# Acopladores de Gradiente de Índice com Simetria Esférica

(Spherically symmetric gradient-index couplers)

#### José Ramón Flores

Departamento de Física Aplicada, Universidade de Santiago E-15706 Santiago de Compostela, Galiza, Espanha

Recebido em 3 de Agosto, 2000.

Neste artigo apresenta-se um novo tipo de elementos de gradiente de índice com simetria esférica capazes de transformar um campo óptico procedente duma fonte pontual com um padrão de radiação predeterminado numa distribuição de irradiância arbitrária num plano dado.

In this article a new type of spherically symmetric gradient-index elements is presented. They are able to transform an optical field from a point source with a predetermined radiation pattern into a arbitrary irradiance distribution on a given plane.

## I Introdução

Os meios de gradiente de índice oferecem ao desenhador uma flexibilidade congênita, que bem aproveitada permite-lhe o desenho de sistemas ópticos complexos, usando muitos menos elementos dos necessários se utilizar unicamente dispositivos ópticos convencionais. Sirvam de exemplo uma objetiva aplanética de microscópio formada por só dois elementos [1] ou um axicon que produz no seu eixo óptico uma distribuição de intensidade luminosa predeterminada pelo desenho[2]. Uma tecnologia tão flexível, mesmo mais, é a dos elementos difrativos, mas esta apresenta o inconveniente de ser apropriada as mais das vezes unicamente para radiação monocromática<sup>1</sup>

Neste artigo apresenta-se o desenho duma nova classe de elementos ópticos de gradiente de índice, sendo o dito gradiente de simetria esférica. Estes novos elementos, nomeados tentativamente acopladores, estão desenhados para a partir do campo óptico procedente duma fonte pontual com um padrão de radiação predeterminado produzir uma distribuição de irradiância arbitrária num plano do espaço imagem perpendicular ao dito eixo óptico. Dada a simetria dos ditos elementos, as distribuições de intensidade não podem ser totalmente arbitrárias, pois vão ter também elas simetria de revolução.

O desenho destes elementos está baseado na teoria dos meios de gradiente de índice de simetria esférica, teoria iniciada por Luneburg[3] e acrescentada posteriormente por outros investigadores [4-10]. Baseia-se também na lei de conservação da energia geométrica [11], lei bem conhecida e que se tem usado tanto no desenho de elementos difrativos como doutros elementos GRIN [12-16]. Na próxima seção calcula-se a função de deflexão dos acopladores apresentados, função que descreve matematicamente o comportamento dos ditos elementos. Conhecendo esta função pode-se calcular o perfil de índice dos acopladores, tal e como se vê na seção III. Por último a seção IV dedica-se ao cálculo do campo óptico em qualquer ponto do espaço imagem.

# II Função de deflexão

Os acopladores GRIN apresentados neste artigo são esferas de material dielétrico não homogêneo com simetria esférica, i.e. o índice de refração varia como uma função da coordenada radial  $r,\ n=n(r)$ . Sem perda de generalidade podemos considerar que o raio das ditas esferas é igual à unidade, de maneira que qualquer outro comprimento é relativo ao dito raio.

Assumimos para os nossos cálculos que o acoplador está rodeado por ar e denotamos por N o índice de refração na superfície, i.e. n(1)=N>1. Todavia não é difícil generalizar os cálculos ao caso do acoplador estar imerso num meio de índice maior do que a unidade.

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>Pode-se obter uma boa perspectiva do estado atual dos elementos ópticos difrativos consultando os números especiais que lhe dedicaram Applied Optics, Vol. 38 No. 14, e o Journal of the Optical Society of America A, Vol. 16 No. 5, correspondentes ao Optical Society of America fourth topical meeting on diffractive optics and microoptics que teve lugar do 8 ao 11 de Junho de 1998 em Kona, Hawaii.

