

Caderno de Questões – Avaliação Experimental
Instruções

1. Este caderno de questões contém VINTE folhas, incluindo esta com as instruções e rascunhos. Confira antes de começar a resolver a prova.
2. A prova tem valor de **100 pontos Experimentais**.
3. As respostas deverão ser transcritas na região demarcada para cada resposta, de acordo com as instruções nele contidas. Utilize somente o texto necessário para a compreensão da solução.
4. Utilize o verso das folhas para rascunho.
5. É permitido apenas o uso de caneta cor **azul ou preta, régua e calculadora não programável**. O uso do lápis e da borracha é permitido apenas no rascunho e no auxílio para a construção de gráficos
6. Este caderno deve ser **devolvido** ao final da prova juntamente com o caderno de respostas.
7. O estudante deverá permanecer na sala, **no mínimo**, 60 minutos.
8. A prova tem duração de **TRÊS HORAS**.

Nome:	Série:
Nº e tipo de documento de identificação apresentado:	
Nome da Escola:	
Cidade:	Estado:
e-mail:	
Assinatura	

Caracterização e Utilização da Ponte de Wheatstone

A ponte de Wheatstone (descrita pela primeira vez por Samuel Hunter Christie, em 1833) é constituída por quatro resistores, um detector e uma fonte, ligados como indicado na figura 1. Apesar de conhecidas há tanto tempo, as pontes de Wheatstone são amplamente utilizadas ainda hoje, sendo inclusive construídas em circuitos integrados para realizar medidas de aceleração, pressão, tensão mecânica, posição, potência eletromagnética, etc.

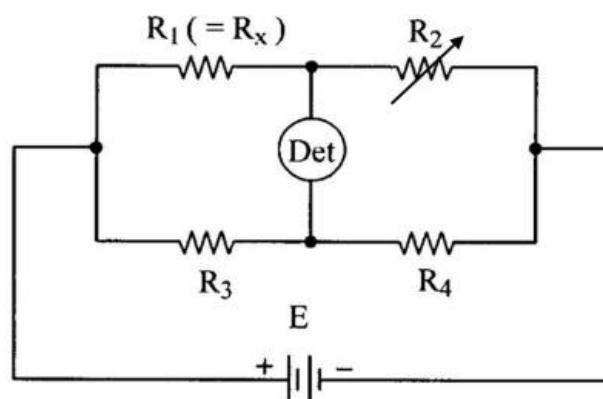


Figura 1: Esquema elétrico da Ponte de Wheatstone. $R_1 = R_x$ pode ser o elemento desconhecido que queremos determinar.

A ponte é considerada equilibrada quando os resistores estão ajustados de maneira que o detector (no caso o voltímetro) está medindo uma tensão igual à zero. Para obter essa condição, variam-se as resistências conhecidas até atingir o valor nulo. Desta maneira é possível descobrir o valor da resistência elétrica desconhecida de um resistor (por exemplo, $R_1 = R_x$) através do produto e quociente das demais resistências. Nesta condição de ponte equilibrada demonstra-se facilmente a relação:

$$R_1 R_4 = R_3 R_2 \quad (1)$$

A medida de $R_1(R_x)$ é feita variando-se uma das resistências, (nesta experiência será variada R_2 que pode ser um potenciômetro ou uma década resistiva), até que a tensão no detector se anule, quando então (1) será satisfeita. Na prática R_2 deve ser uma resistência ajustável por pequenas etapas. R_3 e R_4 constituem os braços de relação da ponte e são resistores fixos.

A ponte de Wheatstone permite medidas de elevada exatidão, desde que sua construção seja bem cuidada. Para isso, as resistências conhecidas devem ser realizadas em fio de manganina (que tem coeficiente de temperatura muito baixo), com enrolamento não indutivo e contatos de baixa resistência. Evidentemente, a exatidão da ponte depende da exatidão das resistências que a compõem. Além disso, a fonte deve ser razoavelmente estável, podendo ser empregadas baterias ou fontes de tensão reguladas de boa qualidade. O detector deve ter sensibilidade elevada e pode ser realizado por um

galvanômetro sensível ou ainda por um amplificador eletrônico com instrumento indicador de zero ou multímetro digital.

Uma ponte sensível é aquela em que o detector de zero indica uma pequena variação relativa das resistências de seus braços. Evidentemente, uma medida com alta exatidão implica alta sensibilidade da ponte. Um bom projeto também precisa levar em conta a necessidade de equilibrar a ponte ajustando-se R_2 , ou seja, deve ser possível variar R_2 em passos pequenos o suficiente para que se consiga equilibrar a ponte e efetuar a medida. Considerando que o detector é um voltímetro de resistência infinita (praticamente, basta que a resistência interna do aparelho seja duas ou três ordens de magnitude maior que a maior resistência da ponte). Esse voltímetro mede a tensão v_g no circuito da figura 2. Suponha que R_1 seja a resistência a ser medida, como visto acima. Podemos obter a tensão V_g por:

$$v_g = \left(\frac{R_2}{R_1 + R_2} - \frac{R_4}{R_3 + R_4} \right) E \quad (2)$$

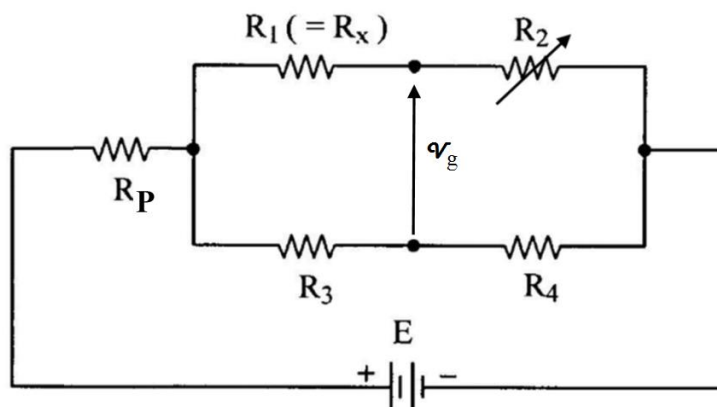


Figura 2: Circuito considerando o detector como um voltímetro de resistência infinita.

No desafio proposto vamos determinar o elemento que está dentro da “caixa preta” oferecida, sem abrir o mesmo, utilizando a ponte de Wheatstone.

O projeto é composto pelos seguintes materiais e instrumentos de trabalho:

- 1 – Um Multímetro TOZZ modelo DT830B com pontas de prova,
- 2 – Um Multímetro Tektronix TX3 sem ponta de provas,
- 3 – Uma Década resistiva Yokogawa (10K Ω ou 100k Ω ou similar),
- 4 – Oito pilhas tipo AA de 1,5V,
- 5 – Dois porta pilhas para 4 pilhas AA,
- 6 – Uma placa contendo um protoboard,
- 7 – Vários resistores,
- 8 – Vários fios rígidos,
- 9 – Um “Resistor Sensor” em conjunto com um termopar e um resistor de 33 Ω .

