

# Equipamento de baixo custo para análise de tensões

## Low cost equipment for stress analysis

Eliane D. Alvarez e Telmo R. Strohaecker

*Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Escola de Engenharia - PPGEM  
Av. Osvaldo Aranha, 99 - Sala 610 CEP: 90035-190 - Porto Alegre - RS - Brasil  
Fone: (051) 316 3565 FAX: (051) 316 3988  
e-mail: eliane@jupiter.demet.ufrgs.br*

Recebido 21 de Dezembro, 1998

Neste trabalho descreve-se um sistema ótico de baixo custo denominado Polariscópio de Transmissão. Este equipamento é utilizado para análise de tensões em modelos fotoelásticos. Um sistema de carregamento é adaptado ao Polariscópio de Transmissão para aplicar carregamento compressivo ou trativo. Para avaliar o desempenho do Polariscópio foram determinados o fator de concentração de tensões, em geometrias apresentando descontinuidades. Os resultados concordam em 95% com os valores encontrados na literatura.

In this work an optic system of low cost denominated Transmission Polariscopes is detailed described. It was used to stress analysis in photoelastic models. A loading system is adapted in a Transmission Polariscopes to apply load compressive and tensile. In order to evaluate the performance of the equipment, the stress concentration factor of specimens while discontinuous geometries was determined. The results obtained were compared with results from the literature and an agreement of 95% was observed.

### I. Introdução

A análise de tensões é de fundamental importância na otimização de projetos de componentes, tais como engrenagens, ganchos, etc.

Existem vários métodos possíveis para a determinação qualitativa e quantitativa dos níveis e das distribuições de tensões em componentes. Entre estes pode-se citar os métodos numéricos como elementos finitos e os métodos experimentais tais como a extensometria e a fotoelasticidade.

A fotoelasticidade, mesmo sendo uma técnica descoberta no início do século, tem sido utilizada para análise de tensões em componentes, na área de ensino em Engenharia e na Biomecânica.

Esta técnica se destaca pela rapidez na obtenção de resultados e pelo potencial didático, pois associado ao método está a visualização de um padrão de franjas, que descrevem a distribuição de tensões.

O objetivo deste trabalho é abordar o princípio de funcionamento da técnica fotoelástica, assim como o desenvolvimento de um polariscópio de transmissão (com

um sistema de carga acoplado), utilizado na realização de medidas qualitativas e quantitativas dos níveis de tensões em modelos fotoelásticos tensionados.

Para avaliar o desempenho do equipamento foram realizadas medidas do fator de concentração de tensões, em geometrias facilmente encontradas na literatura.

### II. Princípio de funcionamento da técnica fotoelástica

A fotoelasticidade tem como base a propriedade ótica que determinados materiais transparentes e isotrópicos apresentam, de mudarem sua estrutura interna quando submetidos a um determinado carregamento. As mudanças internas ou deformações geradas por um estado de tensões ocasionarão uma anisotropia ótica, tal que para um determinado ponto existirão três índices de refração principais associados. As mudanças nestes índices de refração são linearmente proporcionais ao carregamento.[1]

Trabalhando no regime elástico, quando cessa o esforço aplicado as deformações elásticas são aliviadas e a estrutura do material volta a situação inicial. Neste

caso o material volta a apresentar uma característica isotrópica. Esta propriedade é denominada de dupla refração temporária.[2] Materiais que apresentam estas características são denominados de fotoelásticos.

Para realizar uma análise de tensões empregando a técnica fotoelástica são necessários: Modelos usinados em material fotoelástico (na forma dos componentes) e um polariscópio de transmissão. Este polariscópio tem como função polarizar a luz que incide sobre o modelo fotoelástico, assim como analisar a luz transmitida através deste modelo.