46 José Ramón Flores

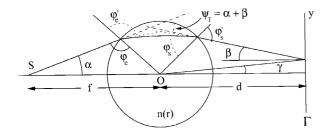


Figura 1. Trajetória dum raio num elemento GRIN com simetria esférica. A traços pintam-se as prolongações do raio nos trechos fora do acoplador, e em ponteado as pendentes internas do raio nos pontos de entrada e saída.

Os meios com gradiente de índice de simetria esférica têm a propriedade de que a trajetória de qualquer raio que os atravesse é uma curva plana que jaz num plano que contém à origem de coordenadas, ademais o raio cumpre em qualquer ponto a lei de Snell generalizada[3]:

$$\rho(r)\,\sin\varphi = k\tag{1}$$

com

$$\rho(r) = n(r) \cdot r \qquad 0 \le r \le 1 \tag{2}$$

sendo  $\varphi$  o ângulo que formam o vetor de posição e a tangente ao raio, e k uma constante para cada raio, pelo que pode ser usado para o etiquetar. Na figura 1 mostra-se  $\varphi$  em dois pontos diferentes:  $\varphi_e$  e  $\varphi'_e$  correspondem-se respectivamente com o raio antes e depois de refratar-se no ponto de entrada, no entanto  $\varphi_s$  e  $\varphi'_s$  correspondem-se com o raio antes e depois de se refratar no ponto de saída. O parâmetro k pode tomar valores entre 0, caso do raio que passe pelo centro de coordenadas, e 1, caso do raio que incida tangencialmente,  $\varphi = 90^\circ$ , no elemento.

O comportamento dum elemento GRIN com simetria esférica vem descrito pela sua função de deflexão,  $\psi_T(k)$ , que como o seu nome indica dá-nos a deflexão induzida pelo elemento GRIN nos distintos raios. Seja um raio arbitrário, denotado pelo parâmetro k, que passa através do dito elemento (veja-se a figura 1). O raio incidente forma um ângulo  $\alpha(k)$  com o eixo óptico, e trás atravessar o elemento, sai formando um ângulo  $\beta(k)$  com o mesmo eixo, de maneira que a deflexão global que experimenta este raio é igual a:

$$\psi_T(k) = \alpha(k) + \beta(k) \qquad 0 \le k \le 1 \qquad (3)$$

Vamos considerar que o campo óptico no espaço objeto é produzido por uma fonte pontual, S, situada a uma distância f do centro do acoplador e com um padrão de radiação do tipo  $P_{\alpha}(\alpha) = P_0 \cos^m \alpha$ , onde  $P_0$  é a intensidade radiante no eixo e m é um número real. A fonte S e o centro do acoplador definem então o eixo óptico do sistema.

Aplicando o teorema dos senos e a lei de Snell generalizada aos raios que procedentes de S atingem o

acoplador não é difícil obter o valor do ângulo  $\alpha$  como uma função do parâmetro k:

$$\alpha(k) = \arcsin\frac{k}{f}$$
  $0 \le k \le 1$  (4)

e portanto o padrão de radiação da fonte como função de k:

$$P_{\alpha}(k) = P_0 \left[ 1 - \left(\frac{k}{f}\right)^2 \right]^m \qquad 0 \le k \le 1 \quad (5)$$

Se m=0 a fonte é isotrópica, se m=0 e  $f=\infty$  tem-se uma onda plana, e se m=1 a fonte é lambertiana.

O ângulo  $\beta$  pode obter-se também aplicando a equação de Snell generalizada e o teorema dos senos, como uma função de k e de y(k). Sendo y(k) a altura do ponto sobre o eixo à qual o raio atinge o plano  $\Gamma$ , plano perpendicular ao dito eixo, situado a uma distância d do centro do acoplador, e onde se forma a distribuição de intensidade desejada.

