$

**CONCLUSÃO:**

Geramos dinamicamente um campo "eletromagnético"  $A_\mu(x)$  com seu termo de energia cinética. Este campo de massa zero confina agora as "partículas" criadas por  $\mathcal{L}_4(x)$ , pois o potencial de Coulomb em duas dimensões é

$$V(r) \sim \log r \quad (85)$$

Estes modelos e generalizações supersimétricas foram analisadas por K berle e Kurek (1979) e Abdalla et al (1980).

REFERÊNCIAS:

- Abdalla, E. e Abdalla, C. e Gomes, M.O.C. 1980, IFUSP.
- Alcaraz, F.C. 1980, Tese de Doutorado, "Estudo de sistemas de spins e duas dimensões e de calibre e quatro dimensões com simetria  $Z(N)$ ", USP 1980.
- Alcaraz, F.C. e Köberle, R. 1980a, J.Phys. A13, L153-160.
- Alcaraz, F.C. e Köberle, R. 1980b, J.Phys. A (a ser publicado).
- Bashilov, Yu. A e Pokrovsky, S.V. 1980 Comm. Math. Phys. 75.129
- Köberle, R. e Swieca, J.A. 1979 Phys. Lett. 86B, 2
- Nielsen, H.B. e Olesen, P. 1973 Nucl.Phys. B61, 45
- Marino, E.C. 1980, Tese de doutorado, PUC 1980.
- Marino, E.C. e Swieca, J.A. 1980, Nucl. Phys.
- 't Hooft, G. 1972 Nucl.Phys. B40, 318
- Rothe, K.D. e Swieca, J.A. 1980 Nucl.Phys.
- Swieca, J.A. 1977 Fort. der Physik 25, 303
- Wilson, K. 1974 Phys.Rev. D14 , 2455.

ALGUNS RESULTADOS EM MODELOS BI-DIMENSIONAIS

Marcelo O.C.Gomes - IFUSP

Neste seminário eu gostaria de apresentar alguns trabalhos realizados na Universidade de São Paulo, no contexto de modelos bi-dimensionais. Estas pesquisas são as seguintes:

1. Indução de contratermos no modelo de Federbush <sup>(1)</sup>  
(M.Gomes e A.F. da Silva)
2. Anomalia na carga quântica não local do modelo  $CP^{n-1}$  <sup>(2)</sup>  
(E.Abdalla, M.C.Abdalla e M.Gomes)
3. Matriz S em teoria de perturbações a altas energias para os modelos de Gross e Neveu quiral e  $CP^{n-1}$  <sup>(3)</sup>  
(E.Abdalla e M.C.Abdalla).

O primeiro desses trabalhos trata de um problema típico de renormalização enquanto que nos outros a renormalização é apenas um aspecto dentro de um problema mais geral. A seguir, consideraremos com algum detalhe, cada um desses trabalhos :

1) Em modelos bi-dimensionais envolvendo férmions o grau de divergência superficial de um gráfico próprio, é dado por

$$\delta(\gamma) = 2 - \frac{N_\gamma}{2}, \quad N_\gamma = \text{nº de linhas de férmions externas de } \gamma$$

Vemos daí que gráficos com quatro linhas de férmions externas são logaritmicamente divergentes. Portanto, contratermos quadrilíneos, diferentes dos já presentes na Lagrangiana original podem ser necessários para tornar as funções de Green bem definidas. Um exemplo concreto desta situação é o modelo de Federbush. Este modelo foi proposto em 1961 por P. Federbush <sup>(4)</sup> e consiste numa teoria de dois campos fermiônicos  $\psi_1$  e  $\psi_2$  descritos pela densidade de Lagrangiana

$$\mathcal{L} = \frac{i}{2} \bar{\Psi}_1 \not{\partial} \Psi_1 - M_1 \bar{\Psi}_1 \Psi_1 + \frac{i}{2} \bar{\Psi}_2 \not{\partial} \Psi_2 - M_2 \bar{\Psi}_2 \Psi_2 + g \epsilon_{\mu\nu} (\bar{\Psi}_1 \gamma^\mu \Psi_2) (\bar{\Psi}_2 \gamma^\nu \Psi_1) \quad (1)$$

Neste caso, em princípio, contratermos do tipo  $(\bar{\Psi}_1 \gamma^\mu \Psi_1)^2$ ,  $(\bar{\Psi}_2 \gamma^\mu \Psi_2)^2$ ,  $(\bar{\Psi}_1 \Psi_1)(\bar{\Psi}_2 \Psi_2)$ ,  $(\bar{\Psi}_1 \gamma^5 \Psi_1) \bar{\Psi}_2 \Psi_2$ ,

etc. poderiam, no sentido acima, ser induzidos. A questão que se coloca é se existem ou não critérios naturais capazes de fixar a ambiguidade inerente na definição da parte infinita de tais contratermos. Os autores da ref.1 mostraram que este problema de renormalização é compatível com as simetrias assintóticas do modelo. A prescrição obtida de tal análise é a seguinte: contratermos devem ser adicionados de forma tal que a interação em (1) possa ser interpretada como

$g \epsilon_{\mu\nu} j_1^\mu j_2^\nu$  onde  $j_1^\mu$  e  $j_2^\mu$  são vertices renormalizados das correntes  $\bar{\Psi}_1 \gamma^\mu \Psi_1$  e  $\bar{\Psi}_2 \gamma^\mu \Psi_2$  satisfazendo

$$\partial_\mu j_{1,2}^\mu = 0 \quad \text{e} \quad \epsilon_{\mu\nu} \partial^\nu j_{1,2}^\mu \rightarrow 0$$

quando  $M_1$  e  $M_2 \rightarrow 0$ .

Como exemplo da aplicação deste critério, consideremos os gráficos mostrados na fig.1, que constituem as contribuições de ordem mais baixa para as funções de vértice de 4 pontos. No caso dos gráficos da fig.1a, é facilmente verificado que o vértice trilinear com índice  $\mu$  satisfaz o critério acima. Assim concluímos que a soma de tais gráficos não requer contratermos. Para o gráfico da fig.1b, por outro lado, pode-se verificar que um contratermo do tipo

$$c \bar{\Psi}_1 \gamma^\mu \Psi_1 \bar{\Psi}_2 \gamma_\mu \Psi_2 \quad (c = \text{constante finita})$$

torna-se necessário a fim de implementar a condição de transversali-

dade (conservação de corrente).

Este tipo de análise, quando estendida a ordens mais elevadas, fornece como resultado que os únicos contratermos são do tipo  $(\bar{\psi}_1 \gamma^{\mu} \psi_1)^2$ ,  $(\bar{\psi}_2 \gamma^{\mu} \psi_2)^2$  e  $\epsilon_{\mu\nu} (\bar{\psi}_1 \gamma^{\mu} \psi_2)(\bar{\psi}_2 \gamma^{\nu} \psi_1)$ .

De um modo geral, esquemas de subtrações gráfico a gráfico podem induzir contratermos finitos diferentes dos acima mencionados. É o que acontece, por exemplo, no caso do esquema de BPHZ usual.<sup>(5)</sup> Para evitar a indução desses contratermos adicionais, os autores da ref.1, construíram um esquema de subtrações onde as massas  $M_1$  e  $M_2$  são feitas zero (nos termos de subtração), exceto no gráfico da fig.2. Para evitar a ocorrência de divergências infravermelhas, cada fator  $\epsilon_{\mu\nu}$  é substituído, nos termos da subtração, por  $\epsilon_{\mu\nu} \frac{q^2}{q^2 - \mu^2}$ , onde  $q$  é o momento fluindo através da linha ondulada correspondente.

Foi mostrado também que a ambiguidade associada com o valor de  $\mu$  é irrelevante pois as funções de vértice satisfazem a equação do grupo de renormalização

$$\left[ \mu \frac{\partial}{\partial \mu} + \sigma \frac{\partial}{\partial g} - N_1 \gamma_1 - N_2 \gamma_2 \right] \Gamma^{(N_1, N_2)} = 0 \quad (2)$$

2) O modelo  $CP^{n-1}$  corresponde a extensão mais simples do modelo sigma não linear para um modelo com simetria de Gauge de segunda espécie. Classicamente ele é descrito pela densidade de Lagrangiana

$$\mathcal{L} = \bar{D}_\mu \bar{z} \overline{D^\mu z}$$

onde

$$D_\mu = \partial_\mu + i A_\mu, \quad A_\mu = \frac{i}{n} \bar{z} \overleftrightarrow{\partial}_\mu z \quad (3)$$

$$\bar{z} z = \sum_{a=1}^n \bar{z}_a z_a = \frac{n}{2f}$$

O modelo exibe um número infinito de leis de conservação tanto locais como não locais. A existência de tais leis de conservação está ligada a integrabilidade clássica do modelo. A carga não local de ordem mais baixa é dada por

$$Q^{(2)ij} = \int dy_1 dy_2 \varepsilon(y_1 - y_2) j_0^{ij}(t, y_1) j_0^{kj}(t, y_2) - \frac{n}{2\lambda} \int dy j_3^{ij}(t, y) \quad (4)$$

onde  $j_A^{ij}$  é a corrente conservada associada com rotações complexas no espaço de "isospin".  $j_A$  satisfaz

$$\partial_n j_0^{ij} - 2 j_A^{ij} + 2 \frac{2\lambda}{n} [j_A, j_0]^{ij} = 0 \quad (5)$$

Usando (5) e  $\partial_t j_0^{ij} = 0$  pode-se verificar explicitamente que  $\frac{d}{dt} Q^{ij} = 0$ .

No caso quântico, devido as singularidades do produto de correntes para pontos coincidentes, tais manipulações têm que ser revistas. Através da análise do produto das correntes, no caso do modelo  $O(n)$  Lüscher mostrou que uma carga conservada e bem definida pode ser construída mudando adequadamente o coeficiente do 2º termo em (4). Lüscher mostrou também que a conservação desta carga implica na proibição de produção de partículas e em equações de fatorização, ingredientes importantes no programa de construção de matrizes S exatas.

