

Medida de Viscosidade pelo Método de Ostwald: Um Experimento Didático

Aparecida do C. S. Almeida, João P. M. da Silva, Alexsandra Siqueira e Jaime Frejlich*

Laboratório de Óptica, Instituto de Física

Universidade Estadual de Campinas, 13083-970 Campinas-SP, Brasil

Trabalho recebido em 12 de dezembro de 1994

Resumo

Descrevemos um experimento simples e preciso para ilustrar a dinâmica de fluidos viscosos em cursos introdutórios de laboratório de Física.

Abstract

We report a simple and precise experiment that is intended to illustrate the viscous fluid dynamics for an introductory undergraduate experimental laboratory physics course.

1. Introdução

O ensino da Física à nível de laboratório encontra dificuldades específicas no capítulo de movimento de fluidos pela falta de experimentos simples e precisos para ilustrá-los. Neste artigo descrevemos um experimento que objetiva preencher essa lacuna, propondo a medida da viscosidade de um líquido utilizando a técnica de Ostwald¹. O experimento requer o conhecimento teórico do movimento de fluidos em geral (equação de Bernoulli, regime de escoamento laminar e turbulento, número de Reynolds, etc.) e dos fluidos viscosos (equação de Poiseuille), e utiliza um equipamento muito simples que pode ser construído na própria Universidade. O viscosímetro pode ser fabricado na oficina de vidro (se houver uma) ou, alternativamente ser adquirido em empresas especializadas pois se trata de um dispositivo efetivamente utilizado na indústria. Por se tratar de uma técnica industrial, existe bastante literatura sobre o assunto, e podem se obter resultados muito precisos. O estudante aprende a trabalhar com cuidado e sobretudo aprende algo fundamental em ciências experimentais: medidas de precisão dificilmente são obtidas com experimentos improvisa-

dos idealizados a partir da leitura dos textos de teoria, mas requerem pelo contrário, técnicas elaboradas e em geral indiretas, aperfeiçoadas ao longo dos anos. O experimento pode levar de 1 a 2 horas dependendo da infraestrutura disponível, do que seja solicitado, e do grau de preparação prévia do experimento.

2. Teoria

A. Escoamento de Fluidos Viscosos

A viscosidade η é definida como:

$$\tau = \eta \frac{\partial v}{\partial r} \quad (1)$$

onde τ é a tensão de cisalhamento² e v a velocidade do fluido, ambos medidos na posição r a partir do centro do duto. A partir da Eq.(1) e das condições de contorno, podemos calcular o perfil de velocidade no duto para o regime de fluxo

$$\frac{\partial v}{\partial r} = \frac{\Delta p}{2\eta l} r \quad (2)$$

$$v = \frac{\Delta p}{4\eta l} (R^2 - r^2) \quad (3)$$

*e-mail:FREJLICH@IFI.UNICAMP.BR

$$Q = \frac{\pi R^4 \Delta p}{8\eta l} \quad (4)$$

onde Q é o fluxo ao longo do duto de raio R e de comprimento l com uma diferença de pressão Δp entre os extremos.

O "Número de Reynolds" por outro lado, é um número adimensional muito útil para desenvolver modelos em escala reduzida e serve, entre outras coisas, para caracterizar o regime de escoamento: o regime laminar é caracterizado pelo $Re < 2500$ ou $Re < 1000$, dependendo do tipo de duto, e está definido como

$$Re = \rho v d / \eta \quad (5)$$

onde d é uma dimensão característica (ex. o diâmetro do duto).

B. Viscosímetro de Ostwald

O dispositivo está descrito na literatura¹ e está representado na Fig. 1. Consiste de um depósito M_1 mais ou menos esférico de alguns cm^3 de capacidade onde se armazena um determinado volume do líquido que se quer medir. Deixa-se escorrer esse líquido através de um tubo capilar C sob ação da gravidade. O líquido é recebido num outro depósito M_2 um pouco maior e conectado ao primeiro através do capilar e de outro tubo de seção bastante maior. A equação que descreve o comportamento do instrumento ("equação de trabalho" do viscosímetro) pode ser deduzida diretamente da Eq.(4) e está representada por