Da figura 1 segue-se que

$$\sin(\beta + \gamma) = \frac{\sin(\pi - \varphi_s')}{\sqrt{d^2 + y^2(k)}} = \frac{k}{\sqrt{d^2 + y^2(k)}}$$
 (6)

e tendo em conta que  $\gamma = \arctan(y/d)$ , chega-se finalmente a:

$$\beta(k) = \arcsin \frac{k}{\sqrt{d^2 + y^2(k)}} - \arctan \frac{y(k)}{d} \quad 0 \le k \le 1$$
(7)

Evidentemente para termos bem definida a função  $\beta(k)$  é necessário conhecer como varia y com k. A função y(k) pode calcular-se a partir da lei de conservação da energia geométrica. Denotando por  $P_y(y)$  à irradiância no plano  $\Gamma$ , a dita lei toma neste caso a forma:

$$2\pi P_{\alpha}(\alpha) T_{e}(\alpha, N) T_{s}(\alpha, N) \sin \alpha \, d\alpha = 2\pi P_{y}(y) \, y \, dy$$
(8)

onde  $T_e(\alpha, N)$  e  $T_s(\alpha, N)$  são respectivamente as transmitâncias nas superfícies anterior e posterior do acoplador. Ambas transmitâncias são iguais, e assumindo que a fonte S radia luz natural, obedecem a seguinte expressão [16]:

$$T_e(k, N) = \frac{2N\sqrt{1 - k^2}\sqrt{N^2 - k^2}}{\left[\sqrt{N^2 - k^2} + \sqrt{1 - k^2}\right]^2} \left[1 + \frac{N^2}{\left[\sqrt{1 - k^2}\sqrt{N^2 - k^2} + k^2\right]^2}\right]$$
(9)

Esta é uma função decrescente de k, tomando valores entre  $4N/(N+1)^2$  para k=0 e zero para k=1.

Integrando e normalizando a equação 8, tendo a vista 4 e 5, obtém-se:

$$\frac{\int_0^k \left[ f^2 - x^2 \right]^{\frac{m-1}{2}} T_e^2(x, N) x \, dx}{\int_0^1 \left[ f^2 - x^2 \right]^{\frac{m-1}{2}} T_e^2(x, N) x \, dx} = \frac{\int_0^{y(k)} P_y(x) x \, dx}{\int_0^{y(1)} P_y(x) x \, dx}$$
(10)

Uma vez determinada a distribuição de irradiância desejada  $P_y(y)$ , a equação 10 fornece uma relação entre  $y \in k$ . Este desenvolvimento assume tacitamente que y = y(k) é uma função estritamente crescente em todo o intervalo [0, 1], i.e. que os raios não se cruzam entre si antes de atingir o plano  $\Gamma$ .

### II.1 Exemplos

A seguir vamos considerar um par de distribuições de irradiância no plano  $\Gamma$ , vendo que funções y=y(k) correspondem às distas distribuições.

## II.1.1 $P_y(y)$ gaussiana

Seja a distribuição de irradiância desejada no plano  $\Gamma$  igual a

$$P_{y}(y) = \begin{cases} \exp\left\{-\frac{2y^{2}}{w_{o}^{2}}\right\} & 0 \le y \le w_{0} \\ 0 & y > w_{0} \end{cases}$$
 (11)

Substituindo 11 em 10 e integrando podemos despejar

$$y(k) = \frac{w_0}{\sqrt{2}} \sqrt{2 - \ln\left[e^2 - (e^2 - 1)\Omega_m(k)\right]} \qquad 0 \le k \le 1$$
(12)

onde  $\Omega_m(k)$  denota o termo esquerdo da igualdade 10. Substituindo 12 em 7 obtém-se  $\beta(k)$ , que junto com  $\alpha(k)$ , especifica o comportamento do acoplador que da lugar à distribuição de irradiância 11. Deve salientar-se ser esta uma distribuição de irradiância gaussiana, mas o campo óptico não tem por que ser gaussiano, ou seja, a fase no plano  $\Gamma$  não tem por que ser a correspondente a um feixe gaussiano. Já que o procedimento seguido só visa a irradiância no plano  $\Gamma$ .