Ao incidir luz polarizada sobre um modelo fotoelástico tensionado, haverá a projeção do campo elétrico, segundo os eixos que correspondem as tensões principais para um dado ponto. O resultado será uma imagem constituída de franjas e possivelmente de pontos. Tanto estas franjas como estes pontos têm origem na interação da luz polarizada com o material birrefringente no qual o corpo foi modelado. Quando a luz utilizada for policromática é possível visualizar franjas coloridas e escuras mapeando o modelo. Se a luz utilizada for monocromática, passam a ser observadas apenas franjas escuras intercaladas com franjas claras.[2]

A intensidade da luz que emerge do analisador é proporcional ao quadrado da amplitude do vetor campo elétrico que passa pelo analisador.

Se o polariscópio utilizado apresentar apenas polarizadores planos, a intensidade da luz será dada por:

$$I = K \text{sen}^2 2\alpha \text{sen}^2 \frac{\Delta}{2} \quad (1)$$

Sendo assim a extinção ocorrerá quando:

a)  $\text{sen}^2 2\alpha = 0$ , neste caso:  $2\alpha = n\pi$ , onde  $n = 0, 1, 2, 3, \dots$

Este caso indica que o eixo de polarização coincide com uma das direções principais. Logo, no momento em que o modelo está sendo analisado, as franjas escuras corresponderão a extinção sendo denominadas de isóclinas.

As isóclinas são regiões onde as direções das tensões principais são constantes. A cada isóclina está associado um parâmetro que corresponde ao ângulo que uma das direções principais faz com o eixo do "x"

b)  $\text{sen}^2(\Delta/2) = 0$ , neste caso:  $\Delta/2 = n\pi$ , onde:  $n = 0, 1, 2, 3, \dots$  mas:

$$n = \frac{\Delta}{2\pi} = \frac{hc}{\lambda}(p - q) \quad (2)$$

Sendo assim a extinção dependerá da diferença entre as tensões principais e, também, do comprimento de

onda da luz. As franjas visualizadas neste caso serão denominadas de isocromáticas.

As isocromáticas são o resultado da interação da luz polarizada policromática com a dupla refração temporária presente nos modelos. Esta dupla refração temporária determina a extinção de frequências do espectro visível, tal que cores complementares podem ser observadas.

Estas franjas são função da diferença entre as tensões principais, como mostra a equação básica da fotoelasticidade, apresentada na equação (3) e podem ser interpretadas como as regiões onde, para cada franja, a diferença entre as tensões principais e a tensão máxima cisalhante é constante.

$$p - q = \frac{NC}{h} \quad (3)$$

a primeira cor a ser extinguida frente a qualquer variação nas tensões principais é o violeta. Neste caso, uma franja amarela que corresponde a cor complementar será visível no modelo. [2-3]

Se o polariscópio utilizado apresentar um conjunto de polarizadores planos e circulares, a intensidade da luz será dada por:

$$I = K \text{sen}^2 \frac{\Delta}{2} \quad (4)$$

Sendo assim, a extinção ocorrerá quando:  $\text{sen}^2(\Delta/2) = 0$ , neste caso:  $\Delta/2 = n\pi$ , onde:  $n = 0, 1, 2, 3, \dots$  Mas:

$$n = \frac{\Delta}{2\pi} = \frac{hc}{\lambda}(p - q) \quad (5)$$

Com esta configuração as isóclinas são eliminadas, pois não há dependência do ângulo  $\alpha$  na intensidade da luz. Neste caso será possível visualizar apenas as isocromáticas, ou seja, um padrão de franjas coloridas. [1-3]

### III. Descrição do equipamento

O polariscópio de transmissão, apresentado na figura 1, é um sistema constituído por um conjunto de elementos ópticos que tem por função transmitir luz polarizada. Com este equipamento é possível realizar um análise qualitativa e/ou quantitativa da distribuição de tensões em modelos fotoelásticos.

