Determinação do fator geométrico em monitores de gases radioativos

M. R. de Carvalho e A. J. Soares
Comissão Nacional de Energia Nuclear (CNEN)
Instituto de Pesquisas Energéticas e Nucleares (IPEN)
Caixa Postal 11049, 05422-970, São Paulo, SP, Brasil

Recebido em 15 de agosto, 1995

This paper presents the development of a methodology used to calculate the geometric factor need to determine the efficiency of radioactive gas monitors, an essential parameter to monitor the activity of gaseous efluents in nuclear power plants. The methodology considers a circular detector, and a volumetric cilindrical source in front of the detector. Considering the absence of data in the literature, the metodology presented here could be only tested indirectly: it works when applied to two simpler geometries, for which data are easely available.

Este trabalho apresenta o desenvolvimento de uma metodologia para a determinação do fator geométrico, formado pelo arranjo típico de um monitor de efluentes gasosos, composto por um detector circular plano e uma fonte radioativa cilíndrica, gasosa, localizada em frente ao detector. Tendo em vista a escassez de dados na literatura a respeito da geometria proposta, a sua adequação foi verificada indiretamente, utilizando-se duas geometrias mais simples, cujos dados são facilmente encontrados. A primeira foi uma geometria definida por uma fonte pontual e um detector circular, e a segunda uma geometria definida por uma fonte circular e um detector também circular.

I. Introdução

O fator geométrico é um parâmetro que aparece em muitos problemas práticos. Para citar alguns exemplos destacamos a determinação da intensidade luminosa numa área de interesse, devido a uma fonte de luz; o cálculo do potencial elétrico num ponto, devido a uma distribuição de cargas espaciais; e a quantificação da taxa de contagem num detector de radiação, resultante da presença de material radioativo num volume de amostragem conhecido. Na maior parte dos problemas o arranjo analisado pode ser aproximado por uma geometria simples, envolvendo um ponto e uma área circular (um disco), ou envolvendo duas áreas circulares. Porém existem casos em que é necessário a adoção de uma geometria mais complexa, envolvendo uma superfície circular (detector) e um volume (fonte). É o caso dos monitores de ar utilizados para monitorar e quantificar a presença de substâncias radioativas, mais especificamente gases nobres, no ar de uma instalação nuclear. Neste caso, se o volume de amostragem do ar for conhecido, o fator de ângulo sólido é essencial para converter a taxa de contagem do monitor em concentração volumétrica do gás radioativo, por outro lado, se o volume de amostragem estiver sendo dimensionado, o fator geométrico é essencial para otimização do mesmo.

Este trabalho apresenta o desenvolvimento de uma metodologia utilizada para calcular o fator geométrico formado por uma detector circular (plano) e uma fonte volumétrica gasosa, radioativa, localizada em frente ao detector. A metodologia aqui desenvolvida deverá, no futuro, ser utilizada para determinar a eficiência de monitores de gases nobres (radioativos), em instalações nucleares.

II. Fator Geométrico

Considerando-se uma fonte de radiação pontual e um detector circular, o ângulo sólido (Ω) formado por ambos pode ser expresso por[1]:

$$\Omega = \int\int_A \frac{\cos\theta}{d^2} dA \tag{1}$$

onde A, d e θ são conforme indicado na figura 1.

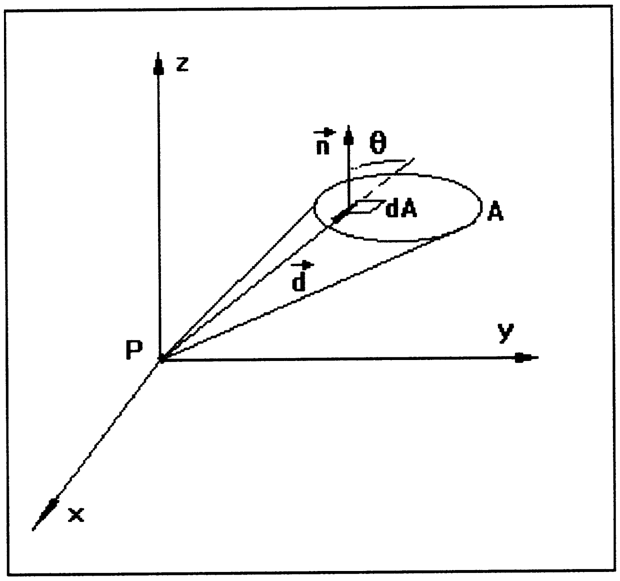

Figura 1: Ângulo sólido de um objeto de área A a um ponto P.