O multímetro TOZZ modelo DT830B será usado como detector da ponte a ser montada e, no **anexo I**, estão as instruções de operação e as características do multímetro.

O multímetro Tektronix TX3 será usado como medidor de temperatura e, no **anexo II**, estão as instruções de operação e as características deste aparelho multímetro.

A década resistiva Yokogawa fornece, entre os terminais “H” e “L”, o valor da resistência elétrica conforme a posição das chaves seletoras em Ω .



Figura 3: Imagem da década de 6 dígitos ou seis dígitos.

O protoboard é uma placa ou matriz de contato, com furos e conexões condutoras para montagem de circuitos elétricos experimentais sem a necessidade de solda, permitindo com rapidez e segurança desde uma alteração de posição de um determinado componente até sua substituição. Os furos estão interligados internamente e o esquema de ligações está representada na figura 4. Por exemplo, a primeira linha horizontal superior tem todos os furos dessa linha interligados eletricamente, mas não estão interligados com os furos da linha horizontal abaixo dela. A segunda linha também tem todos os furos dessa linha interligados. O mesmo vale para as duas linhas na parte mais de baixo do protoboard da figura. No meio do protoboard vemos colunas com 5 furos. Cada coluna tem esses 5 furos interligados eletricamente. Cada coluna é independente da coluna vizinha. As duas colunas na mesma vertical (com 5 furos) não estão interligadas entre si,

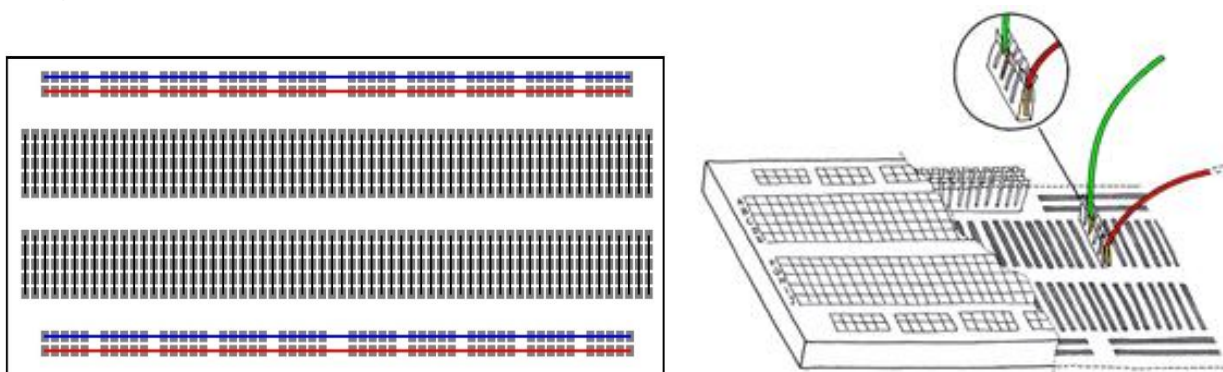


Figura 4: Vista esquemática de um protoboard, as linhas contínuas representam todos o mesmo potencial, em horizontal e vertical, cada linha separada fica isolada das outras linhas. Em detalhe mostrando conexão de um fio condutor com outro fio condutor.

A figura 5 mostra as principais propriedades de um protoboard. Para utilizá-lo, basta colocar, por exemplo, um dos fios da fonte na linha horizontal superior (de preferência o fio positivo “+” da fonte) e o outro fio na linha horizontal inferior (de preferência o fio negativo “-” da fonte).

Assim a linha horizontal inteira estará energizada. Os fios rígidos farão a ligação desse potencial até o componente colocado numa das colunas.

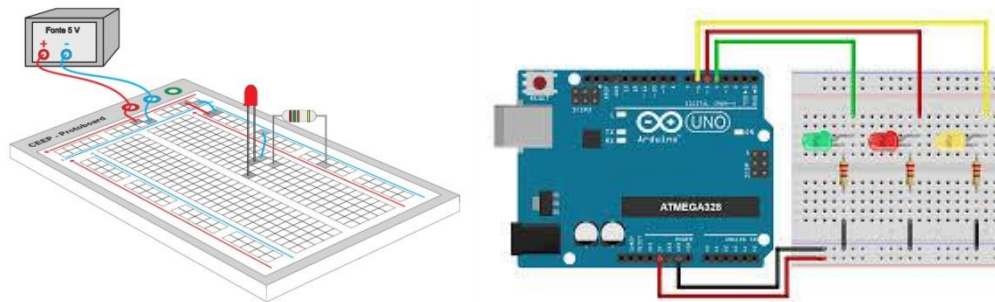


Figura 5: Exemplos do uso de protoboard, ligação de uma fonte no protoboard (figura a esquerda) com resistor e lâmpada LED, ligação de um circuito impresso com protoboard de resistores e outros componentes (lado direito).

Resistor Sensor

O “Resistor Sensor” contém três elementos, cada um com dois terminais de fios elétricos, conforme a figura 6. O R_x é o resistor desconhecido da ponte de Wheatstone. O termopar deve ser ligado ao medidor de temperatura o resistor de 33Ω é o elemento aquecedor. Cada aluno deverá identificar cada um dos componentes e ligar adequadamente a cada instrumento.

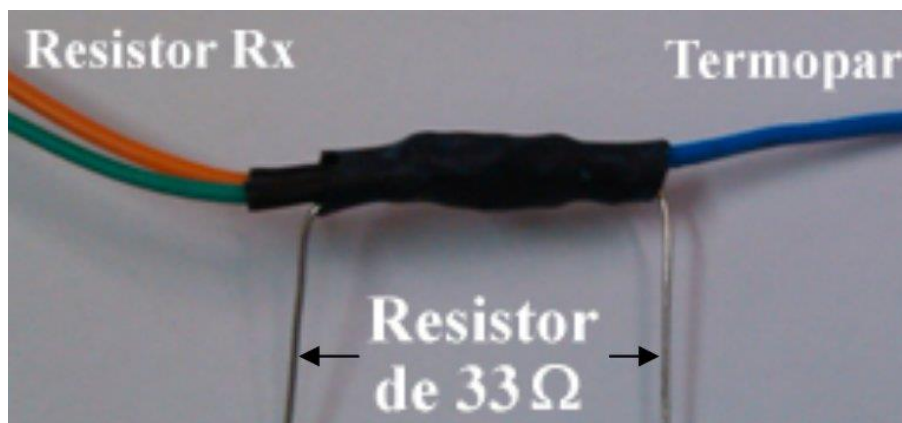


Figura 6 – Vista do conjunto “Resistor Sensor” com os três elementos, Resistor R_x , resistor de 33Ω e termopar. Atenção: manipule este conjunto com cuidado, não puxe os fios!

