

# EuPhO 2018 Problema 2: Solenóide

Rafael Prado Basto

Abril 2020

## 1 Questão

Um solenóide de comprimento  $l = 20\text{ cm}$  é enrolado em torno de um tubo de ensaio feito de vidro e preenchido com água. O solenoide é isolado termicamente da água. A altura do nível da água é aproximadamente  $20\text{ cm}$  acima da extremidade superior do solenoide, o diâmetro do tubo de ensaio é  $1\text{ cm}$ , e o número de voltas do solenoide é  $N = 6000$ . A pressão atmosférica é  $p_o = 101\text{ kPa}$ , a temperatura da água é  $293\text{ K}$ . A susceptibilidade magnética da água é  $\chi \equiv \mu_r - 1 = -9,04 \times 10^{-6}$ . A permeabilidade magnética do vácuo é  $\mu_o = 12,57 \times 10^{-7}\text{ H/m}$ .

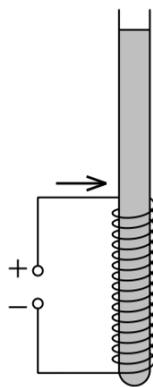


Figure 1: Solenóide

A corrente no solenóide cresce lentamente até que a água começa a ebulir. A que corrente isso acontece? Faça aproximações razoáveis quando necessário. Note que a corrente necessária pode ser grande demais para a tecnologia atual.

## 2 Solução

Primeiramente, a condição para que haja formação de bolhas em algum ponto na água é que a pressão nesse ponto seja igual a pressão de vapor da água à  $293\text{ K}$ .

Quando o solenoide é ligado, ele gera um campo magnético não uniforme pela água, de forma que as moléculas de água (que são diamagnéticas,  $\chi < 0$ ) tendem a se afastar de regiões de campo magnético mais forte. Portanto, quanto mais forte o campo magnético, menor é a pressão nesse ponto, então quando a corrente aumentar, o campo aumentará, e a pressão diminuirá, em algum momento a pressão vai ser igual a pressão de vapor e a água começa a ebulir.

Vamos fazer algumas aproximações: como a pressão de vapor à  $293\text{ K}$  é muito menor que a pressão atmosférica, vamos aproximá-la para zero. Além disso, vamos desprezar a pressão extra gerada pela coluna de água acima do solenoide, que também é pequena em comparação com  $p_o$ .

Para quantificar a diferença de pressão gerada pelo campo magnético, vamos calcular a densidade de energia  $\Delta w$  de interação da água com um campo magnético  $B$ :

$$\Delta w = \frac{B^2}{2\mu_o\mu_r} - \frac{B^2}{2\mu_o} \approx -\chi B^2/2\mu_o \quad (1)$$

Agora, para relacionar essa diferença de energia com a pressão, vamos imaginar um pequeno volume  $V$  de água em torno de um ponto  $P$  sendo deslocado dentro do tubo de ensaio e perto do solenoide. Se a pressão nesse ponto é  $p$ , o trabalho realizado na água é  $pV$ . Como esse volume é deslocado, a superfície da água em contato com a atmosfera também é deslocada, realizando um trabalho  $p_oV$ . Portanto, o trabalho total realizado pela água é  $(p_o - p)V$ . Pela conservação de energia, a variação de energia do campo magnético é igual a esse trabalho, de forma que:

$$(p_o - p)V = -\chi B^2/2\mu_o \quad (2)$$

Como  $p \approx 0$ :

$$p_oV = -\chi B^2/2\mu_o \quad (3)$$

Resolvendo para a corrente (usando que  $B = \frac{\mu_o Ni}{l}$ ):

$$i = \frac{l}{N} \sqrt{\frac{2p_o}{-\chi\mu_o}} = 4.4\text{ kA} \quad (4)$$