



**LEIA ATENTAMENTE AS INSTRUÇÕES ABAIXO:**

- 01) Esta prova destina-se exclusivamente a alunos das 1ª e 2ª séries do ensino médio. Ela contém **doze** questões.
- 02) A prova é composta por dois tipos de questões: I) **Questões de Resposta Direta** e II) **Questões de Resposta Aberta**. Nas questões de resposta direta somente será considerada na correção a resposta final, enquanto nas questões de resposta aberta, caso o resultado final não estiver correto, o desenvolvimento poderá ser considerado na pontuação final, considerando-se os critérios de correção.
- 03) Os alunos da 1ª série devem escolher livremente no máximo **quatro** questões de resposta direta e **quatro** questões de resposta aberta.
- 04) Os alunos da 2ª série também devem responder **quatro** questões de resposta direta e **quatro** questões de resposta aberta que não estão indicadas como **“exclusiva para alunos da 1ª série”**.
- 05) O **Caderno de Respostas** possui instruções que devem ser lidas cuidadosamente antes do início da prova.
- 06) Todos os resultados numéricos devem ser expressos em unidades no Sistema Internacional e seguindo as instruções específicas da questão.
- 07) A duração desta prova é de **quatro** horas, devendo o aluno permanecer na sala por **no mínimo noventa minutos**.

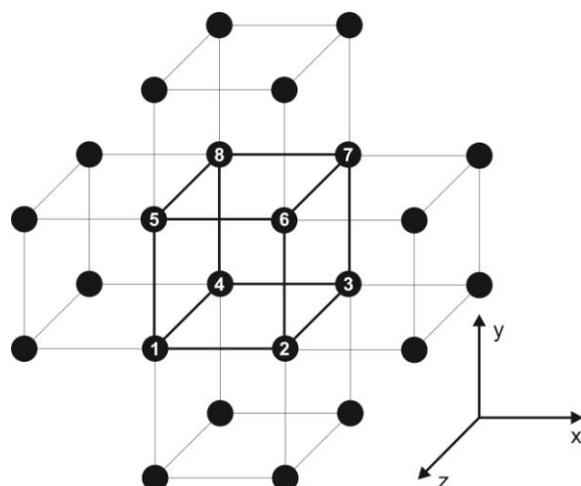
Se necessário use:  $g=10\text{m/s}^2$ ; velocidade do som no ar =  $340\text{m/s}$ ; velocidade da luz no vácuo =  $3,0 \times 10^8 \text{ m/s}$ ;  $\sqrt{3} = 1,7$ ;  $\sqrt{5} = 2,2$ ;  $\sqrt{2} = 1,4$ ;  $\pi = 3$ ;  $\sin 30^\circ = 0,5$  –  $\cos 30^\circ = 0,9$ , raio da Terra =  $6400\text{km}$

**PARTE I – QUESTÕES DE RESPOSTA DIRETA**

O ano de 2014 foi oficialmente declarado pela UNESCO e pela União Internacional de Cristalografia (IUCr) o **Ano Internacional da Cristalografia**. Este ano, além do centenário da descoberta da difração de raios-x em cristais, marca também o 400º aniversário da observação feita por Kepler da simetria presente em cristais de gelo. A difração de raios-x em cristais permite o estudo detalhado da estrutura destes materiais. J. Kepler, mais conhecido pelas descobertas sobre o movimento dos planetas, escreveu em 1611 um artigo sobre a simetria hexagonal do floco de neve. O artigo deu início ao estudo de simetrias nas propriedades de materiais e é considerado o primeiro trabalho que analisa e descreve a estrutura de cristais. Embora não tivesse como se referir à estrutura atômica, Kepler sugeriu que o empacotamento de esferas idênticas poderia ter alguma relação com a morfologia dos cristais de gelo. Esse artigo deu origem à chamada Conjectura de Kepler. Com o desenvolvimento dos raios-x e da cristalografia, 300 anos após Kepler, pôde-se mostrar que ele estava certo. Cristais são comumente encontrados na natureza e são arranjos periódicos de átomos com determinadas simetrias. São particularmente abundantes em formações rochosas, como minerais, mas também nos flocos de neve, no gelo ou nos grãos de sal.

O texto abaixo se refere às questões de 1 a 3.

A figura ao lado representa um arranjo de átomos (considerados esféricos) com simetria cúbica. Neste caso, os átomos de um dado elemento estão posicionados com centro nos vértices dos cubos, como os numerados de 1 a 8 na figura. Um material sólido cristalino, de simetria cúbica, é formado por uma composição de cubos “empilhados” nas três direções do espaço x, y e z. O menor cubo do cristal é denominado de célula unitária deste cristal. De



maneira geral, um cristal é formado pela composição de suas células unitárias. Vamos considerar os seguintes parâmetros:  $M = \text{massa do átomo}$ ;  $d = \text{aresta do cubo da célula unitária}$ ;  $a = \text{raio do átomo}$ .