No caso do modelo  $CP^{n-1}$ , analogamente a ref. 6, a carga quântica é definida por

$$Q = \lim_{S \rightarrow 0} P.M. Q_S$$



onde

$$Q_S = \frac{1}{n} \int_{\gamma_1 - \gamma_2 | z_S} d\gamma_1 d\gamma_2 \varepsilon(\gamma_1 - \gamma_2) j_0^{ik}(t, \gamma_1) j_0^{kl}(t, \gamma_2) - \frac{z}{n} \int d\gamma j_i^{ik}(t, \gamma) \quad (6)$$

onde o coeficiente  $z = \frac{n}{2\pi} \log \left( \frac{e^{x-1} m}{2} \varepsilon \right)$

pode ser obtido através da expansão de Wilson.

$$j_\mu^\alpha(x+\varepsilon) j_\nu^\beta(x) - j_\nu^\beta(x) j_\mu^\alpha(x+\varepsilon) = A_{\mu\nu}^{\alpha\beta}(\varepsilon) j_\rho^\gamma + B_{\mu\nu}^{\alpha\beta}(\varepsilon) \partial_\rho j_\rho^\gamma + C_{\mu\nu}^{\alpha\beta}(\varepsilon) z_i \bar{z}_j F_{\rho\sigma} \quad (7)$$

$$A_{\mu\nu}^{\alpha\beta} = \frac{n}{2\pi} \left[ -\frac{\delta_{\mu\nu} \varepsilon_\rho}{\varepsilon^2} + \frac{\delta_{\mu\rho} \varepsilon_\nu}{\varepsilon^2} + \frac{\delta_{\nu\rho} \varepsilon_\mu}{\varepsilon^2} + 2 \frac{\varepsilon_\mu \varepsilon_\nu \varepsilon_\rho}{(\varepsilon^2)^2} \right]$$

$$B_{\mu\nu}^{\alpha\beta} = \frac{n}{2\pi} \left[ \left( \frac{1}{2} + \frac{1}{4} \log \frac{m^2 \varepsilon^2}{4} \right) (\delta_{\mu\rho} \delta_{\nu\sigma} - \delta_{\nu\rho} \delta_{\mu\sigma}) + \frac{\delta_{\mu\nu} \varepsilon_\rho \varepsilon_\sigma}{2\varepsilon^2} - \frac{\delta_{\mu\rho} \varepsilon_\nu \varepsilon_\sigma}{2\varepsilon^2} - \frac{\delta_{\nu\rho} \varepsilon_\mu \varepsilon_\sigma}{2\varepsilon^2} + \frac{\delta_{\mu\rho} \varepsilon_\nu \varepsilon_\sigma}{2\varepsilon^2} + \frac{\delta_{\nu\rho} \varepsilon_\mu \varepsilon_\sigma}{2\varepsilon^2} + \frac{\varepsilon_\mu \varepsilon_\nu \varepsilon_\rho \varepsilon_\sigma}{(\varepsilon^2)^2} \right],$$

$$C_{\mu\nu}^{\alpha\beta} = \frac{n}{2\pi} \left[ 2 \delta_{\mu\rho} \frac{\varepsilon_\nu \varepsilon_\sigma}{\varepsilon^2} + 2 \frac{\delta_{\nu\rho} \varepsilon_\mu \varepsilon_\sigma}{\varepsilon^2} \right]$$

Para obter-se (7) uso foi feito da expansão  $1/n$  do modelo, como descrito na ref. 7. O coeficiente  $C_{\mu\nu}^{\alpha\beta}$  recebe em ordem mais baixa contribuição dos diagramas da fig.3. Apesar de bem definida,  $Q^{ij}$  não é mais conservada. Realmente expandindo (7) obtemos

$$\frac{dQ^{ij}}{dt} = -\frac{z}{n} \int_{-\infty}^{\infty} z_i \bar{z}_j F_{10} d\gamma \quad (8)$$

A não conservação de  $Q$  fornece uma explicação para a não fatorização da matriz  $S$ . A não trivialidade de  $S$  é também esperada se levarmos em conta que o modelo descreve partons confinados.

Aparentemente esta conexão entre produção de partículas e a não existência de leis de conservação quânticas não locais tem um caráter bem geral. Assim nos modelos de Gross e Neveu, Gross e Neveu quiral e suas extensões supersimétricas esperamos que as leis de conservação não locais sobrevivam no processo de quantização. Este tipo de consideração é formalmente ilustrado pelo modelo  $CP^{n-1}$  acoplado com férmions via acoplamento mínimo.<sup>(8)</sup> A densidade de Lagrangiana do modelo é

$$\mathcal{L} = D_\mu z \overline{D_\mu z} + i \overline{\psi} \gamma^\mu (\partial_\mu - i A_\mu) \psi$$

onde  $\overline{z} z = \frac{n}{n-1}$

$$A_\mu = \frac{if}{n} (z \overleftrightarrow{\partial}_\mu z + i \overline{\psi} \gamma^\mu \psi) \quad (9)$$

Um cálculo formal fornece

$$[j_\mu^+, j_\nu^-] = \frac{1}{2} \overline{z}_\mu z_\nu (\partial_\mu j_\nu - \partial_\nu j_\mu) + \left[ \frac{z_i z_j}{2} \overleftrightarrow{\partial}_\mu (z_k \overleftrightarrow{\partial}_\nu \overline{z}_k + i \overline{z}_k z_k A_\mu) - (v \omega \lambda) \right]^{(10)}$$

Usando (9) em (10) temos

$$[j_\mu^+, j_\nu^-] = \frac{1}{2} \overline{z}_\mu z_\nu (\partial_\mu j_\nu - \partial_\nu j_\mu) + [z_i z_j \overleftrightarrow{\partial}_\mu (f \delta^\mu \lambda) - (v \omega \lambda)] \quad (11)$$

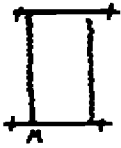
Assim, na teoria quantizada, além da anomalia achada no caso do modelo  $CP^{n-1}$ , teremos uma contribuição adicional devido a anomalia de Adler da corrente axial  $\bar{\psi} \gamma^{\mu} \gamma^5 \psi$  em (11). Pode ser explicitamente verificado que estas anomalias cancelam-se entre si resultando uma bem definida e conservada carga quântica não local.

3) Eu gostaria de relatar, finalmente, uma série de trabalhos, realizados por E.Abdalla e M.C.B.Abdalla, sobre o comportamento a altas energias, da matriz S dos modelos de Gross e Neveu quiral e  $CP^{n-1}$ , em teoria de perturbações <sup>(3)</sup>. Estas investigações tiveram sua motivação original num trabalho de Zamolodchikov e Zamolodchikov onde tal estudo foi feito para o modelo sigma não linear <sup>(9)</sup>. Nesse caso existe uma perfeita coincidência entre os cálculos perturbativos e a expressão da matriz S exata. Para realizar os cálculos os autores evitaram as divergências infravermelhas pela introdução de um termo de massa  $\mu$ . Foi mostrado que a amplitude de espalhamento partícula anti-partícula a  $180^\circ$  é igual a zero o que torna essas matrizes candidatas a classe II da classificação geral de Berg et al. <sup>(10)</sup> Entretanto, as outras amplitudes fogem totalmente dos resultados esperados. É conjecturado que isto é devido ao spin anômalo <sup>(11)</sup>  $\frac{1}{2} - \frac{1}{2N}$  das partículas físicas do Gross e Neveu quiral.

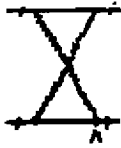
## REFERÊNCIAS

- 1) M.Gomes e A.F. da Silva, IFUSP preprint P-218 (1980).
- 2) E.Abdalla, M.C.Abdalla e M.Gomes, IFUSP preprint P-223 (1980).
- 3) E.Abdalla e M.C.Abdalla, Il Nuovo Cimento 57A,334(1980) e Phys. Lett. 94B,69(1980).
- 4) P.Federbush, Phys.Rev. 121,1247(1961).
- 5) M.L.Tapper, Nuovo Cim. 25A,165(1975)  
B.Schroer, T.T.Truong e P.Weisz, Ann.Phys. 102,156(1976)  
P.Hhaleu, Nucl.Phys. B116,491(1976).
- 6) M.Lüscher, Nucl.Phys. B135,1(1978).
- 7) A.D'Adda, P. di Vecchia, M.Lüscher, Nucl.Phys. B146,63 (1978).
- 8) R.Köberle, V.Kurak, IFUSP preprint P-202(1980).
- 9) A.B.Zamolodchikov e Al.B.Zamolodchikov, Nucl.Phys. B133, 525(1978).
- 10) B.Berg, M.Karowski, V.Kurak e P.Weisz, Nucl.Phys. B134, 125(1978).
- 11) R.Köberle, V.Kurak e J.A.Swieca, Phys.Rev. D20,897(1979).

Figuras



(a)



(b)

Fig 1



Fig 2.

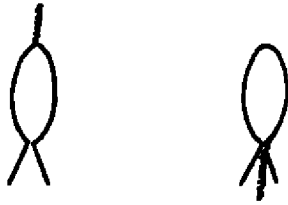


Fig 3

**MODELO HIDRÓDINÂMICO**

e

**"MISSING-MASS CLUSTERS"**

Y. HAMA

Instituto de Física, Universidade de São Paulo,

São Paulo, Brasil

**RESUMO :**

Aplica-se o modelo hidrodinâmico de Landau para se estudar propriedades de "missing-mass clusters" e comparam - se as previsões teóricas com os dados existentes.

## 1) INTRODUÇÃO

É bem conhecido que em colisões entre dois hádrons a altas energias com produção múltipla de partículas, frequentemente uma das partículas incidentes (ou as duas?) sobrevive durante a interação, aparecendo após a qual com os mesmos números quânticos (carga, número bariônico, etc.) e conservando uma boa fração da energia incidente. Esta partícula é chamada de "leading particle" e a sua existência é constatada, por exemplo, na distribuição longitudinal de prótons em colisões pp, onde  $\frac{1}{\sigma} \frac{d\sigma}{dx}$  - constante em todo o intervalo de  $x$  ( $x=2p_{||}/s$ ). Quanto ao restante das partículas produzidas, elas parecem formar um agrupamento, ao qual chamaremos de "missing-mass cluster". O que se propõe então é descrever este sistema como proveniente da desintegração de uma bola de fogo, que se forma tendo como núcleo a outra partícula incidente. A idéia não é nova <sup>1)</sup>, mas nos trabalhos anteriores a aplicação se limitava a "clusters" de pequenas massas ou mesmo quando se consideravam eventualmente "clusters" pesados <sup>2)</sup>, as suas propriedades nunca foram estudadas, a não ser sob o ponto de vista puramente de ajuste direto de dados.

Num trabalho anterior <sup>3)</sup>, propusemos então que, em reações da forma



se considerassem duas etapas (ver a Fig. 1) :

I) a formação de uma bola de fogo achatada,



II) a subsequente expansão e o decaimento de  $X(M)$  produzindo as partículas finais. Esta fase seria descrita pelo modelo hidrodinâmico

mico da Landau. 4)

Nesta comunicação, vamos fazer um resumo dos resultados anteriores obtidos com estas hipóteses e vamos relatar também alguns resultados mais recentes. 5)

## 2) MULTIPLICIDADE MÉDIA

A multiplicidade média de  $X(M)$  é calculada, levando-se em conta que i) a expansão da bola de fogo é adiabática (estamos considerando um fluido perfeito), ii) a equação de estado é, como para a radiação do corpo negro,

$$p = \frac{\epsilon}{3} \quad (1)$$

iii) no instante inicial toda a energia  $M$  é concentrada numa pequena região do espaço de volume  $V = \frac{V_0}{\gamma_0} = \frac{2m_\pi V_0}{M}$ ,  $V_0 = \frac{4}{3} \pi R^3$  e  $R \sim \frac{1}{m_\pi}$ , e que iv) a dissociação ocorre a temperatura  $T_d = m_\pi$  (segue da condição  $nV_0 = 1$ , onde  $n$  é a densidade de partículas). O resultado é

$$\bar{N}_c = a/M \quad (2)$$

onde  $a = f(T_d) R^{3/2}$ ,  $f(T_d) = 1.45$  e  $T_d = m_\pi$ .