O multímetro Tektronix TX3 será usado como medidor de temperatura em conjunto com o termopar. O terminal do termopar é do tipo “banana duplo” e deve ser conectado no multímetro com a polarização correta (ver figura7). Para usar o modo “HrES” (alta resolução), manter pressionado o botão azul e ligar o multímetro até aparecer no visor a mensagem HrES. Dessa maneira a medida de temperatura terá o dígito decimal conforme mostra a figura 7. Os erros de medida de temperatura desse multímetro estão no anexo II.



Figura 7: Medida de temperatura do multímetro Tektronix TX3 com o terminal tipo banana (termopar) no modo normal (esquerda) e no modo “alto resolução” (direita).

Fonte de alimentação:

Duas fontes de alimentação idênticas serão usadas nesse experimento. Cada fonte de alimentação é composta por quatro pilhas pequenas tipo AA encaixadas no porta pilhas. Uma delas (E_1) servirá para alimentar a ponte de Wheatstone e a outra (E_2) será usada para alimentar um conjunto aquecedor para medidas em função da temperatura conforme explicações durante a evolução das questões.

Montagem da Ponte de Wheatstone

No processo de montagem, deve-se inicialmente, identificar os componentes pedidos entre vários disponíveis na bancada. Encontre e identifique os seguintes componentes:

Resistor Sensor (com R_x)	$R_3 = 470 \Omega$
$R_P = 100 \Omega$	$R_4 = 470 \Omega$
$R_2 =$ década resistiva	Fonte de alimentação
Multímetro TOZZ	Protoboard

Com os componentes devidamente identificados, montar o circuito da figura 8 (a) (ponte de Wheatstone).

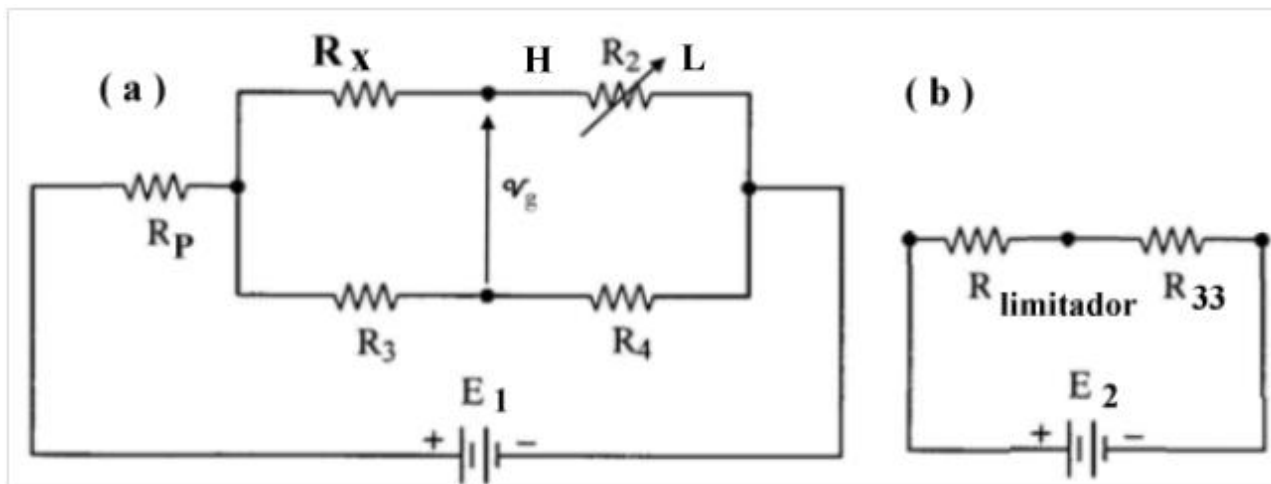


Figura 8: (a) Circuito elétrico da ponte de Wheatstone para determinar o valor de um resistor desconhecido R_x e (b) circuito elétrico do conjunto aquecedor.

Conectar o termopar no multímetro TX3 e ligar na posição de medida de temperatura em “alta resolução” (figura 7) para obter a temperatura do mesmo. Equilibrar a ponte na temperatura ambiente. O resistor de 33Ω do “Resistor Sensor” inicialmente **não deve** ser conectado à segunda fonte (figura 8b). Esse resistor de 33Ω é o elemento aquecedor. O resistor $R_{limitador}$ controlará a corrente da fonte E_2 conforme a figura 8 (b) e conseqüentemente a temperatura do Resistor R_x . Perceba que quanto maior o valor do resistor $R_{limitador}$ menor será a corrente para aquecimento. Assim, para modificar a temperatura, basta trocar o valor do resistor limitador devendo sempre esperar a temperatura estabilizar e reequilibrar a ponte antes das medidas.

Responda as questões 1 a 7 que estão depois dos Anexos.

Desafio Final: Realizar após terminar questão 7.

Trocar a década (R_2) por um conjunto que consta de um potenciômetro (Pot_2) de $2K\Omega$ em série com um resistor de $3,3K\Omega$. Colocar um outro conjunto que consta de um outro potenciômetro (Pot_1) de $2K\Omega$ em série com um outro resistor de $4,7K\Omega$ junto ficará em paralelo com o R_x conforme ilustra a figura 9.

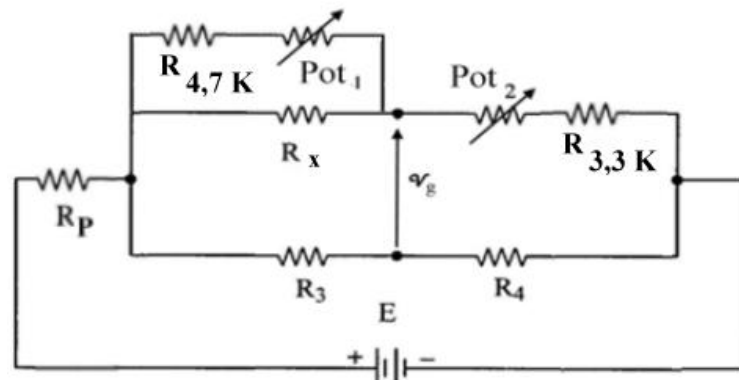


Figura 9: Ponte de Wheatstone na nova configuração com os potenciômetros.

O potenciômetro é um resistor variável similar à década, porém de maneira contínua, a representação esquemática do mesmo está mostrada na Figura 10. A resistência variável é obtida utilizando o pino central.