**Questão 1 (exclusiva para alunos da 1ª série)** – a) Qual o volume de uma célula unitária? b) Qual a densidade do cristal? Neste caso, cada célula unitária possui apenas 1 átomo.

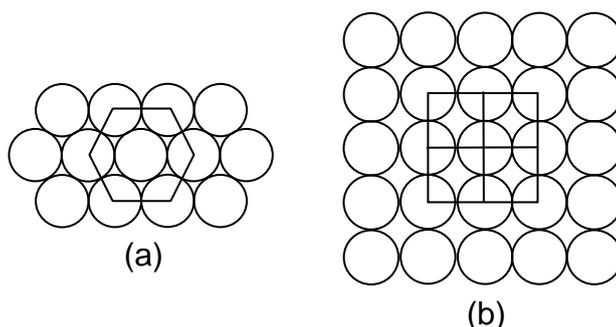
**Questão 2 (exclusiva para alunos da 1ª série)** – Considerando somente a célula com os átomos numerados, para o átomo 1 os átomos 2, 4 e 5 são chamados primeiros vizinhos por serem os mais próximos de 1. Analogamente definimos segundos e terceiros vizinhos. Para esta célula, responda:

a) Qual(is) o(s) segundo(s) vizinho(s) do átomo 1?

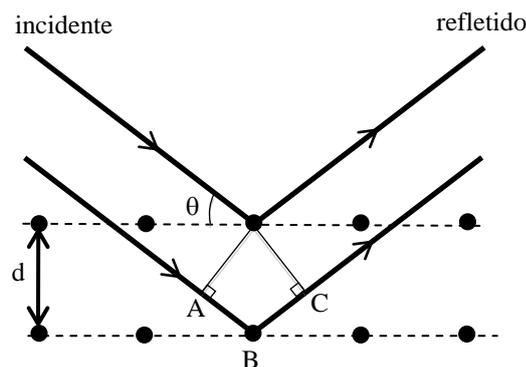
b) Qual(is) o(s) terceiro(s) vizinho(s) do átomo 1?

**Questão 3** – Quantas células unitárias um cristal de  $1\text{cm}^3$  possui para um valor de  $d = 2 \times 10^{-10}\text{m}$ ?

**Questão 4** – O empacotamento de partículas constituintes de um cristal: deseja-se empacotar esferas rígidas de mesmo tamanho. Para simplificarmos o problema tratado por Kepler, vamos supor que ao invés de esferas tenhamos discos idênticos como, por exemplo, moedas, e desejamos colocar os discos uns ao lado dos outros de modo a se obter a máxima densidade possível. A figura mostra dois arranjos diferentes. O empacotamento mostrado em (a) é chamado empacotamento hexagonal e em (b) empacotamento quadrado. Em cada um dos casos mostrados determine a densidade de empacotamento - fração de área ocupada pelos discos.



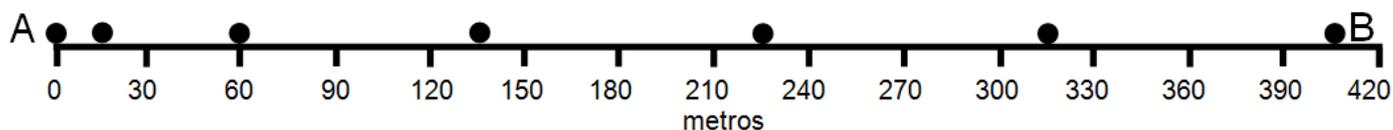
**Questão 5** – Em 1912 os raios-x foram usados por Max von Laue que mostrou que um sólido cristalino pode ser usado como uma rede de difração quando submetido à radiação eletromagnética com comprimentos de onda comparados com a separação entre os íons. A partir dos resultados de von Laue os Ingleses W H Bragg e seu filho W L Bragg mostraram como os raios-x poderiam se espalhar a partir de planos atômicos no cristal. Embora o processo de difração de raios-x pelo cristal seja um processo complicado podemos imaginar que a radiação seja refletida por uma família de planos paralelos que se estendem através dos átomos dentro do cristal. Quando raios-x incidem no cristal, estes são espalhados pela estrutura cristalina em todas as direções. Em algumas direções ocorrem interferências destrutivas e em outras interferências construtivas. A partir do padrão de difração pode-se tirar conclusões sobre a estrutura cristalina. A figura mostra um arranjo de íons num cristal cúbico de NaCl, e as linhas pontilhadas representam as interseções de planos de íons, planos de Bragg, com o plano da folha. A figura mostra os raios-x incidentes e refletidos pelos elétrons nos átomos contidos nos planos de Bragg, onde  $d$  a separação entre os planos. Para que haja interferência construtiva a diferença de caminho ABC deve ser igual ao um múltiplo inteiro do comprimento de onda do raio-x incidente. Determine o valor do segmento ABC como função dos parâmetros na figura ( $d, \theta$ ).