Os únicos parâmetros aqui e nos cálculos subsequentes são  $T_d$  e  $R$ , cujos valores são aproximadamente fixados pelo próprio modelo. Mostramos na Fig 2 a comparação do resultado acima com os dados obtidos no ISR.

## 3) DISTRIBUIÇÃO DE MULTIPLICIDADES

A distribuição de multiplicidades é obtida, partindo-se da função de grand-partição  $Z$  para um gás de Bose a temperatura  $T_d$



$$\log Z = T_d \sum_i \log \left( 1 - e^{\frac{\mu - \omega_i}{T_d}} \right), \quad (3)$$

da qual podemos calcular os momentos <sup>6)</sup>

$$\Delta q \equiv T_d^q \frac{\partial^q}{\partial \mu^q} \log Z \Big|_{\mu=0} \quad (4)$$

Uma vez determinados os momentos, a probabilidade de se ter  $N$  partículas em  $X(M)$  é dada <sup>7)</sup> por

$$P(N) = \frac{1}{\pi} \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} d\xi e^{-iN\xi} \exp \left[ \sum_q \frac{\Delta q}{q!} (i\xi)^q \right]. \quad (5)$$

Na Fig. 3 comparam-se as previsões teóricas para  $\psi(z) \equiv \bar{N}_c P(N_c)$ ,  $z = N_c / \bar{N}_c$ , obtidas desta maneira com dados para diferentes valores de  $M$ . A nossa função  $\psi(z)$  não apresenta a conhecida "scaling" de KNO verificada pelos dados experimentais pela quantidade análoga definida para a colisão toda (isto é, sem separar a partícula "leading". A nossa distribuição de multiplicidades fica cada vez mais estreita com o aumento da massa, o que parece ser confirmado pelos dados mostrados.

#### 4) DISTRIBUIÇÃO DE MOMENTA

Para o cálculo da distribuição de momenta, devemos resolver a eq. de Euler relativístico

$$\begin{aligned} \partial^\mu T_{\mu\nu} &= 0, \\ T_{\mu\nu} &= (\epsilon + p) u_\mu u_\nu - g_{\mu\nu} p, \end{aligned} \quad (6)$$

levando-se em conta a eq. de estado (1). Como o estado inicial de X(M) é achatado, a expansão deve ocorrer principalmente na direção longitudinal e é razoável supor o movimento unidimensional. Nessa aproximação, a equação acima pode ser exatamente resolvida <sup>8)</sup>, fornecendo-nos a densidade de partículas como função, por exemplo, da rapidez do fluido  $\frac{d\sigma}{d\Omega}$ . Para obter a distribuição de partículas finais, devemos ainda considerar o movimento térmico através da distribuição de Bose ou de Fermi conforme o tipo de partículas finais

$$f(T_d, \vec{p}) = \frac{A}{e^{\frac{E}{T_d}} \mp 1} \quad (7)$$

Temos finalmente

$$\omega \frac{d\sigma}{d\vec{p}} = \int f(T_d, p) dp, \quad (8)$$

que poderá ser comparada com os dados experimentais existentes.

Antes de mais nada, como a expansão transversal do fluido é pequena (desprezada no caso), a distribuição de  $p_T$  é determinada essencialmente pela função  $f(T_d, \vec{p})$ , que a  $90^\circ$  no C.M. se comporta como  $\sim \exp[-\sqrt{p_T^2 + m^2}/T_d]$ ,  $T_d = m_\pi$ . Esta é uma excelente previsão (já existente na versão original do modelo <sup>4)</sup>), quando comparada com as distribuições inclusivas medidas <sup>9)</sup>

$$\omega \frac{d\sigma}{d\vec{p}} \Big|_{\frac{\pi}{2}} \sim e^{-\sqrt{p_T^2 + m^2}} \quad (9)$$

A Figura 4 mostra as distribuições de pseudo-rapidez calculadas a partir da eq. (8) para diferentes valores de  $M$  e  $s = 934 \text{ GeV}^2$ . Finalmente, a Figura 5 mostra uma comparação de  $\frac{1}{s} \frac{d\sigma}{dx}$ ,  $x = \frac{2p_T}{\sqrt{s}}$  com os dados para dois valores diferentes de  $M$  e a energia de  $\sqrt{s} = 62 \text{ GeV}$ . Nesta última figura, vê-se que a previsão teórica simples é um pouco larga demais (embora ainda razoável) e a consideração do esfriamento adicional devido à expansão transversal melhora consideravelmente o acordo.

##### 5) CONCLUSÃO E ALGUMAS OBSERVAÇÕES ADICIONAIS

O modelo apresentado aqui é extremamente simples e apesar disso todos os dados pertinentes são consistentemente explicados por ele. É verdade que os dados são escassos e uma verificação mais completa seria desejável.

Uma pergunta que se pode fazer é como a bola de fogo inicial é formada e se com este modelo poderemos descrever globalmente a produção múltipla. Algumas questões relacionadas, como por exemplo o cálculo da multiplicidade média  $\langle N_C \rangle (s)$  e dos momentos de multiplicidades, já discutimos na Ref. 3). Seria, entretanto, necessário verificar quantitativamente as afirmações feitas lá.

Finalmente, gostaria de mencionar que uma das características de modelos hidrodinâmicos é a existência da temperatura final  $T_d = m_f$ , abaixo da qual cessam as interações fortes a não ser eventualmente (aqui não me refiro evidentemente a interações dentro de uma partícula entre as suas constituintes), e a partir da qual podemos falar em partículas elementares. Em consequência, as partículas pesadas são fortemente suprimidas neste modelo, propriedade esta man-

tida na nossa versão.

#### REFERÊNCIAS

- 1) S.Takagi, Prog.Theor.Phys. 7 (1952) 123.
- 2) M.Jacob e R.Slansky, Phys.Letters 37B (1971) 408;  
R.C.Hwa, Phys.Rev.Letters 26 (1971) 1143.
- 3) Y.Hama, Phys.Rev. D19 (1979) 2623.
- 4) L.D.Landau, Izv.Akad.Nauk SSSR 17 (1953) 51;  
S.Z.Belenkij e L.D.Landau, Usp.Fiz.Nauk 56 (1955) 309;  
Nuovo Cimento, Suppl. 3 (1956) 15. Estes artigos apa-  
recem também em "Collected Papers of L.D.Landau", edi-  
tado por Ter Haar (Gordon and Breach, New York, 1965).
- 5) Y.Hama e F.W.Pottag, a ser publicado.
- 6) F.Cooper e E.Schonberg, Phys.Rev. D8 (1973) 334.
- 7) Z.Koba, em Proceedings of the 1973 CERN-JINR School  
of Physics (não publicado), pg. 171.
- 8) I.M.Khalatnikov, Zh.Eksp.Teor.Fiz. 27 (1954) 529.
- 9) K.Guettler et al, Phys.Lett. 64B (1976) 111;  
Nucl.Phys. B116 (1976) 77.
- 10) Colaboração CHLM, M.G.Abbow et al., Nucl.Phys. 102B(1976)  
275.
- 11) M.Basile et al., Phys. Lett. 92B (80) 367. As multipli-  
cidades foram estimadas, integrando  $\frac{1}{N_{ev}} \frac{dN_{tracks}}{dx^A}$
- 12) S.Barshay et al., Phys.Rev.Lett. 32 (1974)1390.

Legendas para as figuras

- Fig. 1 : Desenho esquemático da formação de bola de fogo e seu decaimento, vistos no seu sistema próprio.
- Fig. 2 : Multiplicidade média, eq. (2), como função de  $M^2$ . Os dados experimentais são de Refs. 10) e 11).
- Fig. 3 : Comparação de  $\phi(z) \equiv \bar{N}_c(M)P(N_c)$ , onde  $P(N_c)$  é dada pela eq. (5), com dados<sup>12)</sup> para diferentes intervalos de  $M^2$
- Fig. 4 : Distribuições de pseudo-rapidez em relação ao C.M., obtidos a partir da eq. (8) para diferentes intervalos de  $M^2$ . Os dados experimentais são da Ref. 10).
- Fig. 5 :  $\frac{1}{\sigma} \frac{d\sigma}{dx}$  calculados a partir da eq. (8) para dois intervalos de  $M^2$ . A curva pontilhada corresponde a  $M^2 = 2000 \text{ GeV}^2$  e foi obtida diretamente. Para o cálculo das outras curvas, levou-se em conta o esfriamento adicional devido à expansão lateral, tomando-se  $\log(T/T_0) = 0,8 \log(T_d/T_0)$ , onde  $T_0$  = temperatura inicial e T seria a "fração" da temperatura final devido ao esfriamento causado pela expansão longitudinal.

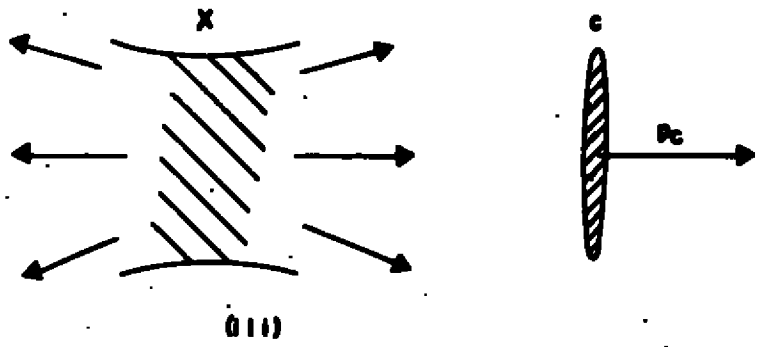
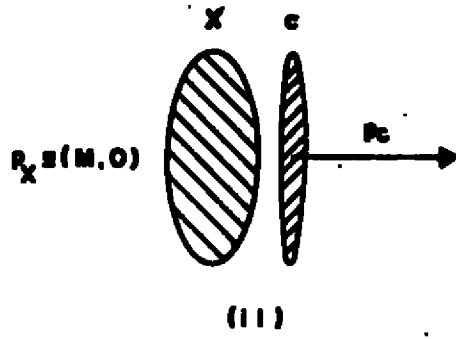
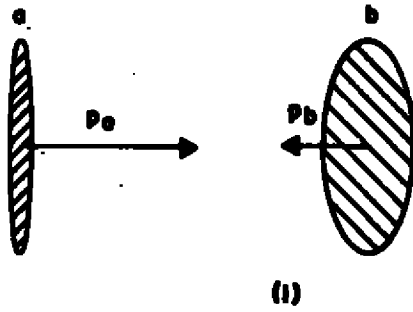