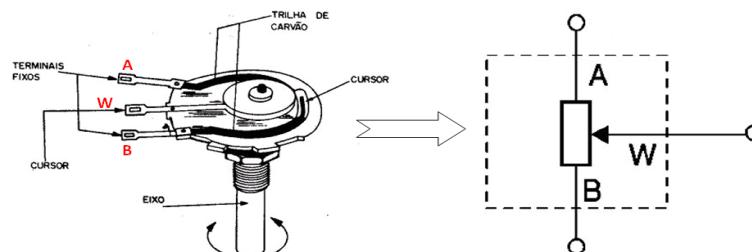


Figura 10: Vista esquemática do potenciômetro. Pino W é o pino central.

A ponte pode ser ajustada, variando Pot_1 e Pot_2 , com a finalidade do medidor V_g mostrar uma tensão equivalente à temperatura mostrada no visor do multímetro TX3.

Dicas:

- 1 - Usar a escala de 2 V.
 - 2 - O valor medido deve ser igual à temperatura multiplicada por 10. (Ex $220mV=22,0^{\circ}C$).
 - 3 - Usar o sistema de aquecimento selecionando o resistor de 56Ω e 150Ω .
 - 4 - Colocar o resistor de 150Ω (temperatura inferior).
 - 5 - Ajustar Pot_1 e/ou Pot_2 até igualar a tensão com o valor da temperatura inferior.
 - 6 - Trocar pelo resistor de 56Ω e ajustar Pot_1 e/ou Pot_2 até igualar a tensão com o valor da temperatura superior.
 - 7 - Repetir o item 4 a 6 até não necessitar mais ajuste.
- Ao final da etapa 7, terá construído um termômetro digital.

Anexo I - instruções de operação e as características do aparelho multímetro TOZZ modelo DT830B

MEDIDAS DE CORRENTE DC

1. Conecte a ponta de prova vermelha no plug "V Ω mA" e a ponta de prova preta no plug "COM" (para medidas até 200mA) e conecte a ponta de prova vermelha no plug "10A", para medidas até 10A.
3. Abra o circuito a ser medido e conecte as pontas de provas em série com o circuito desejado.
4. Leia o valor da corrente no display digital.

MEDIDAS DE TENSÃO DC

1. Conecte a ponta de prova vermelha no plug "V Ω mA" e a ponta de prova preta no plug "COM".
2. Selecione a escala em DCV conforme a medida. Se a tensão a ser medida é desconhecida, comece pela escala maior e ajuste para uma escala que lhe permita fazer a melhor leitura.
3. Conecte as pontas de provas em paralelo com o circuito a ser medido.
4. A tensão aparecerá no display digital mostrando a polaridade.

MEDIDAS DE TENSÃO AC

1. Conecte a ponta de prova vermelha no plug "V Ω mA" e a ponta de prova preta no plug "COM".
2. Selecione uma escala em ACV.
3. Conecte as pontas de provas em paralelo com o circuito a ser medido.
4. Confira o valor da tensão no display digital.

MEDIDAS DE RESISTÊNCIA

1. Conecte a ponta de prova vermelha no plug "V Ω mA" e a ponta de prova preta no plug "COM".
2. Selecione uma escala em Ω.
3. Se a resistência a ser medida está dentro de um circuito, desligue-o e descarregue todos os capacitores antes de efetuar a medida.

RESISTÊNCIA

ESCALA	RESOLUÇÃO	PRECISÃO
200Ω	100mΩ	±0,8% da leitura ± 2 dígitos
2000Ω	1Ω	±0,8% da leitura ± 2 dígitos
20KΩ	10Ω	±0,8% da leitura ± 2 dígitos
200KΩ	100Ω	±0,8% da leitura ± 2 dígitos
2000KΩ	1KΩ	± 1% da leitura ± 2 dígitos

CIRCUITO DE TENSÃO EM ABERTO NO MÁXIMO 2,8V.
PROTEÇÃO CONTRA SOBRECARGA: 220Vrms AC ou DC, 15 segundos no máximo.

TENSÃO DC

ESCALA	RESOLUÇÃO	PRECISÃO
200mVDC	100µVDC	±0,5% da leitura ± 2 dígitos
2000mVDC	1mVDC	±0,5% da leitura ± 4 dígitos
20VDC	10mVDC	±0,5% da leitura ± 4 dígitos
200VDC	100mVDC	±0,5% da leitura ± 4 dígitos
1000VDC	1VDC	±0,5% da leitura ± 4 dígitos

PROTEÇÃO CONTRA SOBRECARGA: 200Vrms AC para 200mV e a escala 1000V DC ou 750Vrms AC para outras escalas.

TENSÃO AC

ESCALA	RESOLUÇÃO	PRECISÃO
200VAC	100mVAC	±1,2% da leitura ± 10 dígitos
750VAC	1VAC	±1,2% da leitura ± 10 dígitos

PROTEÇÃO CONTRA SOBRECARGA: 1000VDC ou 750Vrms para todas as escalas.

INDICAÇÃO: Valor médio, calibrado em rms através de onda senoidal.

FAIXA DE FREQUENCIA: 45Hz- 450Hz

CORRENTE DC

ESCALA	RESOLUÇÃO	PRECISÃO
200µA	100µA	±1% da leitura ± 2 dígitos
2000µA	1µA	±1% da leitura ± 2 dígitos
20mA	10µA	±1% da leitura ± 2 dígitos
200mA	100µA	±1,2% da leitura ± 5 dígitos
10A	10mA	± 2% da leitura ± 2 dígitos

PROTEÇÃO CONTRA SOBRECARGA: 500mA/250V (10A sem fusível de proteção).

MEDICÃO DE QUEDA DE TENSÃO: 200mV.

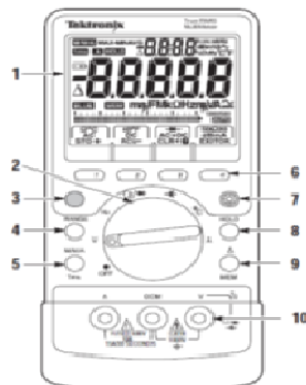
MEDIDAS EM DIODOS

1. Conecte a ponta de prova vermelha no plug "V Ω mA" e a ponta de prova preta no plug "COM".
2. Selecione a escala →.
3. Conecte a ponta de prova vermelha no anodo e a ponta preta no catodo do diodo.
4. Leia a tensão no display digital. Se a conexão do diodo estiver reversa o display digital mostrará "1" no dígito mais significativo.

MEDIDAS DE TRANSISTORES

1. Selecione a escala na posição hFE.
2. Determine se o transistor é NPN ou PNP e localize a Base, o Coletor e o Emissor. Coloque os pinos do conector hFE de acordo com a seqüência E B C (Emissor; Base; Coletor) no soquete na frente do painel.
3. O multímetro mostrará o valor aproximado do hFE, e a corrente da Base 10µA e o VCE 2,8V.