$$V = \frac{\pi R_{eff}^4 \rho h_{eff} g t}{8\eta l_{eff}} \quad (6)$$

onde V é o volume de líquido escoado, t o tempo de escoamento, R_{eff} o raio do capilar, h_{eff} a diferença de nível entre os dois braços durante o escoamento, ρ a densidade absoluta do líquido, η a viscosidade, g a aceleração da gravidade, e l_{eff} o comprimento do capilar. O sub-índice eff representa os valores efetivos. De fato a Eq.(6) envolve uma diferença de pressão no escoamento do líquido dada pela diferença de altura h que varia de forma bastante complexa durante o experimento. Por outro lado as dimensões do capilar são difíceis de se medir com a precisão necessária, assim

como é muito difícil prever a influência das curvas, soldas e seus defeitos, variações bruscas de diâmetros dos tubos, etc. Por esse motivo são utilizados valores "efetivos" que não podem ser medidos diretamente e devem ser calculados a partir da calibração do aparelho utilizando um líquido padrão de propriedades conhecidas. Em nosso caso usaremos misturas glicerol-água. A medida deve ser feita à temperatura constante e controlada, uma vez que a viscosidade é sabidamente muito afetada pela temperatura.

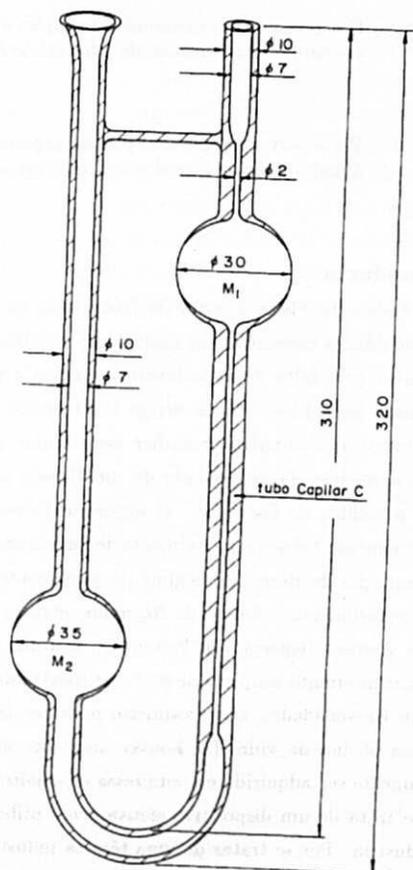


Figura 1. Viscosímetro de Ostwald.- O depósito menor M_1 está unido ao maior M_2 por meio de um tubo capilar (C) de raio $R \approx 1$ mm seguido de outro tubo de diâmetro bastante maior. O tempo de escoamento é medido entre duas marcas no capilar, um pouco acima e um pouco abaixo do depósito menor. Todas as dimensões no desenho são aproximadas e estão em mm.

3. Objetivos

O objetivo proposto é a calibração do viscosímetro utilizando misturas de água-glicerol em diferentes proporções. A calibração mostrará que o instrumento se comporta segundo as previsões teóricas (Eq.6), e colocará o estudante em contato com tabelas e "handbooks" de onde deverá extrair as informações necessárias para a calibração. O procedimento experimental recomendado para se atingir os objetivos propostos é o seguinte:

1. Calibrar um viscosímetro de Ostwald utilizando diferentes misturas água-glicerol.
2. Comparar os resultados obtidos na calibração com as previsões teóricas na Eq.(6).
3. Avaliar o número de Reynolds para cada medida para verificar que estamos operando dentro dos limites do escoamento em regime laminar e não turbulento.
4. Utilizar o aparelho calibrado para medir com precisão a pureza do glicerol utilizado no experimento.

4. Roteiro experimental proposto

O volume de líquido a ser medido deve ser sempre o mesmo e deve ser o suficiente para manter o nível do líquido sempre dentro do depósito maior durante o escoamento. Mede-se o tempo de escoamento do líquido entre os dois traços marcados no capilar imediatamente acima e abaixo do depósito superior. Como é difícil determinar as dimensões do capilar e quantificar as perdas hidrodinâmicas nas curvas, expansões e soldas entre tubos e depósitos, o instrumento deve ser calibrado utilizando um líquido de viscosidade bem conhecida (mistura água-glicerol em nosso caso).

1. Medir o volume necessário da mistura água/glicerol escolhida para o experimento e colocar no aparelho cuidando para não introduzir bolhas de ar.
2. Colocar o viscosímetro carregado dentro de um banho de água termostatizado numa temperatura de 2 a 3 graus centígrados acima da temperatura ambiente para facilitar seu controle. A temperatura deve ser mantida constante dentro do limite de $\pm 0.2^\circ\text{C}$.