Fig. 1

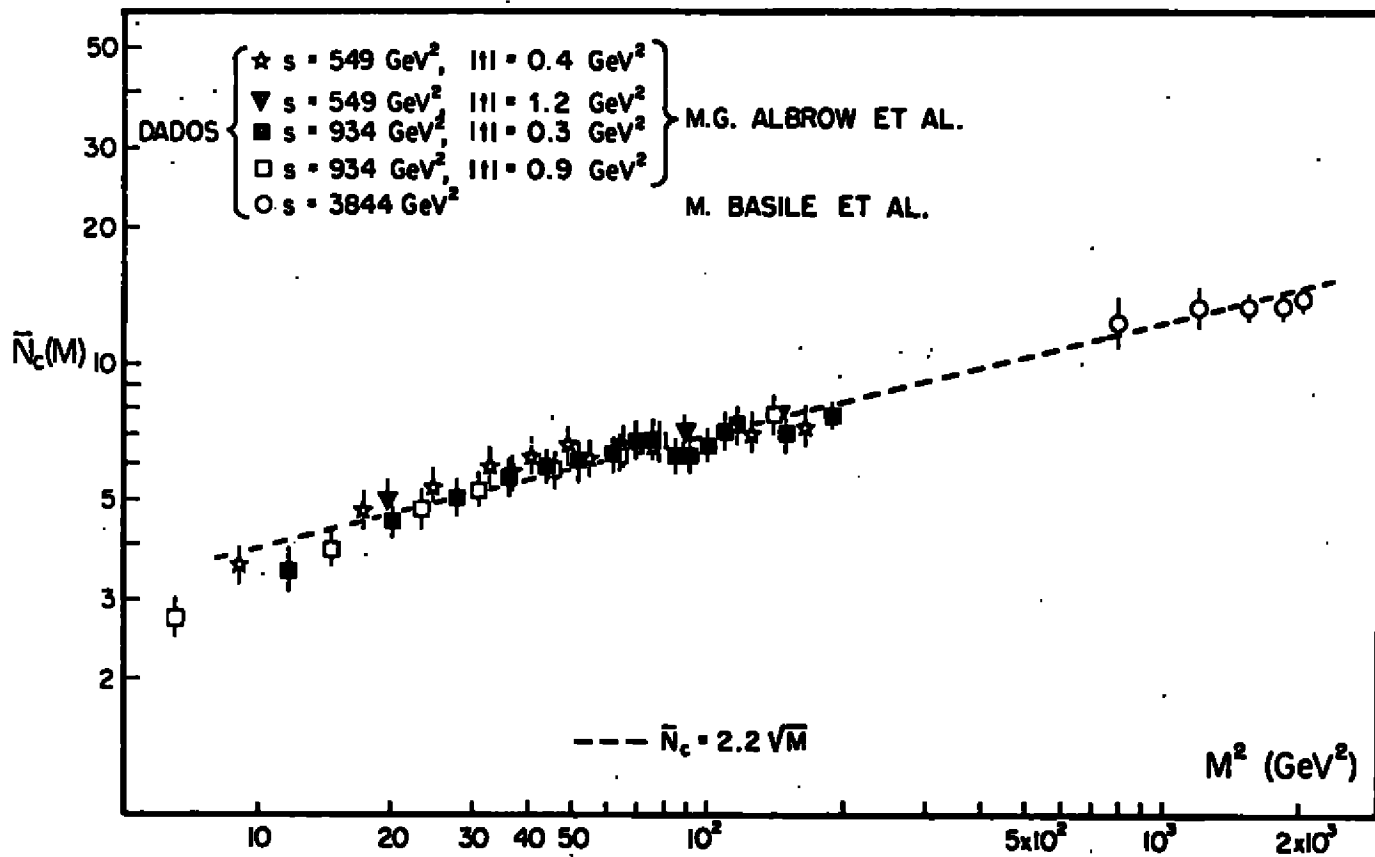


Fig. 2

FIG. 4

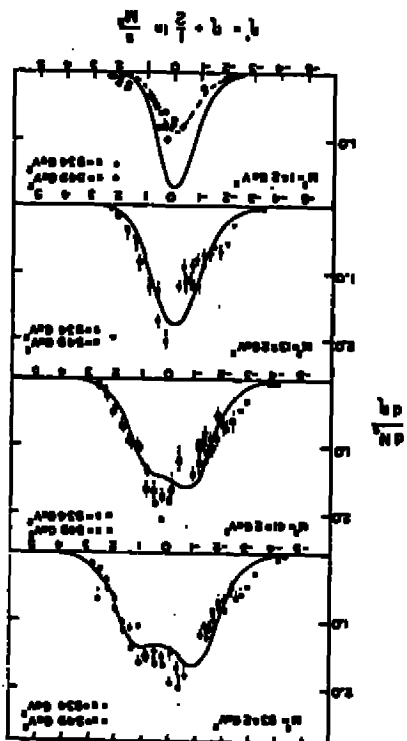
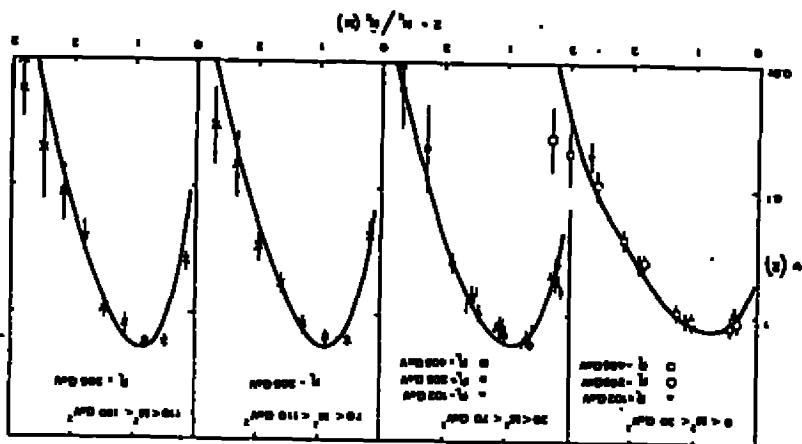


FIG. 5





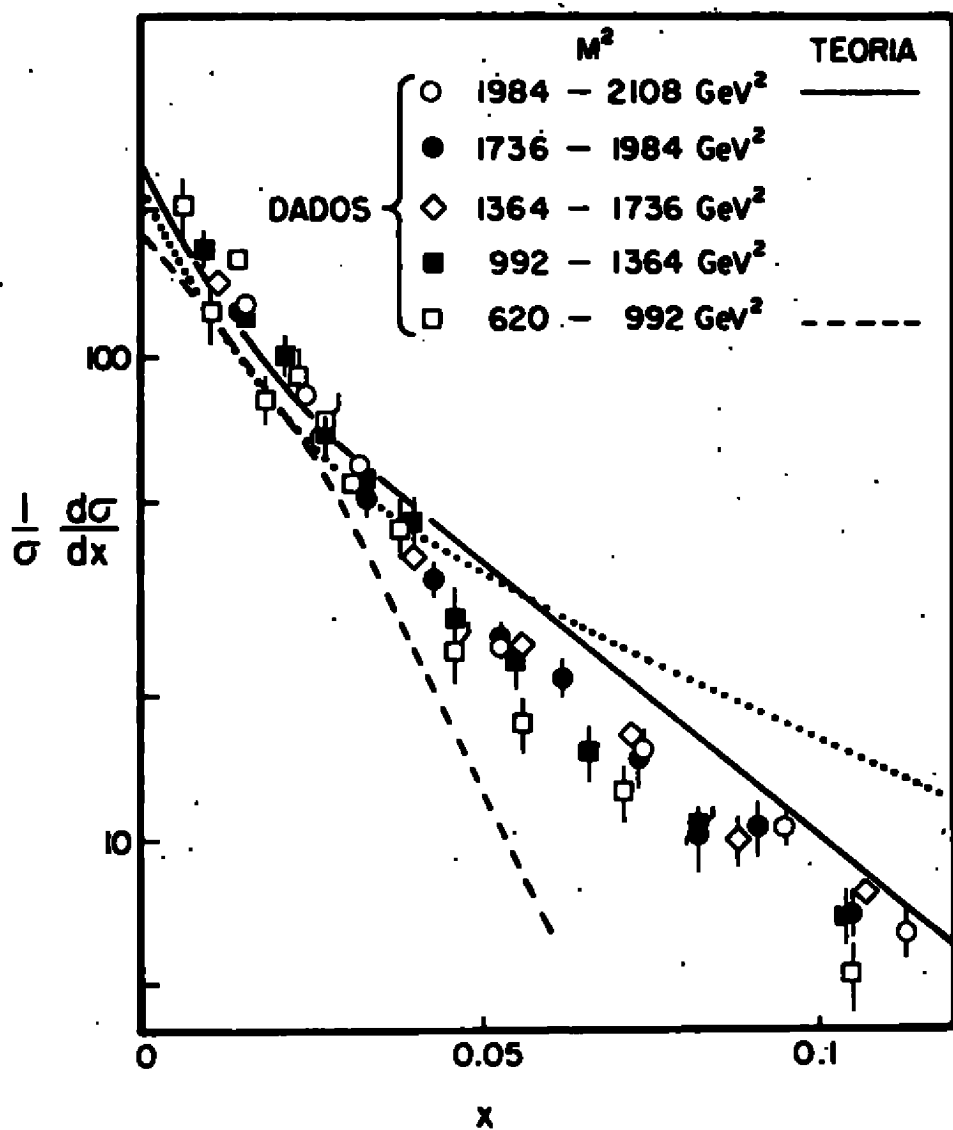


Fig. 5

## HIGH ENERGY COLLISIONS AND THE PROTON STRUCTURE: AN AMBIGUITY

H. M. França \*

Instituto de Física Universidade de São Paulo

## ABSTRACT

We have pointed out an ambiguity in the determination of the sign of the imaginary part of the proton-proton elastic-scattering amplitude for  $|t| > |t_{\min}|$ . We discuss some implications of such an ambiguity concerning the proton structure and, finally, we suggest an experimental analysis which could solve it.

\*Work partially support by CNPq (Brasil)

(To be published in the proceedings of the "II Encontro Nacional de Física de Partículas Elementares e Teoria de Campos" - Cambuquira, MG, Brasil - 1980).

Hadrons are extended objects whose internal dynamics is still quite unknown. However a lot of information concerning its structure can be obtained when we inspect the experimental data from high energy collisions on the light of some simple theoretical model.

This is the case discussed in our preceeding paper<sup>(1)</sup> in which we have analysed proton-proton elastic collisions in the C.M. energy interval  $23 \text{ GeV} \leq \sqrt{s} \leq 62 \text{ GeV}$  and momentum transfer  $0 \leq -t \leq 6 \text{ GeV}^2$ .

The experimental data we used and the details of the analysis can be found in Ref. 1 and will not be discussed here. We just want to mention that the conclusions we reached are quite general since the assumptions we used (except hypothesis d bellow) are typical approximations<sup>(1)</sup> of high-energy hadron collisions, namely:

a) we have neglected spin effects;

b) we accepted the dominance of the imaginary part of the elastic-scattering amplitude,  $|\text{Im } a(\sqrt{s}, t)| \gg |\text{Re } a(\sqrt{s}, t)|$ , except at the diffraction minimum ( $t_{\text{min}} = -1.4 \text{ GeV}^2$  at ISR energies);

c) we have used the eikonal approximation in order to obtain the opacity  $\alpha(b, \sqrt{s})$  as a function of the impact parameter  $b$  and the energy  $\sqrt{s}$ :

$$\text{Im } a(\sqrt{s}, t) = \int_0^\infty b db J_0(b\sqrt{-t}) [1 - \exp(-\alpha)] \quad (1)$$

$$= \pm \sqrt{\frac{1}{4} \frac{d\sigma}{dt}(\sqrt{s}, t)} ;$$

d) we assumed that  $\text{Im } a$  has a simple zero when  $t = t_{\text{min}}$ , i.e.,  $\text{Im } a = -\sqrt{\frac{1}{4} \frac{d\sigma}{dt}}$  for  $|t| > |t_{\text{min}}|$ . Of course the other possibility, i.e.,  $\text{Im } a > 0$  is also permissible and will be discussed later.