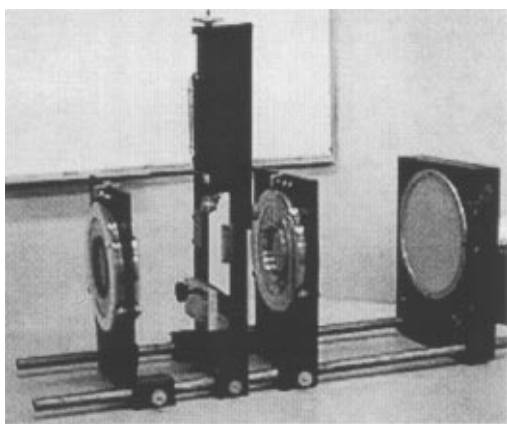


Figura 1. Polariscópio de transmissão.

O arranjo óptico implementado no polariscópio dependerá da finalidade para qual o equipamento é projetado. No entanto, existem componentes básicos que todo polariscópio de transmissão deverá ter. São estes:

*Fonte de luz:* Pode ser obtida a partir de uma lâmpada fluorescente (policromática) que apresenta espectro discreto, tendendo a frequências na região do ultravioleta. É indicada quando se trabalha com compensadores, pois é necessário um padrão de franjas coloridas. Outras lâmpadas podem ser utilizadas, como por exemplo lâmpada de filamento. Neste caso o espectro será contínuo, correspondendo a um espectro de corpo negro, apresentando forte tendência ao infravermelho. Também poderão ser utilizadas fontes monocromáticas a partir da utilização de filtros ou de lâmpadas próprias como as de sódio, que apresenta o comprimento de onda no amarelo sódio (em torno de 575 Angstroms).

*Dois polarizadores planos:* Estão representados a partir da figura 2 (D). Os polarizadores utilizados neste trabalho apresentam eficiência correspondente a valores maiores do que 99%. A extinção, quando cruzados, é de 700:1 e a transmissão é de aproximadamente 40% sobre o visível. São utilizados para polarizar a luz planamente e também para a análise da luz transmitida. São partes destacáveis do equipamento.

*Dois polarizadores quarto de onda (retardadores) do tipo Polaróide:* São apresentados na figura 2 (E). São utilizados em conjunto com os polarizadores planos, com a finalidade de tornar a luz circularmente polarizada e de analisar a luz transmitida através do modelo. Podem ser destacados do equipamento permitindo a utilização de apenas luz planamente polarizada.

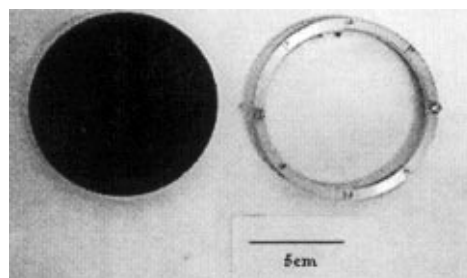


Figura 2. Polarizadores plano (D) e circular (E).

#### *Outros componentes:*

- Discos de alumínio, apresentados na figura 3. São utilizados para facilitar a realização das medidas, pois possuem uma escala de rotação graduada de  $0^\circ$  a  $360^\circ$ , onde são fixados os polarizadores.

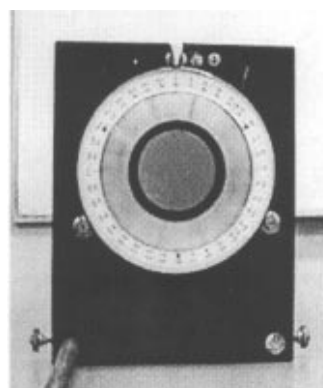


Figura 3. Visão frontal do polariscópio de transmissão, apresentando disco com escala graduada para fixação de polarizadores.

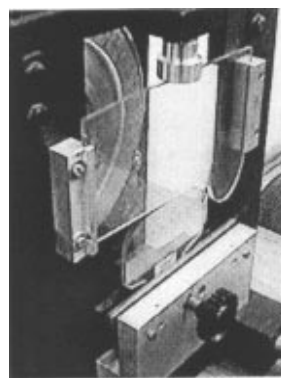


Figura 4. Visão parcial do sistema de carga, simulando contato roda - trilho.