3. Aguardar o aparelho entrar em equilíbrio térmico, e medir o tempo de escoamento. Medir 2 vezes com intervalo de 5 min para verificar que não há variações.
4. Repetir a operação com várias misturas água/glicerol, sempre mantendo a mesma temperatura do banho.
5. Com auxílio dos valores η e de ρ para as diferentes misturas água/glicerol, obtidos nas tabelas dos manuais [3,4,5], verificar a existência de uma relação linear entre η/ρ e t , para calibrar assim o instrumento.
6. A partir da calibração e das dimensões do aparelho, estimar o valor de R_{eff} .
7. Estimar o Número de Reynolds para o nosso experimento, sabendo que ele está definido como²: $Re = \rho v d / \eta$. Verificar que seja $Re < 1000$ para termos certeza de estarmos trabalhando no regime laminar, pois caso contrário a equação de trabalho definida acima para o nosso instrumento, não será correta.
8. Com a curva de calibração obtida para o aparelho, e utilizando os dados disponíveis nos "handbooks", avaliar a pureza do glicerol utilizado no experimento.

Outros líquidos além do glicerol podem ser utilizados, mas para um experimento didático esse líquido é muito apropriado pois é facilmente solúvel em água o que significa que o instrumento pode (e deve) ser lavado após cada medida apenas com água destilada sem uso de qualquer solvente. Por outro lado suas misturas com água podem atingir viscosidades elevadas o que permite o uso de capilares relativamente grossos, mais fáceis de manter limpos e desobstruídos.

5. Resultados Experimentais

Todos os experimentos foram realizados com o viscosímetro representado na Fig.1, à temperatura de $30 \pm 0.2^\circ\text{C}$ com um volume de 16.0 ± 0.1 ml (a precisão no volume poderia ser melhorada com o uso de uma pipeta aferida caso necessário) do líquido, para diversas misturas água/glicerol preparadas previamente à temperatura de 25°C . O viscosímetro foi colocado num banho de água termostatizado feito com um aquário de

Tabela 1 - Dados Experimentais

| % de glicerol em peso ^a | tempo de escoamento segundos | viscosidade [5] cp | densidade ^b [4] g/ml | viscosidade/ cp ml/g |
|------------------------------------|------------------------------|--------------------|---------------------------------|----------------------|
| puro | 1443.33 | 612-624 | 1.256 | - |
| 83.6 | 112.4 | 51.25 | 1.218 | 42.08 |
| 75.9 | 56.64 | 23.49 | 1.1971 | 19.62 |
| 55.8 | 15.7 | 5.79 | 1.413 | 5.07 |
| 40.0 | 7.77 | 2.72 | 1.098 | 2.48 |
| água | 4.79 | 0.7975[6] | 0.995[6] | 0.802 |

a: preparada a 25°, b: para 20°C

vidro de 20-30 litros aquecido com um termostato de aquário de 50 W e mantido numa temperatura de alguns poucos graus acima da temperatura ambiente (no caso 30°C) para facilitar o controle. A homogeneização do banho é facilitada usando uma pequena bomba de gasolina de carro FIAT de 12 V que pega água na região onde está o aquecedor e a joga sobre o termômetro que deve estar muito próximo do viscosímetro. Isso melhora muito a uniformidade do banho e a precisão do controle de temperatura, pelo menos sobre o viscosímetro. Na Tabela 1 estão representados os tempos de escoamento medidos para as diferentes amostras, assim como suas características obtidas da literatura. Esses dados estão representados no gráfico da Figura 2 sob a forma η/ρ versus t , para calcular a constante de calibração do aparelho, resultando no valor

$$\frac{\eta}{\rho t} = \frac{\pi R_{eff}^4 h_{eff} g}{8 l_{eff} V} \quad (7)$$

onde

$$\frac{\pi R_{eff}^4 h_{eff} g}{8 l_{eff} V} = 0.367 \text{cp cm}^3 / (\text{gs}) \quad (8)$$

A partir das Eqs.(7, 8), do valor medido para o tempo de escoamento para o glicerol sem diluir, e do valor conhecido de $\rho = 1.256 \text{ g/cm}^3$ para o glicerol puro (esse valor não varia muito com a pureza do produto), podemos calcular $\eta = 665 \text{ cp}$ e daí estimar sua pureza em $100 \pm 0.5\%$ [5].