No entanto, freqüentemente o ângulo sólido aparece na forma de um "fator geométrico", ou "fator de ângulo sólido" (fg), que estabelece a fração de radiação emitida pela fonte que atinge o detector. Esta fração, no caso de uma fonte de radiação com emissão isotrópica, pode ser definida pela seguinte expressão:

$$fg = \frac{\Omega}{4\pi} \tag{2}$$

Para o caso específico onde a fonte pode ser aproximada por um ponto situado no eixo central de um detector em forma de disco, a equação (2) resume-se a uma integral de superfície, que resulta no seguinte valor para o fator geométrico:

$$fg_p = \frac{\left(1 - \frac{h}{\sqrt{R^2+h^2}}\right)}{2} \tag{3}$$

onde R é o raio do detector e h a distância da fonte pontual ao centro do detector.

Como podemos observar, o fator geométrico neste caso pode ser determinado analiticamente sem grandes dificuldades. No entanto, para arranjos geométricos mais complexos, as equações tornam-se de difícil solução, o que muitas vezes só é possível com a utilização de métodos numéricos, como veremos a seguir.

III. Fonte Cilíndrica

Considere-se uma fonte volumétrica cilíndrica V_s emitindo S partículas/m^3.seg, isotropicamente, e localizada na frente de um detector de área A_d, conforme indicado na figura 2. Aplicando a definição de ângulo sólido da equação (1) e integrando sobre o volume da fonte, temos:

$$fg_V = \frac{1}{4\pi V_S}\int\int\int_{V_S}\left(\int\int_{A_d}\frac{\cos\theta}{d^2}dA_d\right)dV_S \tag{4}$$

Das figuras 2.a e 2.b, observamos que

$$d' = \sqrt{l^2 + r^2 - 2rl\cos(\psi - \phi)} \tag{5}$$

$$d = \sqrt{d'^2 + h^2} \tag{6}$$

$$\cos\theta = \frac{h}{d} \tag{7}$$

Da figura 2 tiramos que os elementos de área do detector e do volume da fonte são dados por:

$$dA_d = rdrd\phi \tag{8}$$

$$dV_s = ldldhd\psi \tag{9}$$

Voltando à equação (4) e aplicando as definições das equações (5) à (9), temos que o fator geométrico é dado por:

$$fg_V = \frac{1}{4\pi V_S}\int_0^H\int_0^L\int_0^R\int_0^{2\pi}\int_0^{2\pi}\frac{hlr}{(h^2 + l^2 + r^2 - 2rl\cos(\psi - \varphi))^{3/2}}dhdldrd\phi d\psi \tag{10}$$

Efetuando a integração da equação (10) em h, resulta:

$$fg_V = \frac{1}{4\pi V_S}\int_0^L\int_0^R\int_0^{2\pi}\int_0^{2\pi}\left[\frac{1}{\sqrt{l^2 + r^2 - 2rl\cos(\psi - \phi)}} - \frac{1}{\sqrt{H^2 + l^2 - r^2 - 2rl\cos(\psi - \phi)}}\right]lrdldrd\phi d\psi \tag{11}$$

A equação (11) foi integrada analiticamente em dl, gerando seis integrais triplas, que foram calculadas numericamente, utilizando-se o Método de Romberg, que consiste da extrapolação de Richardson aplicada à Regra do Trapézio[2]. Os resultados obtidos são mostrados na tabela 1 e na figura 3, onde o eixo das abcissas representa a profundidade da fonte volumétrica (H), normalizada pelo raio do detector (R), e o eixo das ordenadas representa os fatores geométricos (fg_V). Cada curva foi obtida a partir do raio da fonte (L), normalizado também pelo raio do detector.