## II.1.2 $P_y(y)$ senoidal

Seja a distribuição de irradiância desejada no plano  $\Gamma$  igual a:

$$P_y(y) = \begin{cases} \sin\left(\pi \frac{y^2}{w_0^2}\right) & 0 \le y \le w_0 \\ 0 & y > w_0 \end{cases}$$
 (13)

Neste caso a irradiância anula-se no eixo e acrescenta-se ao crescer o raio até se fazer máxima para  $y=w_0/\sqrt{2}$ , diminuindo logo rapidamente até se anular para  $y=w_0$ . De maneira que num anteparo situado no plano  $\Gamma$  verse-ia um anel brilhante e grosso com uma caída da irradiância mais brusca para o exterior que em direção

ao centro, tendo portanto um comportamento similar ao duma lente tórico-anular[17].

Substituindo 13 em 10 e despejando y obtém-se neste caso:

$$y(k) = w_0 \sqrt{\frac{2}{\pi} \arcsin \sqrt{\Omega_m(k)}}$$
  $0 \le k \le 1$  (14)

A modo de exemplo na figura 2a mostra-se a função y(k), e na 2b  $\beta(k)$ . Em ambos casos consideram-se dois acopladores, um gaussiano e outro senoidal, iluminados por uma fonte lambertiana situada a f=1.5, e tal que a distribuição de irradiância se forma num plano situado a d=1.5, e com  $w_0=0.25$ .

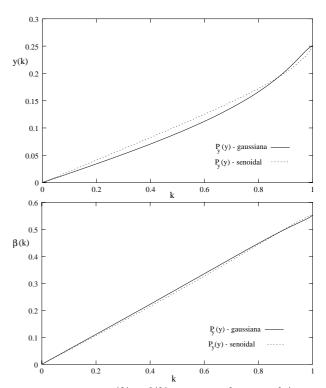


Figura 2. Funções y(k) e  $\beta(k)$  correspondentes a dois acopladores cujas características se descrevem no texto. a) Altura sobre o eixo à que o raio, etiquetado pelo parâmetro k, atinge o plano  $\Gamma$ . b) ângulo que no espaço imagem forma o raio, etiquetado pelo parâmetro k, com o eixo óptico.

#### III Perfil de índice

O índice de refração de um elemento GRIN com simetria esférica está relacionado logicamente com a sua função de deflexão. No caso de o índice superficial do elemento coincidir com o índice do meio homogêneo externo, a função de deflexão determina univocamente o perfil de índice[2]. No caso de haver uma descontinuidade de índice na superfície do elemento a função de deflexão não define totalmente o perfil de índice do elemento, existindo duas estratégias a seguir para calcular

48 José Ramón Flores

um perfil de índice que de lugar ao comportamento desejado. A primeira, devida a Morgan[6], considera o elemento composto por uma camada externa, cujo índice escolhe o desenhador, e uma parte central, cujo índice é função da camada externa e da função de deflexão. A segunda devida a Sochacky e outros[10], calcula o perfil de índice do elemento a partir do comportamento desejado para o mesmo, e de uma função de deflexão complementária, eleita pelo desenhador. O segundo método permite desenhar alguns acopladores com simetria esférica como um perfil de índice monótono, mas a custa de o elemento ter uma abertura limitada, i.e. os raios mais externos não obedecerem à função de deflexão originalmente eleita. Para elementos com abertura plena ambas as duas estratégias de desenho dão lugar a perfis de índice muito semelhantes, e como a devida a Morgan é um pouco mais simples, optamos por ela.