- Sistema de carga, projetado para aplicar carga nos modelos fotoelásticos, permitindo cargas de até 200N, em regime de tração ou compressão. Figura 4.

- Sistema de fixação de modelos. Localizado no sistema de carga, varia de acordo com a geometria a ser analisada. Em geral, para cada novo componente analisado adaptações são necessárias.

*Poderão ainda ser utilizados:*

- Lentes biconvexas. São utilizadas para tornar a luz paralela. Aumentam o campo de visão e melhoram a definição das franjas nos modelos. Permite a visualização das franjas em toda a extensão dos modelos.

- Compensador. É utilizado para a determinação das ordens das franjas isocromáticas. Corresponde a dois materiais em forma de cunha que quando superpostos anulam o efeito de dupla refração temporária no modelo. A precisão da ordem medida corresponde a 0,01 franja, podendo ser utilizado para franjas de até quarta ordem. [4]

- O sistema operacional pode ser otimizado a partir da implementação da automatização da aquisição de dados [5,6], e a partir da utilização de um programa para determinação do valor das tensões principais em cada ponto [7,8].

#### IV. Desempenho

Para testar o desempenho da técnica e do polariscópio projetado, foram avaliados o nível de concentração de tensões ( $K_t$ ) em placas planas com dimensões de 80mm x 15mm, espessura 3,2mm, confeccionadas com material fotoelástico PSM-1, que corresponde a uma placa de material Policarbonato, excelente para modelamento bidimensional.[9]

Foram utilizadas duas placas: A primeira placa apresenta um furo central com 5 mm de diâmetro (geometria 1); a segunda apresenta um entalhe (em forma de semicírculo) com 5mm de diâmetro (geometria 2). Estas placas foram submetidas a carregamentos trativos.

A figura 5 apresenta uma visão qualitativa das placas sob carregamento, através do polariscópio de transmissão.

O fator de concentração de tensões ( $K_t$ ) pode ser obtido a partir da equação (6) que corresponde a relação entre a tensão máxima ( $\sigma_{\text{máx}}$ ) na região de descontinuidade e a tensão nominal ( $\sigma_n$ ). A tensão nominal pode ser definida como a tensão obtida da distribuição de tensão uniforme para carregamento centrado.[10]

$$K_t = \frac{\sigma_{\text{máx}}}{\sigma} \quad (6)$$

No caso da utilização da técnica fotoelástica, o fator de concentração de tensões pode ser obtido a partir

da equação (7), que expressa a razão entre a ordem da franja no ponto de máxima tensão ( $N_1$ ) e a ordem na região fora do alcance do efeito do concentrador de tensões ( $N_2$ ).

$$K_t = \frac{N_1}{N_2} \quad (7)$$

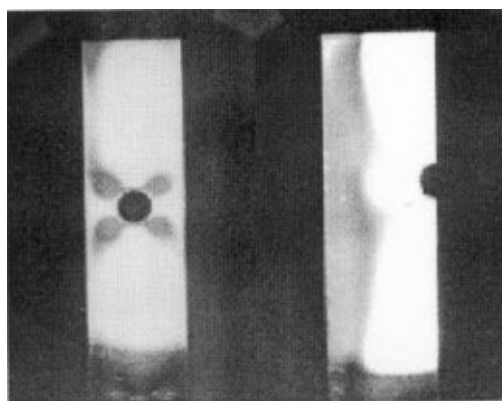


Figura 5. Modelos fotoelásticos tensionados.

#### V. Resultados e discussões

Os resultados foram obtidos exclusivamente a partir da fotoelasticidade e são apresentados na tabela 1. Neste caso pode-se observar que os resultados encontrados para as geometrias 1 e 2 estão de acordo com os valores encontrados na literatura. [10]

Na tabela 2 são apresentados os valores médios e o coeficiente de variação das medidas que foram obtidas a partir de cinco repetições. Os valores obtidos para os coeficientes de variação expressam que existe tendência de uniformidade da variável medida, o que reflete boa precisão no experimento.[11]

O erro calculado foi obtido a partir do valor médio (das ordens medidas) em relação ao valor teórico tabelado. O erro encontrado para o  $K_t$  da geometria 1 corresponde a 0,43% e para a geometria 2 corresponde a 5,45%. Este erro pode estar vinculado a paralaxe associada à leitura da ordem da franja no ponto considerado.