MISTURAS GLICEROL-ÁGUA



Figura 2. Resultados experimentais. Gráfico dos resultados da Tabela 1.

A partir da Eq.(8) e para os valores estimados $l_{eff} = 16.5 \text{ cm}$, $h_{eff} = 16 \text{ cm}$ e para um volume de líquido escoado de aproximadamente 14 cm^3 (calculado pelo volume do depósito superior), podemos calcular o valor aproximado do raio do capilar $R_{eff} = 1.1 \text{ mm}$. Com esse valor e com os dados para a mostra de 40% de glicerol, o número de Reynolds foi estimado em $Re \approx 480$. Já para a água pura foi $Re \approx 2400$ o que coloca essa medida fora ou no limite de validade para o escoamento em regime laminar, pelo que não é conveniente utilizar esse dado para a calibração do viscosímetro. O comportamento anômalo da água pura pode ser melhor apreciado no detalhe ampliado da Fig. 3. Por outro lado o glicerol puro tem uma viscosidade que varia demasiadamente com a concentração pelo que também não pode

ser utilizada para a calibração do instrumento. Deve ser lembrado que o glicerol é bastante higroscópico e por isso deve ser mantido em vidro bem fechado e longe da umidade.

6. Discussão de Resultados

O gráfico da Fig. 2 mostra que os dados correspondentes às misturas água-glicerol entre $\approx 84\%$ e 40% verificam a relação linear representada pela Eq.(7) e podem ser utilizados para calibrar o viscosímetro. O dado correspondente para a água pura em câmbio, afasta-se sensivelmente da reta de calibração, o que se explica por estar no limite do regime de escoamento laminar, como já foi discutido acima.



Figura 3. Detalhe do gráfico da figura 2.

A constante de calibração de $0.367 \text{ cp cm}^3/(\text{g s})$ calculada neste experimento está em acordo com a ordem de grandeza estimada para os valores efetivos do raio ($\approx 1.1 \text{ mm}$) e comprimento ($\approx 16.5 \text{ cm}$) do capilar, e da diferença de nível ($\approx 16 \text{ cm}$) do líquido entre os braços do aparelho, o que pode ser verificado na Eq.(8), lembrando que $V \approx 14 \text{ cm}^3$.

Os dados para as densidades foram todos (exceto para a água) obtidos da literatura para 20°C apesar de o experimento ser realizado a 30°C . Assumindo que

as misturas água-glicerol se comportem de forma parecida à água [3, 4], o erro cometido nas densidades não deveria ultrapassar $0.3-0.4\%$.

Esta técnica de medida é muito precisa, apesar da variação no valor da diferença de nível do líquido durante o escoamento, o que obriga a utilizar um valor efetivo (h_{eff}). É possível porém mostrar que o que interessa de fato é

$$\int_0^t h dt = h_{eff} t \quad (9)$$

e que ao se utilizar sempre um volume constante de líquido nas medidas, h_{eff} é sempre constante.

7. Conclusões

O experimento descrito é relativamente simples e sua compreensão requer o estudo cuidadoso da dinâmica de fluidos viscosos. Ele envolve diversas técnicas experimentais e obriga o estudante a ser cuidadoso no trabalho para se atingir os resultados desejados. Entre relação entre as equações teóricas e a forma de operação do viscosímetro não é muito direta e obriga a realizar um sério esforço de interpretação, e elaborar algumas suposições que podem e devem ser verificadas *a posteriori*, principalmente no que se refere à validade do regime de escoamento laminar. O experimento pode ser adaptado às condições locais em matéria de tempo de execução, interpretação e precisão de resultados.

Referências

1. I. Estermann, *Methods of Experimental Physics* vol. I, pags. 123-126, Academic Press 1959.
2. Robert M. Eisberg e Lawrence S. Lerner, *Física, Fundamentos e Aplicações* Vol. 2, capt. 16, McGraw Hill 1983.
3. *American Institute of Physics Handbook* 3rd ed., 1972, pags. 2-195.
4. Robert C. Weast, *Handbook of Chemistry and Physics*, 55th. Ed., CRC Press pags. D-191/192.
5. J. B. Segur and Helen E. Oberstar, *Viscosity of Glycerol and its Aqueous Solutions* Ind. and Eng. Chem. vol. 43, 1951, pag.2117-2120.
6. David R. Lide PhD, *Handbook of Chemistry and Physics*, 72nd ed., 1991-1992, pag. 6-9.