Seguindo pois a Morgan consideramos que os acopladores têm uma camada externa com um perfil de índice conhecido:

$$\rho(r) = R(r) \ge 1, \qquad n(r) = \frac{R(r)}{r} \ge \frac{1}{r} \qquad a \le r \le 1$$
(15)

sendo a o raio interno da camada externa. No seu trabalho original Morgan deduz a expressão do índice de refração da parte central para uma função de deflexão especifica; a correspondente a uma lente estigmática. Mas não é difícil adaptar a expressão por ele calculada para uma função de deflexão geral. Fazendo-o obtémse o índice da parte central como uma função do perfil de índice da camada externa, R(r), e da função de deflexão,  $\psi_T(k)$ :

$$n(\rho) = \frac{1}{a} \exp\left\{ \frac{1}{\pi} \int_{\rho}^{1} \frac{\psi_{T}(k) dk}{\sqrt{k^{2} - \rho^{2}}} - \frac{2}{\pi} \int_{\rho}^{1} \frac{F(k) dk}{\sqrt{k^{2} - \rho^{2}}} \right\} \quad 0 \le \rho \le 1$$
 (16)

com

$$F(k) = \int_{a}^{1} \frac{k \, dr}{r\sqrt{R^{2}(r) - k^{2}}} \qquad 0 \le k \le 1$$
 (17)

A equação 16 junto com a equação 2 fornecem uma solução paramétrica de n(r), dando r e n em função do parâmetro  $\rho$ . Deve enfatizar-se no entanto, que para a equação 16 ser válida tem que se cumprir a seguinte condição:

$$\frac{\frac{1}{2}\psi_T(1) - F(1)}{\sqrt{1 - \rho^2}} + \int_{\rho}^{1} \frac{d}{dk} \left[ \frac{F(k) - \frac{1}{2}\psi_T(k) - \arccos k}{k} \right] \frac{dk}{\sqrt{k^2 - \rho^2}} > 0 \qquad 0 \le \rho \le 1$$
 (18)

#### III.1 Exemplos

Como exemplo vamos considerar uma camada externa com um perfil de tipo<sup>2</sup>

$$R(r) = N r^b, \quad n(r) = N r^{b-1} \qquad a \le r \le 1$$
 (19)

onde  $b \neq 0$  e  $N a^b = 1$ . Esta última condição assegura a continuidade do índice em r = a, já que  $\rho(a - 0) = 1$ . Substituindo 19 em 17 obtém-se:

$$F(k) = \frac{1}{b} \left( \arccos \frac{k}{N} - \arccos k \right) \tag{20}$$

que por sua vez pode ser substituída em 16, junto com 4, para obter a expressão do índice:

$$n(\rho) = \left(\frac{N}{1+\sqrt{1-\rho^2}}\right)^{\frac{1}{b}} \exp\left\{\omega(\rho, f) + \frac{2}{b}\omega(\rho, N) + \frac{1}{\pi} \int_{\rho}^{1} \frac{\beta(k) dk}{\sqrt{k^2 - \rho^2}}\right\} \quad 0 \le \rho \le 1$$

$$n(r) = N r^{b-1} \qquad a \le r \le 1$$
(21)

onde  $\omega(\rho, A)$  é a função de Luneburg[3, 9].

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup>Este perfil foi proposto por Morgan no seu traballo [6].

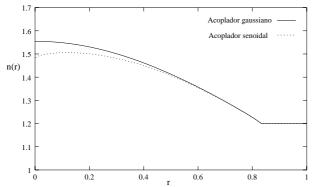


Figura 3. Perfis de índice de um acoplador gaussiano e um senoidal, com as seguintes características:  $f=1.5,\, d=1.5,\, w_0=0.25,\, N=1.2,\, e\ b=1.$ 

A figura 3 mostra os perfis de índice de um acoplador gaussiano e de um senoidal. Ambos desenhados para transformar a luz procedente duma fonte Lambertiana situada a f=1.5, numa distribuição de irradiância (gaussiana ou senoidal segundo o caso) com  $w_0=0.25$ , e num plano situado a d=1.5. Ambos com uma camada externa de índice constante e igual a 1.2.

# IV Campo geométrico

Pelo método de desenho seguido conhecemos a distribuição de irradiância no plano  $\Gamma$ , mas não a fase. As vezes também pode ser interessante conhecer a dita fase, ou mesmo o campo óptico noutro plano do espaço imagem diferente do plano  $\Gamma$ . Neste apartado vamos proceder a calcular o dito campo.