Anexo II - instruções de operação e as características do multímetro Tektronix TX3.

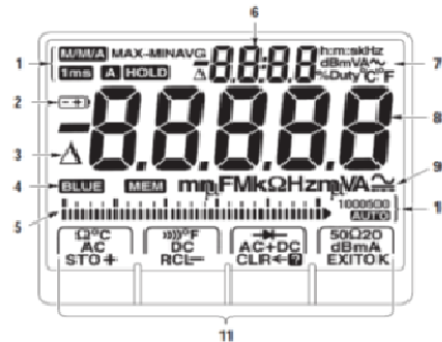


- 1 Extra large LCD display with dual numerical readout.
- 2 Measurement function knob - Use to select a measurement.
- 3 Blue Button - Use to access 1ms, MEM, and Setup menu.
- 4 RANGE Button - Use to set measurement range.
- 5 M/M/A Button - Use to set meter to MIN/MAX/AVG or 1ms modes.
- 6 Softkeys - Use with measurement function knob to select measurements.
- 7 Backlight Button - Use to turn backlight on and off.
- 8 HOLD Button - Use to freeze display.
- 9 Δ Button - Use to make relative measurements and access the memory.
- 10 Input connectors.

Parte Frontal:

- 1 – Display LCD em dupla Linha.
- 2 – Dial para escolha do tipo da medida.
- 3 – Botão Azul para acessar 1 ms, MEM, e menu.
- 4 – Botão Extensão para fixar intervalo de medida
- 5 – Botão M/M/A para fixar medidor no Min/Max/Média ou modo 1 ms.
- 6 – Chaves para seleção utilizar com dial do item 2.
- 7 – Botão de Luz para iluminar o fundo do display.
- 8 – Botão para fixar o valor mostrado no display.
- 9 – Botão Δ para medida relativa e acesso a memória.
- 10 – Entrada de pinos conectores.

Display Indicators



- 1 Special feature indicators
- 2 Low battery indicator
- 3 Delta indicator
- 4 Blue button and memory mode indicators
- 5 Bargraph
- 6 Upper display
- 7 Upper display units
- 8 Main display
- 9 Main display units
- 10 Range indicators
- 11 Softkey menu

Parte Display:

- 1 – Indicador de função especial
- 2 – Indicador de bateria baixa
- 3 – Indicador Δ
- 4 – Indicador botão azul e memoria.
- 5 – Indicador de barras
- 6 – Display superior
- 7 – Unidade do display superior
- 8 – Display principal
- 9 – Unidade do display principal
- 10 – Indicador do intervalo medida.
- 11 – Menu das chaves de seleção das funções.

Temperature characteristics

Characteristics	Description
Main display	
Range	-50° C to +980° C
Accuracy	$\pm 3^\circ \text{C}^1$ (typical)
Thermocouple type	K
Upper display	
Accuracy	$\pm 3^\circ \text{C}$ of ambient temperature (typical)

Anexo III: Código de cores dos Resistores.

Os resistores de valores fixos usados em eletrônica são em geral codificados com 4 cintas ou faixas de cores, A, B, C e D, sendo a última “D” um pouco afastada dos três demais. As duas primeiras faixas, “A” e “B” indicam os dois dígitos significativos, a terceira “C” o multiplicador em 10^C e a quarta, “D” a precisão. Assim teremos:

Resistência $R = AB 10^C$, com D = precisão (unidade em ohms).

As cores têm seguintes significados:

Marrom = 1; Vermelho = 2; Laranja = 3; Amarelo = 4; Verde = 5; Azul = 6; Violeta = 7; Cinza = 8; Branco = 9; Preto = 0

Precisão: Branco = 1%; Prata = 10%; Ouro = 5%.

As faixas de cores sempre iniciam por um dos lados do resistor, considere este lado como lado esquerdo do resistor, e a leitura é sempre do lado esquerdo (A) para lado direito(D).

Exemplo:

Cores iniciando do lado esquerdo: marrom=1, preto=0, vermelho=2, ouro=5% →
então fica: $10 \times 10^2 \pm 5\% = 1000 \pm 50 \text{ ohms} = (100 \pm 5) 10 \Omega$.

Anexo IV: TRAÇADO DE RETAS, ALGARISMOS SIGNIFICATIVOS E PROPAGAÇÃO DE ERROS.

Valor Médio e seus erros.

Para o cálculo do valor médio e seu desvio padrão para um mesmo parâmetro efetuando a mesma

Nome	Símbolo e fórmula	Nome por extenso
média	$\bar{x} = \frac{1}{N} \sum x_i$	média aritmética
desvio padrão	$\Delta x = S = \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum (x_i - \bar{x})^2}$	desvio padrão de cada medida
erro padrão	$\Delta \bar{x} = S_m = \frac{S}{\sqrt{N}}$	desvio padrão da média

medida N vezes:

Traçado de uma reta estatística.

- Definir quem é a variável independente e dependente. A variável independente sempre deve ser colocada no eixo X e a variável dependente no eixo Y de acordo com a equação, $Y = a + bX$.
- Verificar o intervalo de variação dos dados experimentais a serem colocados nos eixos X e Y para ocupar boa parte do espaço da folha ou gráfico fornecido. Ocupe o máximo de espaço possível.
- Dividir os eixos X e Y com valores que sejam fáceis de serem visualizados. Evite utilizar números ímpares (exceto número 5 e seus múltiplos), porque é difícil de subdividir.
- Não congestionar os eixos X e Y com números, sempre facilitando a leitura.
- Nunca coloque os números experimentais nos eixos X ou Y. (a não que seja para chamar alguma atenção).

- vi. Definir qual a dimensão (unidade) das variáveis que serão colocadas nos eixos X e Y, na forma de potência se necessário, e escrever no final dos eixos X e Y bem legível.
- vii. Colocar os dados experimentais na forma de um ponto para cada par xy, pequeno círculo cheio, de forma que não seja muito grande nem um pontinho que seja difícil de visualizar, lembre-se que se colocar uma bola cheia grande pode ter dificuldade de colocar as barras de erros depois.
- viii. As barras de erro se forem todas iguais basta colocar uma vez só e anotar o procedimento em um lugar próximo ao gráfico e se forem muito pequena em relação a divisão da escala do gráfico pode ser omitido.

Método Mínimos Quadrado: Para obtermos os valores de coeficiente linear “b” e do angular “a”, um dos métodos utilizados é o dos Mínimos Quadrados.