**Questão 6** – Dois torcedores estão num estádio de futebol quando veem o juiz levar o apito à boca para determinar o encerramento da partida. Após 0,250s o torcedor A ouve o apito do juiz, já o torcedor B ouve após 0,155s. Sabe-se que as linhas de visão dos torcedores até o juiz formam entre si  $90^\circ$ . a) Quais são as distâncias dos torcedores até o juiz. b) Qual a distância entre os dois torcedores (em linha reta)?

## PARTE II – QUESTÕES DE RESPOSTA ABERTA

**Questão 7 (exclusiva para alunos da 1ª série)** – Um veículo, viajando em linha reta do ponto A ao ponto B, está com um problema no motor o que causa vazamento de óleo. Uma gota de óleo cai do motor a cada 3s e a figura abaixo mostra o padrão das marcas de óleo no asfalto da rodovia.



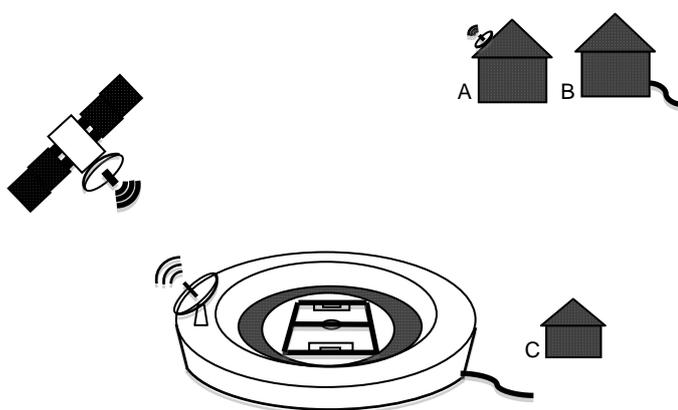
- Qual a velocidade média do carro entre 0 e 18 segundos?
- Qual a aceleração média entre 0 e 6 segundos?
- Qual a aceleração média entre 12 e 18 segundos?

**Questão 8 (exclusiva para alunos da 1ª série)** – Uma bola de futebol é deixada cair de uma altura de 2,4m, colide com o piso rígido e retorna à altura de 1,8m. Supondo que a resistência do ar seja desprezível, que fração da energia inicial é perdida na colisão e qual a velocidade da bola imediatamente após a colisão? Desprezar a resistência do ar.

**Questão 9** – Na copa do mundo de futebol de 1970 um lance ficou marcado na história do futebol mundial. Muitos se referem a este lance como “o gol que Pelé não fez”. O lance ocorreu no jogo entre Brasil e Tchecoslováquia (país extinto em 1992) ocorrido em Guadalajara onde Pelé, vendo que o goleiro estava fora do gol, arriscou um chute a alguns metros atrás da linha central do campo. A bola, entretanto, passou muito perto da trave caindo a alguns metros atrás da linha de fundo. Analisando o vídeo (<http://www.youtube.com/watch?v=nNc-YiUzi2g>) percebemos que a bola viaja por aproximadamente 3s. Com o auxílio do *google map* (<https://www.google.com/maps>) estimamos que o alcance da bola tenha sido de 60m. Com esses dados, determine a velocidade inicial e o ângulo que a bola foi lançada. Desprezar a resistência do ar e considerar que a trajetória da bola seja uma curva plana.

**Questão 10** – Para que uma bola seja aprovada pela federação de futebol deve possuir certas características. Entre elas está a perda de pressão: iniciando-se com uma pressão de 0,8bar ao nível do mar, é aceitável uma perda máxima de 20% em 72 horas. Suponha que o interior da bola contenha um gás ideal e que a temperatura e o volume sejam constantes. Que fração máxima de gás pode ser liberado da bola para que, ainda assim, seja reconhecida pela federação?

**Questão 11** – Um jogo de futebol está sendo transmitido via satélite geostacionário para a residência A e via cabo de fibra óptica com índice de refração de 1,5 para a residência B. A velocidade orbital do satélite é de 3,0km/s. Estas casas são vizinhas e estão a 100km de distância do estádio. A residência C não está recebendo sinal elétrico mas, por estar a 170m do estádio, pode ouvir o sinal direto da manifestação do público presente. No momento em que ocorre um evento no estádio, as residências receberão os sinais em diferentes instantes de tempo. Supondo que o atraso seja apenas devido à propagação dos sinais, qual das residências receberá primeiro o sinal? Qual é o atraso, em relação ao momento em que o evento ocorreu, em cada uma das residências?



**Questão 12** - Uma fonte de luz monocromática é instalada no centro do fundo de uma piscina. Esta piscina tem 10m comprimento, 5m de largura, aproximadamente 1,61m de profundidade e está cheia de água com índice de refração  $4/3$ . Se o índice de refração do ar é igual a 1 e as paredes da piscina não refletem luz, que fração da superfície da piscina é iluminada?