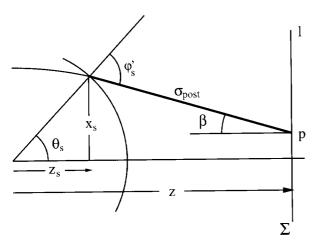


Figura 4. Caminho óptico posterior ao acoplador.

Seja um plano  $\Sigma$  perpendicular ao eixo óptico e situado a uma distância z do centro de coordenadas (veja-se a figura 4). Dada a simetria dos acopladores GRIN, em qualquer ponto p deste plano o campo U depende só da distância l entre p e o eixo:

$$U(p) = U(l) = \sqrt{P_l(l)} \exp\left\{i\frac{2\pi}{\lambda}\sigma(l)\right\}$$
 (22)

onde  $P_l(l)$  é a irradiância em p,  $\lambda$  é o comprimento de onda e  $\sigma(l)$  é o caminho óptico desde a fonte S até o ponto p. Para o cálculo do dito caminho óptico vamos considera-lo como a soma do caminho antes de atingir o acoplador,  $\sigma_{pre}(k)$ , o caminho dentro do acoplador,  $\sigma_{ac}(k)$ , e o caminho entre o acoplador e o plano  $\Sigma$ ,  $\sigma_{post}(k)$ , onde k é a constante correspondente ao raio que atinge o ponto p.

 $\sigma_{pre}$ e  $\sigma_{ac}$ são respectivamente [16]

$$\sigma_{pre}(k) = \sqrt{f^2 - k^2} - \sqrt{1 - k^2} \quad 0 \le k \le 1$$
 (23)

 $\epsilon$ 

$$\sigma_{ac}(k) = 2 \int_{c}^{1} \sqrt{R^{2}(r) - 1} \frac{dr}{r} + 2\sqrt{1 - k^{2}} + k\psi_{T}(k)$$

$$+\int_{k}^{1} \psi_{T}(k) dk \quad 0 \le k \le 1$$
 (24)

Na figura 4 vê-se que

$$\sigma_{post} = \frac{l_s - l}{\sin \beta} = \frac{z - z_s}{\cos \beta} \tag{25}$$

e que  $\theta_s = \varphi_s' - \beta$ . Tendo em conta a lei de Snell generalizada,  $\theta_s = \arcsin k - \beta$  e portanto

$$l_s = \sin \theta_s = k \cos \beta - \sqrt{1 - k^2} \sin \beta \qquad (26)$$

$$z_s = \cos\theta_s = \sqrt{1 - k^2}\cos\beta + k\sin\beta \tag{27}$$

Substituindo 26 em 25 obtém-se o caminho óptico entre o acoplador e o plano  $\Sigma$ :

$$\sigma_{post}(k) = \frac{z - k \sin \beta(k)}{\cos \beta(k)} - \sqrt{1 - k^2} \quad 0 \le k \le 1$$
 (28)

Somando 23, 24 e 28 obtém-se o caminho óptico total do raio, e tendo em conta a equação 4 obtém-se o dito caminho sendo igual a:

$$\sigma(k) = \tau + \frac{z - k \sin \beta(k)}{\cos \beta(k)} + k \beta(k) + \int_{k}^{1} \beta(k) dk \quad 0 \le k \le 1$$
 (29)

com

$$\tau = 2 \int_{a}^{1} \sqrt{R^{2}(r) - 1} \frac{dr}{r} + \arcsin \frac{1}{f} + \sqrt{f^{2} - 1}$$
 (30)

Para o cálculo da amplitude do campo óptico no plano  $\Sigma$  parte-se da lei de conservação de energia geométrica, equação 8, substituindo a variável y, própria do plano particular  $\Gamma$  para o qual z=d, pela variável l, válida

50 José Ramón Flores

para qualquer z>1. Tendo em vista também as equações 4 e 5 chega-se a:

 $P_{l}(k) = \frac{P_{0}}{f^{m+1}} \frac{k \left[f^{2} - k^{2}\right]^{\frac{m-1}{2}} T_{e}^{2}(k, N)}{l(k) \frac{dl}{dk}} \quad 0 \le k \le 1$ (31)

Por sua vez, l como uma função de k deduze-se facilmente da figura 4,  $l=x_s-(z-z_s)\tan\beta$ , e substituindo 26 e 27:

$$l(k) = \frac{k - z \sin \beta(k)}{\cos \beta(k)} \quad 0 \le k \le 1$$
 (32)

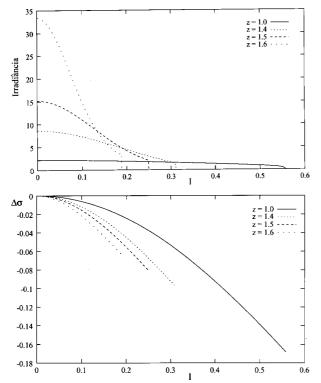


Figura 5. Campo óptico produzido pelo acoplador gaussiano, descrito na figura 3, em vários planos situados a uma distância z da origem de coordenadas. a) Irradiância. b) Diferença de fase.

Na figura 5a mostra-se a irradiância produzida por um acoplador gaussiano em vários planos do espaço imagem perpendiculares ao eixo óptico. No plano  $\Gamma(z=3)$  a distribuição de irradiância é gaussiana, como era de esperar, e nos planos próximos a dita distribuição pode aproximar-se a uma gaussiana, mas em planos mais afastados já não. Ademais pode-se ver como ao afastar-se do acoplador a irradiância concentra-se rapidamente. Na figura 5b mostra-se a diferença de caminho óptico em distintos planos em função de k, i.e. o caminho óptico percorrido por um raio menos o caminho óptico percorrido pelo raio principal. A figura 6a corresponde à irradiância produzida por um acoplador senoidal. Neste caso ao afastar-se do acoplador a irradiância concentra-se em anéis cada vez mais finos e

brilhantes. Por sua vez a figura 6b corresponde-se coa diferença de fase do mesmo acoplador senoidal.

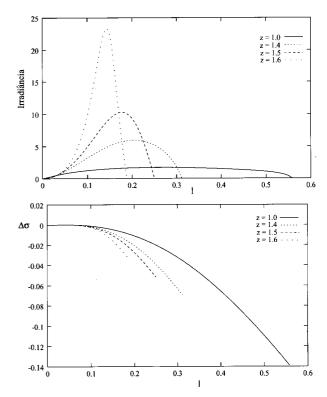


Figura 6. Campo óptico produzido pelo acoplador senoidal descrito na figura 3, em vários planos situados a uma distância z da origem de coordenadas. a) Irradiância. b) Diferenca de fase.

#### V Sumário e conclusões

Neste trabalho descreve-se um método que, empregando a lei de conservação da energia geométrica, permite desenhar acopladores GRIN com simetria esférica, elementos ópticos capazes de transformar um campo óptico procedente duma fonte pontual com um padrão de radiação predeterminado numa distribuição de irradiância arbitrária, se bem com simetria de revolução, num plano dado. Deve ser enfatizado que o método de desenho permite obter uma distribuição de irradiância determinada no plano de observação, e não uma distribuição de campo óptico. Ou seja, a fase que se obtém no dito plano não é eleita pelo desenhador, senão que é uma consegüência do desenho. Para obtermos um campo predeterminado no plano de observação seria pois necessário utilizar um acoplador GRIN mais um elemento de fase, responsável de obter a fase desejada.

O maior atrativo dos acopladores apresentados é a sua simplicidade; já que um só elemento permite obter distribuições de irradiância complicadas, que exigiriam o uso de sistemas complexos, de usar elementos ópticos mais clássicos. Os elementos difrativos permitem também desenhos similares aos apresentados neste trabalho, ao que há que adicionar a sua facilidade de fabricação. Em comparação com eles os elementos GRIN som bem mais difíceis de elaborar, mais possuem uma maior eficiência, por não aparecer neste caso distintas ordens de difração, e um comportamento muito menos dependente do comprimento de onda.