With these assumptions, it is easy to invert expression (1) and compute the opacity  $\alpha(b, s)$  which showed the following structure<sup>(1)</sup> as a function of  $b$  and  $s$ :

$$\Omega(b, \sqrt{s}) = X_f(b) + X_0(b) \ln(s/4m^2) \quad (2)$$

Here  $m$  is the proton mass and the functions  $X_f(b)$  and  $X_0(b)$  are such that  $X_f \gg X_0$  for  $b \leq 1$  fm but  $X_0 > X_f$  for  $b \geq 2.4$  fm (see Fig. 8 of Ref. 1).

This result was expected by us<sup>(2)</sup> and one possible physical interpretation was given in detail in Ref. 2. We showed there that the energy variation of the opacity can be understood if we admit that particle production is due, in part, to some "classical source" generated<sup>(2)</sup> by the hadronic-matter overlap of the incident extended protons.

The extrapolation of the result (2) to higher energies is straightforward. At extremely high energies,  $\sqrt{s} = 10^3$  GeV for instance, we expect that the dominant amplitude is the crossing symmetric one ("antisymmetric" if we use the normalization (1)). This symmetry is realized if we replace  $s$  by  $s \exp(-i\pi/2)$  in (2) (we call this additional hypothesis as assumption e). We have verified that this substitution generates the real part of the amplitude which seems correct for two reasons: we get the observed result for  $\text{Re } a / \text{Im } a$  at  $t=0$ ; and  $\text{Re } a$  fill correctly the diffraction minimum at  $\sqrt{s} = 53$  GeV.

In this way the opacity for higher energies can be written approximately as:

$$\Omega(b, \sqrt{s}) = \Omega(b, 53) + 2 X_0(b) \ln \left( \frac{\sqrt{s}}{53} \right) - i \frac{\pi}{2} X_0(b) \quad (3)$$

where  $\Omega(b, 53)$  is computed by using expression (5) of Ref. 1, and the function  $X_0(b)$  is parametrized as<sup>(1)</sup>:

$$X_0(b) = .032 \exp(-.0355b^2) + -.0058 \exp(-.19b^2) + .0028 \exp(-.013b^2) \quad (4)$$

where  $b$  is given in  $\text{GeV}^{-1}$ . The energy  $\sqrt{s} = 53 \text{ GeV}$  was chosen as the reference point due to the better quality of the experimental data on  $d\sigma/dt$  which, at this energy, cover the  $t$ -region up to  $|t| = 10 \text{ GeV}^2$ .

The calculation of  $d\sigma/dt$  for other energies may be done numerically by using:

$$\frac{d\sigma}{dt}(\sqrt{s}, t) = \pi |a(\sqrt{s}, t)|^2 \quad (5)$$

$$a(\sqrt{s}, t) = i f_0^{\pi} b db J_0(b\sqrt{-t}) \{1 - \exp[-\alpha(b, \sqrt{s})]\} \quad (6)$$

together with expressions (3) and (4).

The result of this computation for  $\sqrt{s} = 10^3 \text{ GeV}$  and  $0.6 \text{ GeV}^2 < t < 5 \text{ GeV}^2$  is shown in Fig. 1. For comparison we also show the experimental data at  $\sqrt{s} = 53 \text{ GeV}$ . As we can see there, the position of the diffraction minimum is shifted from  $t_{\min} = -1.35 \text{ GeV}^2$  at  $\sqrt{s} = 53 \text{ GeV}$  to  $t'_{\min} = -1.0 \text{ GeV}^2$  at  $\sqrt{s} = 10^3 \text{ GeV}$ , while the secondary maximum is shifted from  $t_{\max} = -1.8 \text{ GeV}^2$  to  $t'_{\max} = -1.3 \text{ GeV}^2$ . The resulting values of the differential cross section at these points are:

$$\frac{d\sigma}{dt}(10^3, t'_{\min}) = 1.3 \times 10^{-4} \text{ mb GeV}^{-2} = 6 \frac{d\sigma}{dt}(53, t_{\min}) \quad \text{and}$$

$$\frac{d\sigma}{dt}(10^3, t'_{\max}) = 2.4 \times 10^{-4} \text{ mb GeV}^{-2} = 4 \frac{d\sigma}{dt}(53, t_{\max}),$$

while the total cross section is  $53 \text{ mb}$  at  $\sqrt{s} = 10^3 \text{ GeV}$ . We also have verified that  $|\text{Im } a(10^3, t)| \gg |\text{Re } a(10^3, t)|$  except for  $t$  very close to  $t'_{\min} = -1.0 \text{ GeV}^2$ .

These and other detailed results, as for instance  $a_T(s)$ ,  $\sigma_{\text{el}}(s)$ ,  $\sigma_{\text{inel}}(s)$ ,  $\text{Im } a(\sqrt{s}, t)$  and  $\text{Re } a(\sqrt{s}, t)$  in the intervals  $55 \text{ GeV} < \sqrt{s} < 10^3 \text{ GeV}$  and  $0 \leq -t \leq 5 \text{ GeV}^2$ , will be published elsewhere<sup>(3)</sup>.

The interest in these results may be understood in view of the new generation of accelerators, which will start running next year (1981) and will provide experimental data on the physical quan-

tities we have calculated. If the quantitative predictions of our calculations are confirmed, we can conclude that the assumptions a, b, c, d, and e mentioned above are correct. Therefore we must justify them more rigorously from the point of view of some theory of strong interactions. Besides this, some effort must be done in order to achieve a better theoretical understanding of the detailed structure of the opacity (see (3) and (4)) in terms of the dynamics of the proton constituents.

If any of our predictions is not verified, it is necessary to identify which are the wrong assumptions.

Concerning to this question we would like to mention that hypothesis d has been criticized by some authors<sup>(4,5)</sup>. Another critical assessment of this hypothesis, and also of other current ideas of high-energy physics, was made very recently<sup>(6)</sup>. We have discussed in Ref.6 the determination of the proton hadronic matter density and its comparison with charge and magnetization densities. We have concluded<sup>(6)</sup> that the proton charge density is different from the magnetization distribution. However we found that the hadronic matter density becomes more similar to the proton magnetization density when the energy increases, if  $\ln a(\sqrt{s}, t)$  is always positive at the ISR energies. It is important to mention that the proton charge and magnetization densities have been obtained, from the experimental data on elastic electron-proton scattering, by a new method<sup>(6)</sup> that we have shown to be more consistent than the usual<sup>(6,7)</sup>.

In trying to clarify a little more the question of the validity of the hypothesis d, we have made an alternative analysis of the experimental data on pp elastic collisions, now in the energy interval  $45 \text{ GeV}^2 \leq \sqrt{s} \leq 62 \text{ GeV}$ , by using derivative analyticity relations<sup>(8)</sup>. In summary what has been done is the following: 1) we write down a dispersion relation involving the logarithm of the modulus of the scattering amplitude and the phase ( $a = |a| \exp(i\phi)$ ), by using the assumptions of Ref.4; 2) we have used the technique suggested in Ref.8.

getting the following relation between  $\delta$  and  $d\sigma/dt$ :

$$\delta = \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{4} \left( \frac{d}{2\ln s} \right) \ln \left[ \frac{d\sigma}{dt}(\sqrt{s}, t) \right] = \frac{\pi}{2} - \phi \quad (7)$$

By using the above expression, we can calculate  $\text{Im } a(53, t)$  and  $\text{Re } a(53, t)$  in a simple way, namely

$$\begin{aligned} \text{Im } a(53, t) &= \sqrt{\frac{1}{\pi} \frac{d\sigma}{dt}(53, t)} \cos \phi \\ \text{Re } a(53, t) &= \sqrt{\frac{1}{\pi} \frac{d\sigma}{dt}(53, t)} \sin \phi \end{aligned} \quad (8)$$

We have verified that this method gives the same results as the previous one (which was based on the equations (3), (4) and (6)) for  $\text{Im } a(53, t)$  and  $\text{Re } a(53, t)$  in the interval  $0 \leq -t \leq 1 \text{ GeV}^2$ .

Since  $d\sigma/dt$  presents appreciable variation with  $\sqrt{s}$  for  $t$  close to  $t_{\min}$ ,  $\text{Im } a(53, t)$  could be negative if  $\phi > \pi/2$ . Therefore the above calculation can be used to check assumption d.

The results of our computation using (7) and (8) is shown in Figs. 2 and 3. As we can see  $\text{Im } a(53, t)$  is always positive for  $0 \leq -t \leq 5 \text{ GeV}^2$ , but  $\text{Re } a(53, t)$  change sign at  $t = -0.2 \text{ GeV}^2$  and  $t = t_{\min} = -1.35 \text{ GeV}^2$ .

However this analysis is not conclusive for two reasons: first we have used a more limited energy interval ( $45 \text{ GeV} \leq \sqrt{s} \leq 62 \text{ GeV}$ ), second the contribution from the zeroes of  $|a(\sqrt{s}, t)|$ , if any, was assumed to be negligible<sup>(4,8)</sup> at these energies.

The conclusion we arrive is that the validity or not of the assumption d is an open question whose solution is difficult by using a purely theoretical approach. This is the ambiguity we have mentioned at the beginning. As we have shown previously<sup>(6)</sup> the "a priori" acceptance (or not) of this hypothesis could lead to a distorted conception of the proton hadronic structure.

We suggest that this ambiguity could be clarified if we

analyse high-energy proton-deuteron experimental data (probably break-up) by using a simple phenomenological approach like Glauber's model<sup>(9)</sup>.

#### ACKNOWLEDGEMENT

The author has benefited from discussions with Y.Hama (who raised many points discussed in this paper) and G.C.Marques.



## REFERENCES

- (1) H.M.França and Y.Hama: Phys.Rev. D19, 3261 (1979).
- (2) H.M.França and Y.Hama: Rev.Bras.Fis. 8, 127 (1978).
- (3) H.M.França and Y.Hama: (work in preparation).
- (4) P.Kroll: Nucl.Phys. B82, 510 (1974); W.Grein, R.Guigas and P. Kroll: Nucl.Phys. B89, 93 (1975).
- (5) E.Leader, U.Maor, P.G.Williams and J.Kasman: Phys.Rev. D14, 755 (1976).
- (6) H.M.França, G.C.Marques and A.J.da Silva: "Charge, magnetization and hadronic matter densities inside the proton", report IFUSP/P-195, Nuovo Cimento 59A, 53 (1980).
- (7) R.G.Sachs: Phys.Rev. 126, 2256 (1962).
- (8) U.Sukhatme, G.L.Kane, R.Blankenbecler and M.Davier: Phys.Rev. D12, 3431 (1975).
- (9) R.J.Glauber: "High-Energy Physics and Nuclear Structure", ed. by S.Devons, Plenum - N.Y. (1970) p.207.
- (10) E.Nagy et al.: Nucl.Phys. B150, 221 (1979).