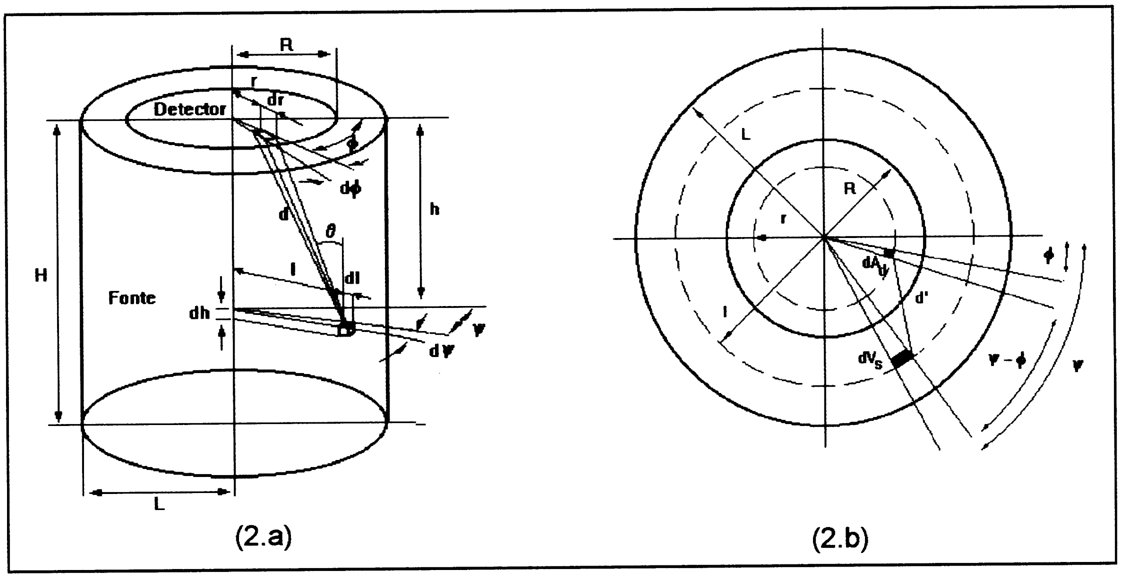

Figura 2: Arranjo geométrico e parâmetros usados no cálculo do fator geométrico entre uma fonte cilíndrica, de raio L e altura H, exposta coaxialmente em justaposição a um detector circular de raio R.

	L/R										
H/R	**1,0**	**1,3**	**1,7**	**2,2**	**2,5**	**2,9**	**3,2**	**3,7**	**4,0**	**4,5**	**5,0**
0,04	0,4695	0,28962	0,17063	0,10228	0,07932	0,05902	0,04851	0,03632	0,03109	0,02458	0,01992
0,06	0,45812	0,28651	0,16945	0,10177	0,07897	0,05881	0,04835	0,03622	0,03101	0,02452	0,01987
0,1	0,43827	0,28033	0,16708	0,1007	0,07829	0,05838	0,04804	0,03601	0,03085	0,02441	0,01980
0,2	0,39837	0,26531	0,1612	0,09821	0,07660	0,05731	0,04724	0,03551	0,03045	0,02413	0,01959
0,4	0,34011	0,23791	0,14983	0,09319	0,07323	0,05518	0,04567	0,03450	0,02965	0,02357	0,01919
0,8	0,26408	0,19457	0,12944	0,08371	0,06677	0,05105	0,04260	0,03251	0,02808	0,02247	0,01839
1,0	0,23726	0,17765	0,1206	0,07933	0,06373	0,04907	0,04111	0,03154	0,02731	0,02193	0,01799
1,5	0,18850	0,14505	0,10217	0,0696	0,05679	0,04445	0,03761	0,02923	0,02546	0,02062	0,01702
1,8	0,16748	0,1303	0,09323	0,06457	0,05310	0,04193	0,03567	0,02792	0,02441	0,01986	0,01646
2,0	0,15579	0,12193	0,08800	0,06152	0,05084	0,04035	0,03445	0,02701	0,02373	0,01937	0,01610
2,5	0,13246	0,10487	0,07697	0,05485	0,04579	0,03676	0,03161	0,02512	0,02213	0,0182	0,01522
3,0	0,11506	0,09183	0,06824	0,04934	0,04151	0,03365	0,02912	0,02335	0,02067	0,01712	0,01440
3,5	0,10161	0,08160	0,06119	0,04475	0,03789	0,03095	0,02692	0,02176	0,01934	0,01612	0,01363
4,0	0,09093	0,7335	0,05540	0,04088	0,03479	0,0286	0,02499	0,02034	0,01815	0,01520	0,01292
6,0	0,06389	0,0521	0,04003	0,03019	0,02602	0,02176	0,01924	0,01596	0,01439	0,01225	0,01057

Tabela 1 - Fator geométrico para um detector coaxial a uma fonte volumétrica.

Tendo em vista a escassez de literatura abordando o cálculo do fator geométrico para fontes volumétricas, decidimos aplicar a metodologia aqui desenvolvida para dois outros casos, mais comuns, de forma a ter parâmetros para comparar a precisão do método. Para tanto decidimos aplicar a metodologia a duas geometrias tradicionais, a primeira considerando uma fonte pontual fora do eixo do detector e a segunda considerando uma fonte em forma de um disco circular.