Para estimar o coeficiente angular e coeficiente linear da equação:

$$y = ax + b \quad (1)$$

$$a = \frac{\sum (x_i - \bar{x}) y_i}{\sum (x_i - \bar{x})^2} \quad (2)$$

$$b = \bar{y} - a \bar{x} \quad (3)$$

variância dos y_i

$$S^2 = \frac{\sum (y_i - a x_i - b)^2}{(N - 2)} \quad (4)$$

erro padrão para estimar o coeficiente angular e linear

$$\Delta a = S / (\sum (x_i - \bar{x})^2)^{1/2} \quad (5)$$

$$\Delta b = S \sqrt{\frac{1}{N} + \frac{\bar{x}^2}{\sum (x_i - \bar{x})^2}} \quad (6)$$

Método Gráfico: Antes de traçar um gráfico devemos sempre:

Inicialmente determine um ponto no meio dos dados experimentais de modo que os pontos estejam metade para cada lado ao traçarmos uma linha vertical e horizontal (este ponto é chamado também de centro de gravidade dos pontos CM no gráfico).

- a) Coloque ponta de lápis neste ponto CM e com ajuda de uma régua trace duas retas perpendiculares, horizontal e vertical, dividindo os pontos em 4 quadrantes.
- b) Girando a régua levemente em torno do ponto CM, sempre com ponta do lápis no centro da gravidade dos pontos, determine uma reta que coloque em torno de 16% dos pontos acima e trace uma reta (neste caso 3 pontos), definindo a inclinação máxima da reta.
- c) Novamente, gire em sentido contrário e agora deixe 16% dos pontos abaixo da régua e trace uma reta, definindo a inclinação mínima (α_{min}).
- d) No eixo Y, determine o ponto de corte da reta máxima e reta mínima e obtenha o ponto médio entre os pontos máximo e mínimo de corte (Y_{max} , Y_{min}).
- e) Deste ponto médio no eixo Y trace uma reta passando pelo ponto de cruzamento das retas máxima e mínima obtendo assim a reta média.

Note que na região delimitada pelas retas de inclinação máxima e mínima ficam aproximadamente 68% dos pontos experimentais em concordância com o conceito de desvio padrão para uma distribuição normal.

Os parâmetros numéricos destas retas podem ser obtidos das equações:

$$a = \frac{1}{2} (a_{max} + a_{min}) \quad e \quad b = \frac{1}{2} (b_{max} + b_{min}) \quad (7)$$

$$\Delta a = \frac{1}{2\sqrt{N}} |a_{max} - a_{min}| \quad e \quad \Delta b = \frac{1}{2\sqrt{N}} |b_{max} - b_{min}| \quad (8)$$

Note que o valor do desvio ou erro é proporcional a raiz quadrada de número de medidas N, assim quanto maior número de medidas menor é o erro correspondente.

Algarismos Significativos

REGRAS

1. Os erros das medidas são representados sempre com algarismos significativos. Exceto quando o algarismo significativo forem os números 1 ou 2, utilizamos dois algarismos significativos.
2. Primeiro, obtemos o valor do erro para depois obter a posição do último algarismo significativo do valor principal.
3. O valor principal deve sempre ter seu último algarismo significativo na mesma casa do último algarismo significativo do erro.
4. O valor principal e o seu erro devem sempre estar na mesma potência.
5. Os erros lidos diretamente nos instrumentos, ou fornecidos pelo fabricante, são escritos apenas com um algarismo significativo, exceto se vier com 2 algarismos escritos no instrumento.
6. Para arredondamento: de 0,000 até 0,499 mantém-se o último algarismo significativo. De 0,500 até 0,999 acrescentamos uma unidade ao último algarismo significativo.
7. O número zero colocado à esquerda do valor principal ou do erro não é algarismo significativo, mas colocado à direita é um algarismo significativo do número.
8. Para o efeito de cálculo, trabalhamos com todos os números disponíveis no instrumento, mas a representação final sempre deve obedecer às regras acima.

Propagação de erros em um cálculo matemático

Quando obtemos qualquer medida experimental, sempre teremos o envolvimento do erro da medida. Ao realizarmos cálculo com essas medidas haverá uma propagação destes erros e o resultado também deve ser representado com um erro.

Se tivermos duas medidas do tipo, $x \pm \Delta x$, e $y \pm \Delta y$, e realizarmos uma operação matemática qualquer, o resultante $f(x,y)$ também terá um erro $\Delta f(x,y)$. O valor do erro $\Delta f(x,y)$ pode ser obtido pela equação:

$$\Delta f(x,y) = [(\delta f / \delta x)^2 (\Delta x)^2 + (\delta f / \delta y)^2 (\Delta y)^2]^{1/2}$$

Para um cálculo rápido e simplificado, apresentamos a seguir uma lista de fórmulas para operações mais comuns de propagação de erros:

Tabela 1. Exemplos de fórmulas de propagação de erros.

$w = w(x, y, \dots)$	Expressões para σ_w
$w = x \pm y \pm \dots$	$\sigma_w^2 = \sigma_x^2 + \sigma_y^2 + \dots$
$w = x^m$	$\sigma_w = m x^{m-1} \sigma_x$ ou $ \frac{\sigma_w}{w} = m \frac{\sigma_x}{x} $
$w = ax$	$\sigma_w = a \sigma_x$ ou $ \frac{\sigma_w}{w} = \frac{\sigma_x}{x} $
$w = ax + b$	$\sigma_w = a \sigma_x$
$w = axy$	$\sigma_w^2 = (ay)^2 \sigma_x^2 + (ax)^2 \sigma_y^2$ ou $(\frac{\sigma_w}{w})^2 = (\frac{\sigma_x}{x})^2 + (\frac{\sigma_y}{y})^2$
$w = a \frac{x}{y}$	$\sigma_w^2 = (\frac{a}{y})^2 \sigma_x^2 + (\frac{ax}{y^2})^2 \sigma_y^2$ ou $(\frac{\sigma_w}{w})^2 = (\frac{\sigma_x}{x})^2 + (\frac{\sigma_y}{y})^2$
$w = ax^p y^q$	$\sigma_w^2 = (ap x^{p-1} y^q)^2 \sigma_x^2 + (ax^p q y^{q-1})^2 \sigma_y^2$ ou $(\frac{\sigma_w}{w})^2 = (p \frac{\sigma_x}{x})^2 + (q \frac{\sigma_y}{y})^2$
$w = a \text{ sen } bx$	$\sigma_w = ab \cos bx \sigma_x$ (σ_x em radianos)
$w = b \log_a x$	$\sigma_w = \frac{b}{\ln a} \frac{\sigma_x}{x}$

X e Y são valores com erros σ_x e σ_y respectivamente. W é o resultante da operação matemática, e σ_w o erro resultante desta operação.