## FIGURE CAPTIONS

FIG. 1 - Phenomenological prediction (full curve) for the elastic pp differential cross section at  $\sqrt{s}=10^3\text{GeV}$  by using expressions (5) and (6). The experimental data<sup>(10)</sup> at  $\sqrt{s}=53\text{ GeV}$  is shown for comparison.

FIG. 2 - Imaginary part of the elastic amplitude at  $\sqrt{s}=53\text{ GeV}$  extracted from the experimental data<sup>(10)</sup> on  $da/dt$  in the range  $45\text{ GeV} \leq \sqrt{s} \leq 62\text{ GeV}$  by using expressions (7) and (8). For  $|t| \leq 0.85\text{ GeV}^2$  we have used the data analysed in Ref. 1 and the experimental errors are not shown.

FIG. 3 - The ratio  $\text{Re } a(53,t)/\text{Im } a(53,t)$  calculated in the same way (see also Fig.2).

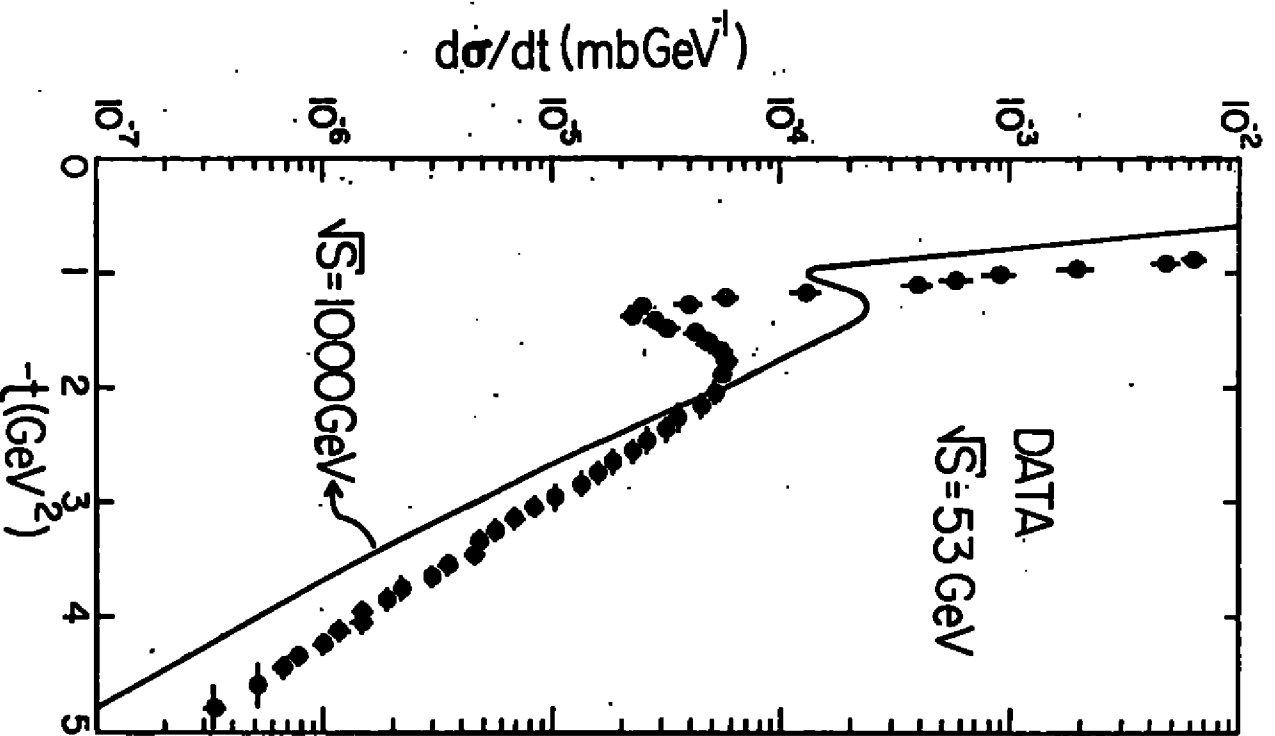


Fig. 1

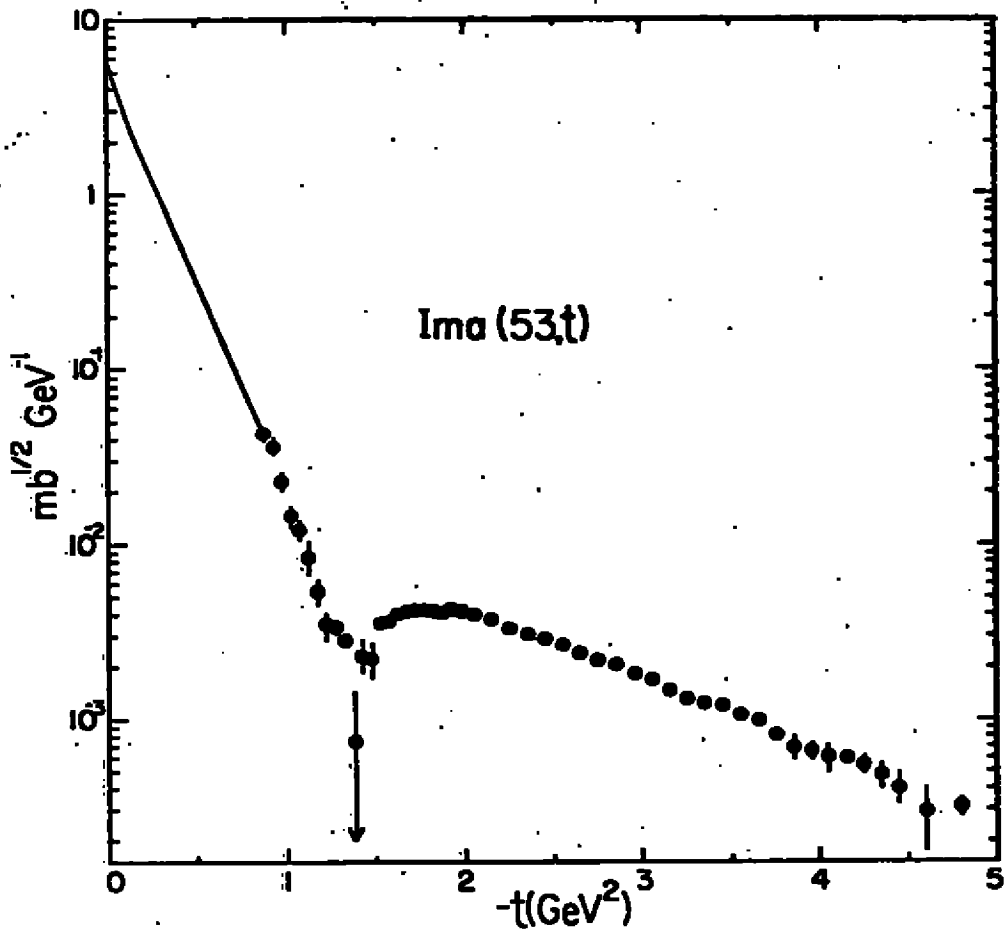


Fig. 2

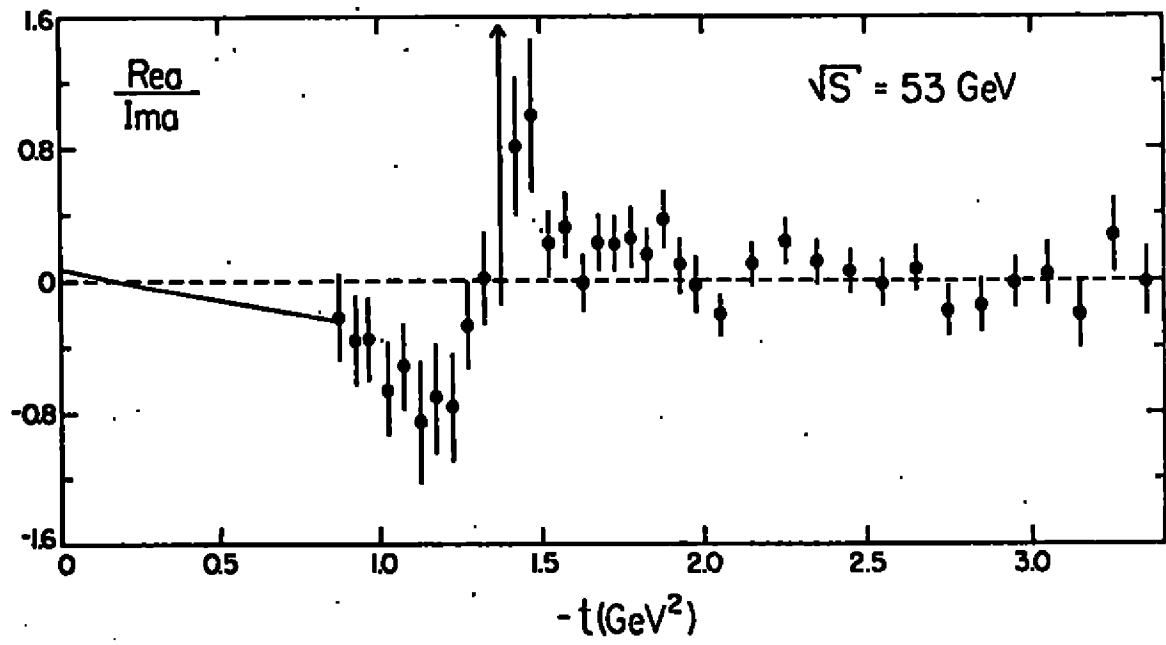


Fig. 3

"SERÁ O POTENCIAL CONFINANTE INDEPENDENTE DOS  
SABORES DOS QUARKS?" \*

by

H. F. de Carvalho  
Instituto de Física  
Universidade Federal do Rio de Janeiro  
20.000 - Rio de Janeiro - Brasil

A. B. d'Oliveira  
Divisão de Estudos Avançados  
Centro Técnico Aeroespacial  
12.200 - São José dos Campos - SP

RESUMO

Fazemos uma discussão fenomenológica sobre os potenciais confinantes, usando os recentes resultados experimentais de CLEO e CUSB sobre as partículas  $\gamma$ .

ABSTRACT

A phenomenological discussion is presented of confining potentials, taking into account the recent experimental results of CLEO and CUSB on the  $\gamma$  family.

---

\* Trabalho parcialmente financiado pela FINEP.