IV. Fonte Pontual

Considerando uma fonte pontual emitindo isotropicamente S partículas/seg., localizada a uma distancia d do detector, fora do eixo central do disco, conforme mostrado na figura 4, temos que o fator geométrico do sistema fonte-detector é expresso por:

$$fg_p = \frac{1}{4\pi}\int_0^R \int_0^{2\pi} \frac{h}{(h^2+r^2+l^2-2rl\cos(\phi))^{3/2}} r dr d\phi \qquad (12)$$

Integrando a equação (12) em relação a r e ϕ, obtemos:

$$fg_p = \frac{1}{2} - \frac{h}{2\pi}\int_0^{\pi} \frac{h^2+l^2+Rl\cos(\phi)}{(h^2+l^2-l^2\cos^2(\phi))\sqrt{h^2+R^2+l^2+2Rl\cos(\phi)}} d\phi \qquad (13)$$

Assim como no caso anterior, a equação (13) foi calculada numericamente, utilizando-se o Método de Romberg. O resultado é mostrado na figura 5: as curvas representam o resultado deste trabalho, enquanto que os pontos sobre as mesmas representam os dados numéricos obtidos por Masket et alii[3]. Conforme indicado na figura 4, (h/r) representa a distância da fonte ao plano do detector normalizada pelo raio do detector e (l/r) representa a distância perpendicular do eixo do detector à fonte, também normalizada pelo raio do detector. Devemos destacar que neste caso os valores aqui calculados e os valores obtidos por Masket coincidiram até a quinta casa significativa.

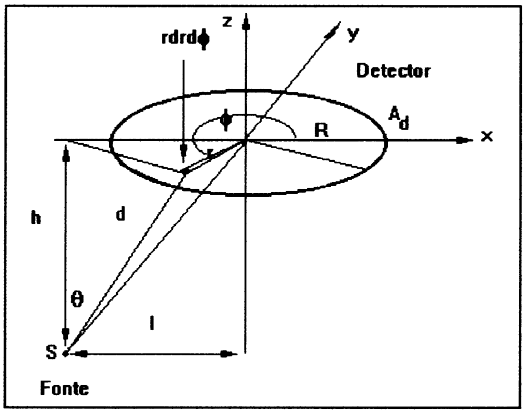

Figura 4: Arranjo geométrico e parâmetros usados no cálculo do fator geométrico entre uma fonte pontual e um detector circular.

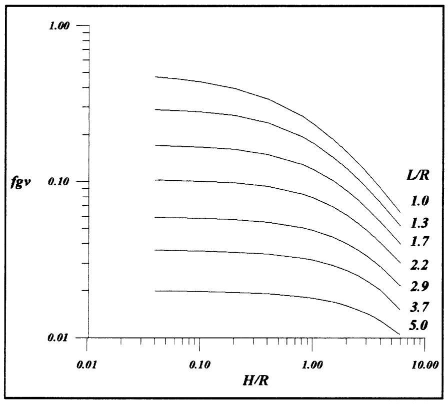

Figura 3: Fator geométrico de uma fonte cilíndrica e um detector circular.

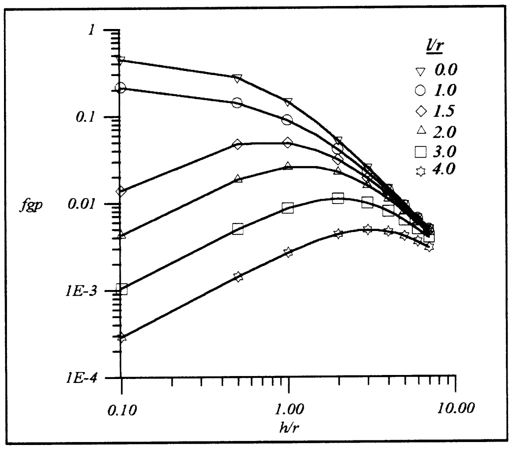

Figura 5: Fator geométrico definido por um detector circular e uma fonte pontual.