RESPONDER SEGUINTE QUESTÃO (100 PONTOS)

Questão 1: Demonstre a relação (1). (5 pontos)

Questão 2: Demonstre a relação (2). (5 pontos)

Questão 3: Preencher a tabela abaixo com os valores dos resistores utilizados na Figura 8 (a) com respectivos valores de erros das medidas. **(10 pontos)**

Tabela I de resultados experimentais da **Figura 8 (a)**.

	Rx	R2 (década)	R3	R4	Vg	Temperatura
Valor						
Erro						

Explique como determinar o valor do resistor desconhecido e determine o seu valor Rx.

Questão 4: Complete a tabela abaixo com os valores obtidos na R_2 (década) e R_x quando em equilíbrio e respectiva temperatura com os valores de erros. **(20 pontos)**

Valor do resistor Limitador (Ω)	R_2 (década)	R_x	Temperatura
0,47			
3,3			
5,6			
12			
18			
27			
39			
56			
82			
150			

Obs: Após o término dessa questão, **desligar** a fonte de alimentação E_2 !

Questão 5: Considerando que a condição inicial do problema são os valores da temperatura inicial T_0 e R_0 , os valores obtidos à temperatura ambiente da questão 3, escreva a possível equação da relação entre variável elétrica, isto é, resistência, voltagem ou corrente, e a temperatura, justificando a sua escolha e linearizando a equação obtida. **(15 pontos)**

Dica: a equação presumível (exceto constantes) assemelha-se entre seguintes equações, onde R é a resistência R_x , V é a voltagem, I a corrente, A e B são constantes e T é a temperatura em kelvin.