Os resultados experimentais de CLEO<sup>(1)</sup> e CUSB<sup>(2)</sup> (CESR) nos permitem fazer uma análise dos potenciais fenomenológicos usados para descrever os estados ligados de quarks-antiquarks pesados. Partículas  $\psi$  e  $\gamma$ . Como ponto de partida vamos considerar que os quatro primeiros estados de  $c\bar{c}$  (charmônio) e  $b\bar{b}$  (botônio) são respectivamente: (massas em GeV).

$$\psi(3,097); \psi'(3,684); \psi''(4,100) \text{ e } \psi'''(4,414)$$

$$\gamma(9,434); \gamma'(9,994); \gamma''(10,324) \text{ e } \gamma'''(10,548)$$

O estado  $\psi''(4,100)$  pode deixar certas dúvidas se corresponde ou não ao estado  $3^3S_1$ . No entanto, vamos admitir que o estado  $\psi'''(4,414)$  seja realmente o estado  $4^3S_1$ . Sobre as partículas  $\gamma$  não parece haver dúvidas quanto aos estados.

Na aproximação não relativística, os estados são obtidos usando o potencial fenomenológico

$$V(r) = Kr^n - \frac{4\alpha_s}{3r} + C \quad (n > 0)$$

$n = 1$  → Grupo de Cornell e outros<sup>(\*)</sup>

$n = \frac{1}{2}$  → M. F. de Carvalho, R. Chanda, A. B. d'Oliveira<sup>(\*)</sup>

$n = 0.1$  → A. Martin<sup>(\*)</sup>

$Kr^n$  →  $\log \frac{r}{r_0} + C$ . Quigg, J. L. Rosner<sup>(\*)</sup>

$V(r)$  →  $\frac{8\pi}{33-2n_f} A(Ar - \frac{E(E)}{Ar}) + J. L. Richardson$ <sup>(\*)</sup>

Apresentamos nossos resultados para o potencial

$$V(r) = Kr^{1/2} - \frac{4\alpha_s}{3r} + C$$

Procuramos fixar o valor de  $\alpha_s$  de tal modo que seja suficientemente pequeno, para ser compatível com aplicações da QCD perturbativa e, devido à indicação de que a razão

$$\frac{\Gamma(\psi \rightarrow \text{hadrons})}{\Gamma(\psi \rightarrow e^+e^-)}$$
 nos fornece  $\alpha_s = 0,187$ ,

numa primeira aproximação. No entanto, este valor pode ser questionado. Um resultado mais preciso para  $\alpha_s$  dependerá da aplicação da QCD perturbativa nos decaimentos hadrônicos e correções no vértice hadrônico no decaimento leptônico<sup>(\*)</sup>.



charmônio ( $c\bar{c}$ ) ( $m_c = 1,5 \text{ GeV}$ )

$\alpha$ $k(\text{GeV}^{3/2})$ $c(\text{GeV})$	0,187 0,749 - 1,082	0,187 0,767 - 1,110	0,15 0,790 - 1,176	0,0 0,855 - 1,393	RESULTADOS EXPERIMENTAIS
$m_\psi \text{ GeV}$	3,097	3,093	3,092	3,098	3,097 0,003
$m_\psi' \text{ GeV}$	3,689	3,695	3,693	3,682	3,684 0,004
$m_\psi'' \text{ GeV}$	4,080	4,093	4,095	4,089	4,100 0,200
$m_\psi''' \text{ GeV}$	4,387	4,406	4,412	4,416	4,414 0,007

botônio ( $b\bar{b}$ ) ( $m_b = 4,5 \text{ GeV}$ )

$\alpha$ $k(\text{GeV}^{3/2})$ $c(\text{GeV})$	0,187 0,749 - 0,366	0,187 0,767 - 0,385	0,15 0,819 - 0,502	0,0 1,018 - 0,924	RESULTADOS EXPERIMENTAIS
$m_Y \text{ GeV}$	9,441	9,440	9,438	9,952	9,934
$m_Y' \text{ GeV}$	9,979	9,986	9,982	9,991	9,994
$m_Y'' \text{ GeV}$	10,313	10,325	10,329	10,366	10,304
$m_Y''' \text{ GeV}$	10,570	10,587	10,600	10,667	10,548

No cálculo dos estados das partículas  $\psi$  e  $\gamma$  as massas dos quarks foram tomadas arbitrariamente. ( $m_c = 1,5$  e  $m_b = 4,5$ ;  $(m_b/m_c) = (m_\psi/m_\gamma)$ ). Não foi feita nenhuma vinculação entre as massas de  $m_c$  e  $m_b$ . A massa do quark charmoa poderia ser fixado utilizando o decaimento leptônico ( $\Gamma_{\psi \rightarrow e^+ e^-}$ ). Impondo que o potencial confinante seja universal, podemos vincular as massas entre  $m_c$  e  $m_b$ . No caso de  $\alpha_s = 0$  isto levã a uma razão  $m_b/m_c < m_\psi/m_\gamma$  ( $\approx 1,5 < \approx 3,0$ ) o que não é desejável. Uma alternativa é manter  $m_b/m_c = m_\psi/m_\gamma$  e considerar que o potencial confinante depende da massa do par quark-anti quark ( $Q\bar{Q}$ ). Quebrando assim a universalidade do potencial confinante.

No caso de  $\alpha_s \neq 0$ , em particular para  $\alpha_s = 0,187$ , e mantendo a universalidade do potencial confinante vemos que os resultados experimentais para o charmônio ( $c\bar{c}$ ) estão em melhor concordância do que os do botônio ( $b\bar{b}$ ).

Com os dados experimentais atuais do charmônio e, considerando que o potencial confinante seja universal, o potencial "reis quadrada" descreve adequadamente os dois sistemas. Por outro lado, usando os resultados experimentais do "upsilon" ( $\gamma$ ) para determinar os parâmetros do potencial, no caso mais simples, usando a aproximação WKB, verificamos que a espectroscopia de  $b\bar{b}$  é melhor descrita usando uma potência  $n < 1/2$ .

No caso de  $n = 0,2$  determinamos os seguintes valores: (massa em GeV)

$$m_\psi = 9,434; m_{\psi'} = 9,994; m_{\psi''} = 10,334 \text{ e } m_{\psi'''} = 10,570$$

A influência do termo com  $\alpha_s$  faz com que as massas  $m_{\psi''}$  e  $m_{\psi'''}$  sejam mais baixas, isto nos permite obter os valores experimentais. Usando  $n = 0,2$  para o charmônio, não mais obtemos uma concordância razoável com os dados experimentais.

$$m_\psi = 3,097; m_{\psi'} = 3,684; m_{\psi''} = 4,036; m_{\psi'''} = 4,295 \text{ e } m_{\psi'''} = 4,502$$

Uma solução neste caso seria considerar que o potencial confinante depende das massas dos quarks.

Sugestão para o potencial confinante dependente dos sabores dos quarks (restringindo aos quarks pesados)

$$V_{c\bar{c}}(r) = K(c\bar{c}) K_r^n(cc) = \frac{4\alpha_s(cc)}{-3r} + C$$

$$V_{b\bar{b}}(r) = K(b\bar{b}) K_r^n(bb) = \frac{4\alpha_s(bb)}{-3r} + C$$

com a condição  $n(bb) = \frac{m_b}{m_c} n(cc)$ .

### CONCLUSÃO

Toda a discussão foi feita baseada no fato de que o estado  $4,414$  do charmonio é o estado  $4^3S_1$ . Neste caso, modelos como  $\log \frac{r}{r_0}$  (Quigg-Rosner)<sup>(7)</sup>;  $n = 0,1$  (A. Martin)<sup>(8)</sup>;  $n = 1$  (Grupo de Cornell e outros)<sup>(4)</sup> etc.. levam à grande discrepância entre o valor teórico do estado  $4^3S_1$  com o resultado experimental. Concluímos que mantendo a universalidade do potencial confinante, o modelo de potencial raiz quadrada descreve os sistemas  $c\bar{c}$  e  $b\bar{b}$  com um grau de precisão tão bom quanto ao modelo de J.L. Richardson<sup>(9)</sup>. Outra alternativa é considerar que o potencial confinante é dependente dos sabores dos quarks.

A descoberta dos estados  $t\bar{t}$ , se vier a acontecer, será decisiva para esclarecer a dependência ou não dos sabores dos quarks no modelo do potencial confinante.

REFERÊNCIAS

- (1) D. ANDREWS et al, Cornell preprint CLNS 80/445 (1980);  
D. L. KREINICK, Cornell preprint CLNS 80/460 (1980).
- (2) D. ANDREWS et al, Cornell preprints 80/452 (1980);  
T. BOHRINGER et al, Columbia University preprint (1980).
- (3) G. L. FELDMAN and M. PERLS, Phys. Rep. 33C, 285 (1977).
- (4) E. EICHEN et al, Phys. Rev. Lett. 36, 500 (1976);  
B. J. HARRINGTON et al, Phys. Lett., 34, 168 (1975).
- (5) H. F. DE CARVALHO, R. CHANDA and A. B. d'OLIVEIRA, Lettere al Nuovo Cimento,  
22, 679 (1978).
- (6) A. MARTIN, CERN preprint TH. 2843 (1980).
- (7) C. QUIGG and J. L. ROSNER, Phys. Reports 56, 169 (1979).
- (8) J. L. RICHARDSON, Phys. Lett. 82B, 272 (1979).
- (9) W. CELMASTER, Phys. Rev. D19, 1517 (1979);  
R. BARBIERI et al, Nucl. Phys. B154, 535 (1979).

CÓPIAS ELÉTRICAS NÃO-ABELIANAS

Carlos A. Romero Filho

Departamento de Física - UFPb

58100 - Campina Grande - Pb

A existência de "cópias" em teorias de gauge foi observada pela primeira vez por T.T. Wu e C.N. Yang em 1975. Desde então, tem havido um certo interesse pelo fenômeno, cuja manifestação é uma característica unicamente de teorias não-abelianas.

1. O que são cópias -

Um fato bem conhecido em eletrodinâmica é o de que se dois potenciais  $A_\mu$  e  $A'_\mu$  dão origem ao mesmo campo  $F_{\mu\nu}$ , então devemos ter, necessariamente, que  $A'_\mu = A_\mu + \partial_\mu \alpha(x)$ . Ou seja, os dois potenciais diferem pelo gradiente de uma certa função  $\alpha(x)$ . Isto pode ser visto da seguinte maneira: dado que  $F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu$ , temos

$$\partial_\mu A'_\nu - \partial_\nu A'_\mu = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu, \quad \text{Eq. 1}$$

ou ainda,

$$\partial_\mu \Delta_\nu - \partial_\nu \Delta_\mu = 0, \quad \text{Eq. 2}$$

onde  $\Delta_\mu = A'_\mu - A_\mu$ . Quer dizer,  $\Delta_\mu$  é irrotacional; logo  $\Delta_\mu$  é o gradiente de alguma função  $\alpha(x)$ . Podemos dizer, portanto, que o campo  $F_{\mu\nu}$  determina seus potenciais a menos de um gauge. Ou que todos os potenciais geradores de um dado  $F_{\mu\nu}$  são, em eletrodinâmica, gauge-equivalentes.

Em teorias não-abelianas a presença de um termo  $[A_\mu, A_\nu]$  na definição de  $F_{\mu\nu}$  ( $F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu + [A_\mu, A_\nu]$ ) impõe uma relação semelhante entre campos e potenciais. É possível, então, que dois potenciais  $A_\mu$  e  $A'_\mu$  estejam associados a um mesmo campo  $F_{\mu\nu}$ , sem, no entanto, estarem relacionados por uma transformação de gauge. Isto é,  $F_{\mu\nu}(A) = F_{\mu\nu}(A')$ , mas não existe  $U$ , elemento do grupo de gauge, tal que  $A'_\mu = U^{-1} A_\mu U + U^{-1} \partial_\mu U$ . Quando isso acontece dizemos que temos cópias de campo ou ambigüidades de Wu-Yang.