V. Fonte Circular

Considerando uma fonte na forma de um disco circular com área A_s, emitindo isotropicamente S partículas/m^2.seg, localizada a uma distância h do detector, também circular, de área A_d, conforme ilustrado na figura 6, aplicando-se a definição de ângulo sólido da equação (1), e integrando sobre as áreas A_s, da fonte, e A_d, do detector, o fator geométrico é dado por:

$$fg_S = \frac{1}{4\pi A_S} \int_{A_S} \int \left(\int_{A_d} \int \frac{\cos\theta}{d^2} dA_d \right) dA_S \quad (14)$$

É fácil observar que o termo entre parênteses da equação (14), representa o ângulo sólido para uma fonte pontual. Portanto, sendo o elemento de área da fonte dado por $idld\psi$, a equação (14) pode ser reescrita como:

$$fg_S = \frac{1}{2} - \frac{h}{\pi L^2} \int_0^L \int_0^\pi \frac{h^2 + l^2 + Rl\cos(\phi)}{[h^2 + l^2 - l^2\cos^2(\phi)]\sqrt{h^2 + l^2 + R^2 + 2Rl\cos(\phi)}} ldld\phi \quad (15)$$

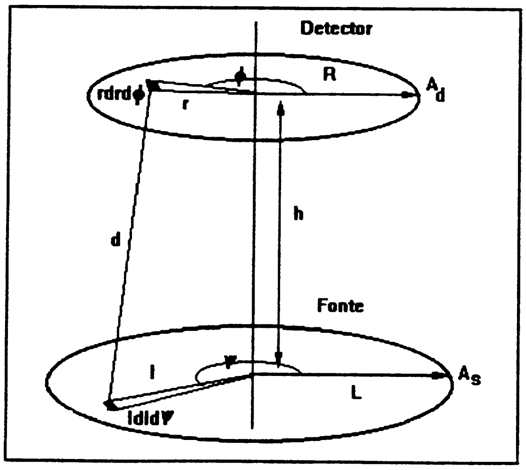

Figura 6: Arranjo geométrico e parâmetros usados no cálculo do fator geométrico entre uma fonte e um detector circulares.

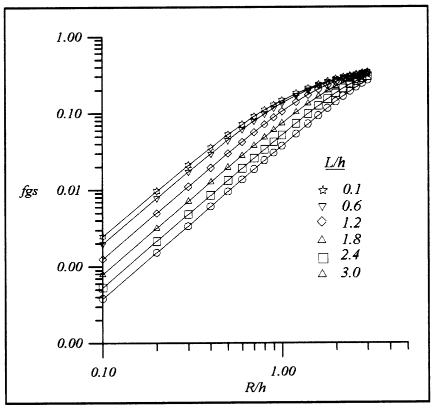

Figura 7: Fator geométrico para um arranjo formado por um detector circular coaxial a uma fonte circular.

A figura 7 mostra os fatores geométricos obtidos neste trabalho (curva sólida) comparados com os resultados obtidos por Gardner et alii[4] (pontos sobre a curva). No eixo das abcissas, são apresentados os valores do raio do detector (R), normalizado pela distância fonte-detector (h), e no eixo das ordenadas, são apresentados os fatores geométricos (fg_S). Cada curva representa um raio de fonte (L), normalizado pela distância fonte-detector (h). Devemos destacar que a diferença entre os valores aqui calculados e os valores obtidos por Gardner foi, em geral, inferior a 0,2% .

VI. Conclusões

Apesar de não dispormos de dados numéricos para confirmar o cálculo do fator geométrico para um arranjo formado por um detector em forma de disco e uma fonte cilíndrica, podemos concluir que a metodologia aqui apresentada está correta, uma vez que quando aplicada à geometrias mais convencionais, a metodologia permitiu reproduzir os resultados encontrados na literatura.

Cabe ressaltar que a metodologia para cálculo do fator geométrico desenvolvida neste trabalho pode ser aplicada em diversas áreas, tais como, na medida de raios cósmicos, campos de radiação em reatores ou outra área qualquer que necessite do cálculo do fluxo de partículas através de um plano circular.

Deve-se considerar também que, o método de cálculo utilizado é de fácil aplicação, não exigindo recursos computacionais sofisticados, visto que, para execução dos cálculos foram utilizados microcomputadores tipo PC, sem nenhum recurso adicional.

Referências Bibliográficas

1. Nicholas Tsoulfanidis, *Measurements and Detection of Radiation*, New York, Hemisphere Publishing Corporation, 1983. Cap. 8.
2. A. Bjorck, *Numerical Methods*, New Jersey, Prentice-Hall, INC., 1974. 4-12; 290-294.
3. A. V. H. Masket et alii. *Tables of Solid Angles and Activations. Technical Information Service Extension*, Oak Ridge, Tenn., November/1956. (ORNL-2170).
4. R.P. Gardner, K. Verghese, Hsten Mo Lee, The Average Solid Angle Subtended by a Circular Detector Coaxial to a Circular Isotropic Source. Nuclear Instruments and Methods **176**, 615 (1980).