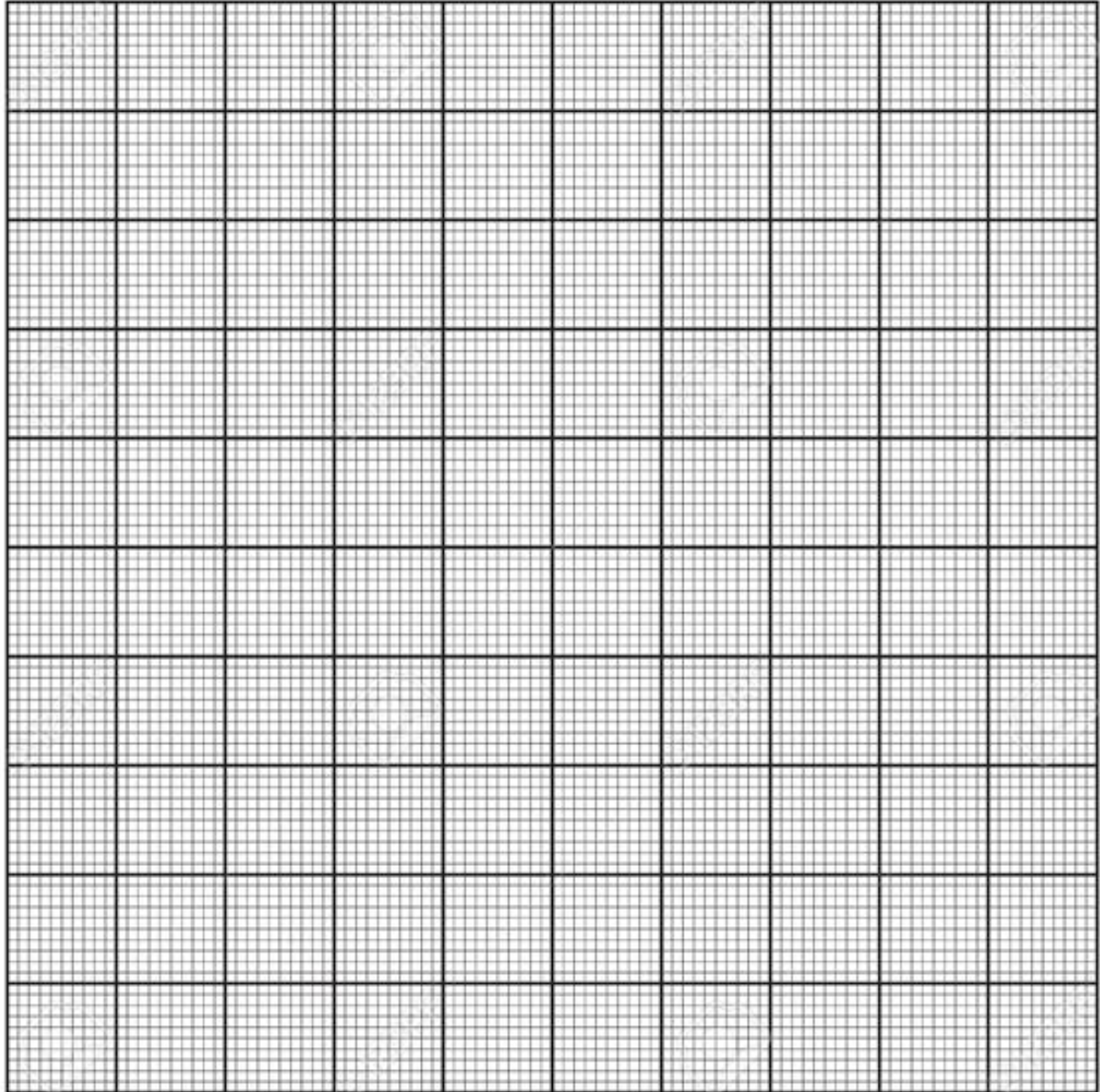
1) $R = \frac{AV}{I} + B$

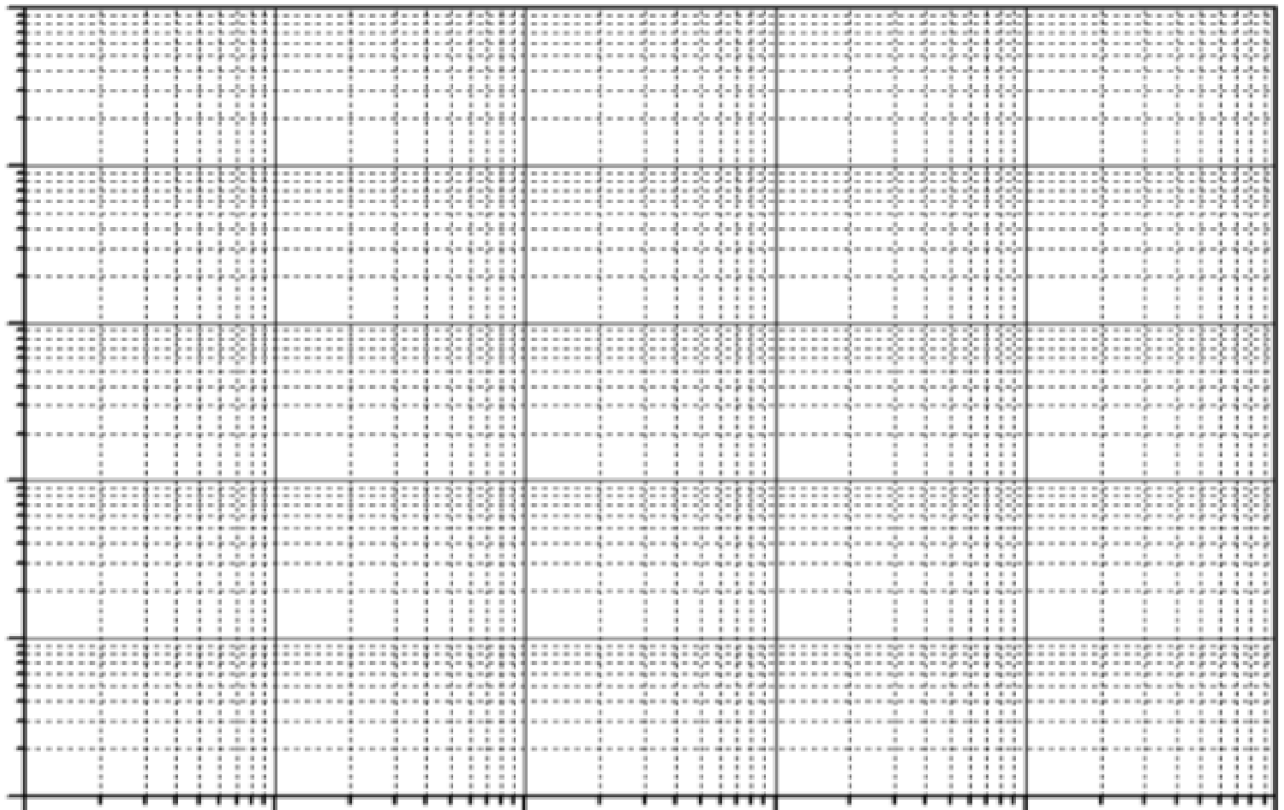
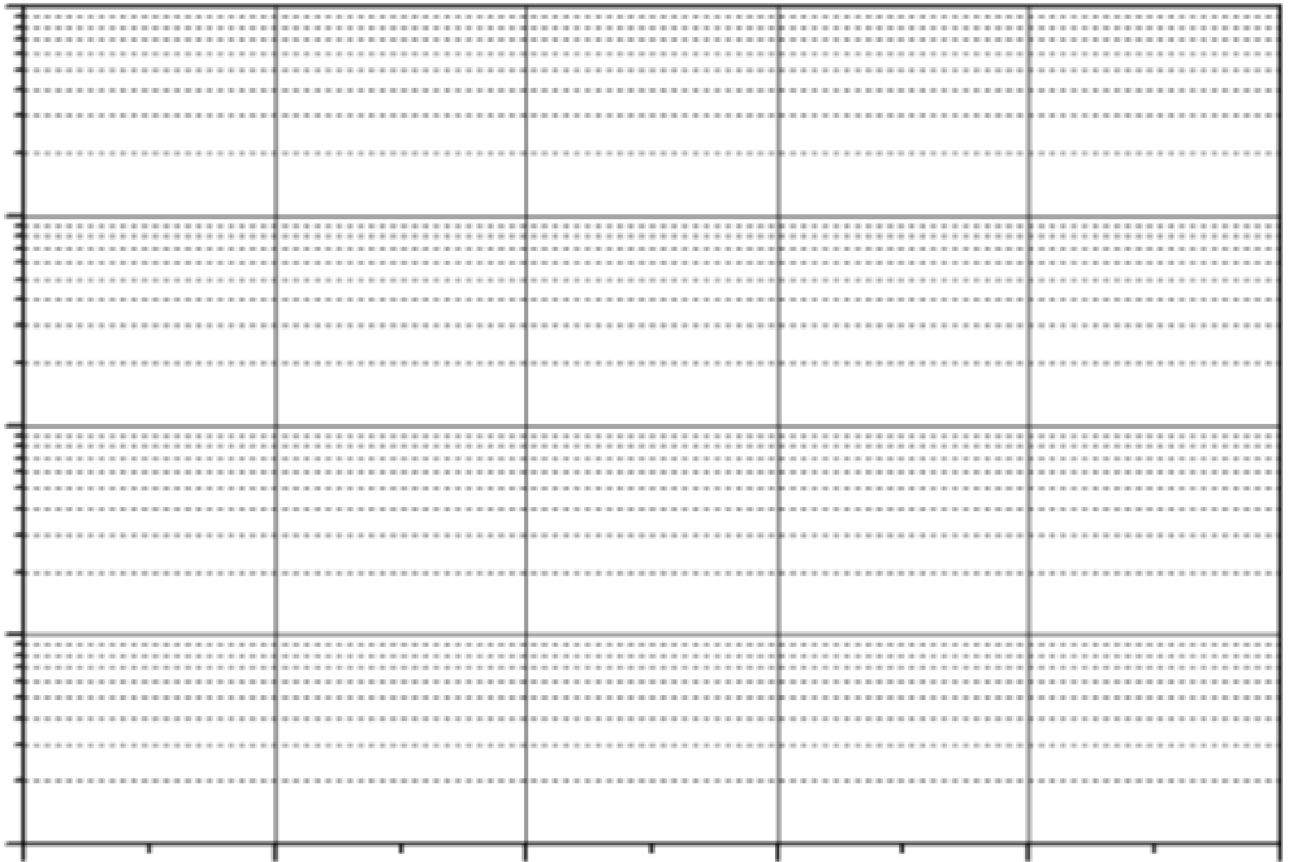
2) $V = AI^B$

3) $R = Ae^{\frac{B}{T}}$

4) $R = A + BT$

Questão 6: Utilize os resultados obtidos nas questões 4 e 5, e faça o gráfico apropriado do valor da resistência da década no equilíbrio em função da temperatura. **(20 pontos).**





Questão 7: Obtenha os valores dos coeficientes linear e angular da reta e relacione com as constantes A e B do resistor Rx (termopar) e respectivas unidades. **(10 pontos).**

Questão 8: Desafio (15 pontos)

Após os ajustes dos potenciômetros Pot₁ e Pot₂, pede-se para removê-los do circuito com muito cuidado (evitar de mexer no eixo), medir os respectivos valores utilizados preenchendo a tabela abaixo.

	Potenciômetro Pot ₁	Potenciômetro Pot ₂
Valor medido		

Qual foi a função do potenciômetro Pot₁ ? E do Pot₂?
Justifique a sua resposta.