Logo após a publicação do trabalho de Wu-Yang ( no qual eles apresentam o primeiro exemplo de cópias de campo ) surgiram vários outros trabalhos, os quais, além de exibirem uma infinidade de novos exemplos, estabeleceram condições necessárias sobre o campo para a existência de cópias. Foram também formulados os conceitos de cópias de ação (  $\text{Tr}[F_{\mu\nu}(A)F_{\mu\nu}(A)] = \text{Tr}[F_{\mu\nu}(A')F_{\mu\nu}(A')]$  ), cópias de corrente (  $J_{\mu}(A) = J_{\mu}(A')$  ). Entretanto, apesar de já haver uma considerável literatura sobre o assunto, permanece um tanto obscuro o significado físico destas ambigüidades.

## 2. Cópias elétricas -

Recentemente, o problema de encontrar cópias de campo no  $cg$  so bidimensional foi completamente resolvido por S.Solomon e N.Weiss, que desenvolveram um método de obtenção exaustiva dos potenciais não gauge-equivalentes geradores de um dado campo  $F_{\mu\nu}$ . Estendendo este método a quatro dimensões, é possível resolver, de uma maneira análoga, o problema das cópias elétricas não-abelianas. Ou seja, dado um campo elétrico não-abeliano  $\vec{E}$  (i.e., a parte elétrica do tensor  $F_{\mu\nu}$ ) elaboramos um mecanismo capaz de fornecer todos potenciais que geram  $\vec{E}$  e que pertençam a diferentes classes de equivalência de gauge.

Por definição, as componentes vetoriais de um campo elétrico não-abeliano são dadas por

$$\begin{aligned} E_1(\vec{r}, t) &= \partial_0 A_1(\vec{r}, t) - \partial_1 A_0(\vec{r}, t) + [A_0(\vec{r}, t), A_1(\vec{r}, t)] \\ &= F_{01}(\vec{r}, t). \end{aligned} \quad \text{Eq. 3}$$

Considerando o gauge "super-axial", definido por

$$A_0(\vec{r}, t) = 0, \quad \text{Eq. 4a}$$

$$A_3(\vec{r}, -\sigma) = 0, \quad \text{Eq. 4b}$$

$$A_1(x, y, -\sigma, -\infty) = 0, \quad \text{Eq. 4c}$$

$$A_2(-\infty, y, -\infty, -\infty) = 0, \quad \text{Eq. 4d}$$

a eq. 3 toma a forma

$$E_1(\vec{r}, t) = \partial_0 A_1(\vec{r}, t). \quad \text{Eq. 5}$$

As equações (4) especificam univocamente o gauge. Com isto queremos dizer que, dado um campo  $F_{\mu\nu}$ , o potencial correspondente fica perfeitamente determinado. Portanto, neste gauge não há possibilidade de cópias de campo. Demonstramos este resultado. Sejam  $A_\mu$ ,  $A'_\mu$  dois potenciais associados ao mesmo  $F_{\mu\nu}$  e  $\Delta_\mu = A'_\mu - A_\mu$ . De  $F_{01}(A) = F_{01}(A')$  tiramos :

$$\partial_0 \Delta_1(F, t) = 0, \quad \text{Eq.6}$$

o que implica  $\Delta_1 = \dot{\Delta}_1(F)$ . Por outro lado, (4.b) nos dá que

$$\Delta_3(F) = 0. \quad \text{Eq.7}$$

De (4.c) e (4.d) temos, respectivamente, que

$$\Delta_1(x, y, -\infty) = 0, \quad \text{Eq.8}$$

$$\Delta_2(-\infty, y, -\infty) = 0. \quad \text{Eq.9}$$

Como  $F_{13}(A) = F_{13}(A')$  ( $i=1,2$ ), vem que, em  $t = -\infty$ ,

$$\partial_3 \Delta_1 = 0, \quad \text{Eq.10}$$

$$\partial_3 \Delta_2 = 0. \quad \text{Eq.11}$$

Isto é,

$$\Delta_2 = \Delta_2(x, y) \quad \text{Eq.12}$$

e, de (8) e (9), encontramos que

$$\Delta_1 = 0. \quad \text{Eq.13}$$

Com  $F_{12}(A) = F_{12}(A')$  em  $t = -\infty$  e  $z = -\infty$ , obtemos

$$\partial_1 \Delta_2 = 0, \quad \text{Eq.14}$$

que, juntamente com (9), resulta em

$$\Delta_2 = 0. \quad \text{Eq.15}$$

Assim,  $\Delta_\mu = 0$ . Logo, fica demonstrado que no gauge (4) o campo  $F_{\mu\nu}$  determina univocamente o potencial. Também pode-se mostrar que neste gauge não existem dois potenciais equivalentes.

Por outro lado, a solução da equação (5) será dada por

$$A_1(\vec{r}, t) = \int_{-\infty}^t E_1(\vec{r}, \tau) d\tau + A_1(\vec{r}, -\infty). \quad \text{Eq.16}$$

Consideremos, agora (ainda no gauge (4)) uma família  $G$  de potenciais  $A_\mu$  definida da seguinte maneira:

$$G = \left\{ \begin{array}{l} A_0^U(\vec{r}, t) = 0 \\ A_\mu^U(\vec{r}, t) = \int_{-\infty}^t U(\vec{r}, \tau) E_1(\vec{r}, \tau) \bar{U}(\vec{r}, \tau) d\tau + A_1(\vec{r}, -\infty), \end{array} \right. \quad \text{Eq. 17}$$

onde  $U(r, t)$  é um elemento qualquer do grupo de gauge. O potencial da eq.16 pertence, naturalmente, à esta família (basta tomar  $U = I =$  identidade). Isto prova que, dado um campo elétrico arbitrário, podemos assegurar a existência de pelo menos um potencial  $A_\mu \in G$  (e.g.  $A_\mu = A_\mu^I$ ) que o gera. Do modo pelo qual definimos a família  $G$  decorre que seus potenciais deverão gerar campos elétricos do tipo:

$$E_1^U = \partial_0 A_1^U = U(\vec{r}, t) E_1(\vec{r}, t) \bar{U}(\vec{r}, t). \quad \text{Eq.18}$$

Este resultado é a chave de todo o processo que nos permite construir as cópias. Realizando uma transformação de gauge  $U$  em cada potencial (isto é, cada potencial  $A_\mu^U$  sendo transformado pela mesma  $U$  usada na sua definição), Obtemos um novo conjunto de potenciais  $\bar{A}_\mu$ . Devido a (18), todos estes potenciais serão geradores do mesmo campo elétrico

$\bar{E}_1 = E_1$ , já que

$$\bar{E}_1 = \bar{U}^{-1} E_1^U \bar{U} = E_1. \quad \text{Eq.19}$$

Esta nova família de potenciais, dotados com esta característica, será



definido, então, por

$$F = \left\{ \begin{array}{l} A_0 = U(\vec{r}, t) \partial_0 U(\vec{r}, t) \\ A_\mu = U(\vec{r}, t) \int_{-\infty}^t U(\vec{r}, \tau) E_\mu(\vec{r}, \tau) U(\vec{r}, \tau) d\tau U(\vec{r}, t) + \\ \quad + U(\vec{r}, t) A_\mu(\vec{r}, -\infty) U(\vec{r}, t) + U(\vec{r}, t) \partial_\mu U(\vec{r}, t) \end{array} \right. \quad \text{Eq. 20}$$

Uma vez que não existem dois potenciais distintos  $A_\mu^U$ ,  $A_\mu^{U'}$ , gauge-equivalentes em  $G$  (pois, por hipótese os elementos desta família estão todos no gauge (4)), então dois potenciais  $A_\mu^U$ ,  $A_\mu^{U'}$  não podem ser gauge-equivalentes.

Para finalizar vamos mostrar que  $F$ , de fato, contém todos os potenciais geradores de  $\vec{E}$ , ou seja, que nossa construção é exaustiva. Suponhamos, por exemplo, que  $\bar{A}_\mu$  seja um potencial que dá origem a  $\vec{E}$ . Através de uma transformação  $V^{-1}$  podemos levá-lo ao gauge (4). Ora, mas acontece que neste gauge o potencial transformado  $\bar{A}'_\mu$  tem como campo elétrico

$$\vec{E}'_1 = \partial_0 \bar{A}'_1 = V^{-1} E_1 V. \quad \text{Eq. 21}$$

Temos, portanto, que

$$\bar{A}'_0 = 0 \quad \text{e} \quad \bar{A}'_1 = \int_{-\infty}^t V(\vec{r}, \tau) E_1(\vec{r}, \tau) V(\vec{r}, \tau) d\tau + \bar{A}'_1(\vec{r}, -\infty). \quad \text{Eq. 22}$$

Com esta forma, vemos que  $\bar{A}'_\mu$  pertence, realmente, à família  $G$  definida em (17). Desse modo, através da transformação inversa  $V$  aplicada em  $\bar{A}'_\mu$ , recuperamos  $\bar{A}_\mu$ , com

$$\bar{A}_\mu = V^{-1} \bar{A}'_\mu V + V^{-1} \partial_\mu V, \quad \text{Eq. 23}$$

que, naturalmente, pertence a  $F$ , como queríamos demonstrar.

**Referências :**

1. T.T. Wu and C.N. Yang , "Some remarks about unquantized non-Abelian gauge fields", *Phys.Rev. D12*,(1975), 3843.
2. S.Deser and F.Wilczek, "Non-uniqueness of gauge field potentials", *Phys.Lett. B 65*, (1975), 391.
3. M.Calvo, "Connection between Yang-Mills potentials and their field strengths ",*Phys.Rev. D 15*, (1977), 1733.
4. R.Roskies, " Uniqueness of Yang-Mills potentials", *Phys. Rev. D 15*, (1977), 1731.
5. S.Coleman, "Non-Abelian plane waves", *Phys.Lett. B 70*, (1977), 59.
6. M.B. Hulpurn, "Field-Strength and action copies in Quantum Chromodynamics", *Nucl. Phys. , B 139*, (1978), 477.
7. C.G.Bollini, J.J.Giambiugi and J.Ticno, "On the relation between fields and potentials in non-Abelian gauge theories", *Revista Brasileira de Física*, 9 (1979), 229.
8. C.G.Bollini, J.J.Giambiugi und J.Ticno, "Gauge field copies", *Phys.Lett. B 83* , (1979), 185.
9. S.Solomon, " On the field strength - potential connection in non-Abelian gauge theory", *Nucl.Phys. B 147*, (1979), 174.
10. N.Weiss, " On the determination of Yang-Mills potentials from the field strengths", University of Illinois ( Urbana- Champaign) preprint (1979).
11. S. Deser and W.Drochsler, "Generalized gauge field copies", *Phys. Lett. B 86* (1979), 185.