Outra característica notável é a sua simetria, que se bem limita a gama de distribuições de irradiância que se podem conseguir, elimina alguns problemas de alinhamento e permite o uso simultâneo de várias fontes, sempre que separadas um ângulo suficientemente grande.

Ademais do método de desenho em si, também se derivam as expresses analíticas da amplitude e da fase produzidas pelo acoplador na zona geometricamente iluminada do espaço imagem. Estes resultados, como tudo o anterior, estão baseados na aproximação da óptica geométrica, ignorando os efeitos da difração, portanto a sua validez enfraquece nas proximidades das concentrações de luz, focos e cáusticas, mas fora dessas regiãos descrevem a realidade com bastante exatidão.

O método de desenho ilustra-se com dois exemplos; um acoplador gaussiano, que como o seu nome indica produz uma distribuição de irradiância gaussiana no plano de observação, e um acoplador senoidal ou tórico-anular, que da lugar a um anel brilhante no plano de observação.

#### References

- [1] Sochacky, J., e Gómez-Reino, C., "Stigmatic indexgradient doublet for microscope inmersion objectives: a design." Opt. Eng. **30**, 103-110, (1991).
- [2] Flores, J.R., "Gradient-index axicons with spherical symmetry", J. of Modern Optics 46, 1513-1525, (1999).
- [3] Luneburg, R.K., Mathematical Theory of Optics (Los Angeles: University of California Press), (1964).
- [4] Stettler, R., "Über die optische abbildung von flächen und räumen", Optik 12, 529-543, (1955).

- [5] Toraldo di Francia, G., "Il problema matematico del sistema ottico concentrico stigmatico", Ann. Mat. Pura Appl. 44, 35-44, (1957).
- [6] Morgan, S.P., "General Solution fo the Luneburg Lens Problem", J. Appl. Phys. 29, 1358-1368, (1958).
- [7] Southwell, W.H., "Index profiles for generalized Luneburg lenses and their use in planar optical waveguides"
   J. Opt. Soc. Am 67, 1010-1014, (1977).
- [8] Doric, S., and Munro, E., "General solution of the non-full-aperture Luneburg lens problem", J. Opt. Soc. Am. 73, 1083-1086, (1983).
- [9] Sochacki, J., Flores, J.R., Staroński, R., and Gómez-Reino, C., "Improvements in the computation of the refractive-index profiles for the generalized Luneburg lens", J.Opt. Soc.Am A 8, 1248-1255, (1991).
- [10] Sochacky, J., Flores, J.R., and Gómez-Reino, C., "New method for designing the stigmatically imaging gradient-index lenses of spherical symmetry", Appl. Opt. 31, 5178-5183, (1992).
- [11] Born, M., and Wolf, E., Principles of Optics, 6th edition (New York: Pergamon Press), pp 113-117, (1980).
- [12] Davison, N., Friesem, A.A., And Hasman, E., "Holo-graphic axilens: high resolution and long focal depth", Opt. Lett. 16, 523-525, (1991).
- [13] Sochacky, J., Kolodziejczyk, A., Jaroszewicz, Z. and Bará, S., "Non paraxial design of generalized axicons", Appl. Opt. 31, 5326-5330, (1992).
- [14] Popov, S., Frieberg, A.T., "Linear axicons in partially coherent light" Opt. Eng. 34, 2567-2573, (1995).
- [15] Popov, S. Frieberg A.T., "Effects of partial spatial coherence with uniform-intensity diffractive axicons" Appl. Opt. 38, 1049-1058, (1999).
- [16] Flores, J.R., "General method to design spherically symmetric GRIN axicons", aceitado para a sua publicação no J. of Modern Optics.
- [17] Descour, M.R., Simon, D.I, and Yeh, W., "Ring-toric lens for focus-error sensing in optical data storage", Appl. Opt. 38, 1388-1391, (1999).