Tabela 1 - Resultados encontrados para os concentradores de tensão experimental e teóricos das geometrias analisadas.

GEOMETRIA	PLACA COM FURO CENTRAL (Geometria 1)	PLACA COM ENTALHE EM SEMICÍRCULO (Geometria 2)
Kt experimental	2,31	2,08
Kt literatura	2,32	2,2

Tabela 2 – Valor médio e desvio padrão das ordens obtidas para a geometria 1 e 2.

GEOMETRIA	PLACA COM FURO CENTRAL (Geometria 1)		PLACA COM ENTALHE EM SEMICÍRCULO (Geometria 2)	
	N1*	N2**	N1	N2
Ordem				
Média	1,13	0,49	0,75	0,36
Coefficiente de variação (%)	2,32	3,43	3,62	5,67

\*Ordem da franja no ponto de máxima tensão ( $N_1$ )

\*\*Ordem na região fora da ação dos concentradores ( $N_2$ )

## VI. Conclusões

O polariscópio de transmissão descrito neste trabalho apresenta excelentes resultados, apesar de bastante simples e de baixo custo. Pode ser utilizado para fins didáticos e de pesquisa, pois a partir de sua utilização é possível:

1. Instantaneamente determinar áreas críticas em modelos, que correspondem a regiões com altas tensões.
2. Medir as tensões nestas regiões críticas como, por exemplo: furos, entalhes, etc.
3. Otimizar geometrias
4. Testar várias vezes os mesmos modelos fotoelásticos, inclusive simulando variações na carga aplicada, assim como no modo de carregamento, em situações dentro do regime linear elástico do material.

## Agradecimentos

Os autores agradecem o auxílio financeiro à FA-PERGS e ao CNPq.

## Referências

1. DALLY, James W.; RILEY, William F. *Experimental Stress Analysis*. 3rd ed. New York: McGraw-Hill International Editions, 1991. 639p.
2. FROCHT, M. M. *Photoelasticity*. New York: John Willey & Sons, Inc., 1941. 2v.
3. DURELLI, A. J.; RILEY, W. F. *Introduction to Photomechanics*. Englewood Cliffs, N. J.: Prentice - Hall, 1965. 402p.
4. MEASUREMENTS GROUP. *080 Series Teaching Polariscopes User's Manual*. 21p.
5. CHEN, T.Y.; TAYLOR, C.E. Computerized Fringe Analysis in Photomechanics. *Experimental Mechanics*, **29**, 323 (1989).
6. UMEZAKI, E.; TAMAKI, T.; TAKAHASHI, S. Automatic stress analysis of photoelastic experiment by use of image processing. *Experimental Techniques*, **13**, 22 (1989).

7. BUCKBERRY, C.; TOWERS, D. Automatic analysis of isochromatic and isoclinic fringes in photoelasticity using phase measuring techniques. *Measurement Science & Technology*, **6**, 1227 (1995).
8. HAAKE, S.J.; PATTERSON, E.A.; WANG, Z.F. 2D and 3D separation of stresses using automated photoelasticity. *Experimental Mechanics*, **36**, 269 (1996).
9. MEASUREMENTS GROUP. Bulletin S -116 - H. p.6
10. SHIGLEY, J. E.; MISCHKE, C. R. *Mechanical Engineering Design*. 5th ed. McGraw-Hill International Editions, 1989. 779p.
11. ZONTAS, E. P.; MACHADO, A. A. *SANEST - Sistema de Análise Estatística*. Porto Alegre: Departamento de Estatística - UFRGS, 1989.