

Um Novo Significado Físico para os Campos Avançados

(A New Physical Meaning for Advanced Fields)

Mario Goto

Departamento de Física, CCE-UEL
Caixa Postal 6001, 86051-970, Londrina, PR Brasil

Trabalho recebido em 9 de julho de 1994

Resumo

Apresenta-se um sistema simples onde o uso do campo avançado mostra-se proveitoso, uma distribuição uniforme de carga elétrica numa casca esférica rígida não condutora, mostrando que há um campo eletromagnético não nulo em seu interior se o sistema estiver acelerado. O campo resultante corresponde ao campo de radiação de Dirac devido a uma carga acelerada, combinação dos campos retardado e avançado.

Abstract

We present a simple system where the use of advanced field is advantageous, an uniform distribution of electric charge in a rigid non conducting spherical shell, showing that there is a non null electromagnetic field inside the system when it is accelerated. This inner field is the Dirac radiation field due to an accelerated charged particle, combination of retarded and advanced fields.

1. Introdução

As equações de Maxwell com cargas fontes em movimento arbitrário tem como soluções os potenciais de Liénard-Wiechert, na forma dos campos retardados e avançados, sendo que normalmente, por questões de causalidade, apenas os campos retardados são considerados como fisicamente significativos, os campos avançados sendo descartados por estarem associados à quebra da causalidade^[1,2].

Uma das motivações deste trabalho é ressaltar a importância que os campos avançados podem adquirir em alguns sistemas. Este interesse está, relacionado ao estudo do efeito da reação radiativa na dinâmica das partículas carregadas, consequência da emissão de radiação eletromagnética pelas cargas aceleradas. Do ponto de vista clássico, este efeito é introduzido na equação de movimento da partícula através da força de Lorentz-Dirac, obtida inicialmente impondo a conservação da energia e do momento do sistema^[2-9]. Em

geral, esta força adicional é interpretada como devido à autointeração, isto é, à interação da carga com o seu próprio campo. A autointeração é a interpretação mais adequada para os propósitos da mecânica quântica, prevendo consequências importantes, citando como exemplos a emissão espontânea de fótons e a correção Lamb da raia espectral^[10-12].

Apesar destes resultados, há muito por explicar na física das partículas carregadas aceleradas, tais como a relação dinâmica entre a emissão da radiação eletromagnética e a consequente reação radiativa, envolvendo temas de difícil compreensão na física atual, por inevitavelmente envolver referenciais não inerciais. Com exceção óbvia dos trabalhos ligados à Relatividade Geral e gravitação^[13,14], somente trabalhos mais recentes tem mostrado interesse no estudo de alguns aspectos da física nos referenciais não inerciais^[15-17]. Este interesse acontece em função de descobertas teóricas importantes como o efeito Unruh que preve a detecção

de radiação térmica por observadores acelerados, havendo evidências de que esta radiação possa ser explicada como um efeito quântico da auto-interação^[18].

Neste contexto, um dos aspectos problemáticos da física das partículas carregadas continua sendo em relação à origem dinâmica da força de reação radiativa, muitas vezes interpretada como efeito de auto-interação; também causa desconforto a presença de infinitos, embora estas singularidades possam ser camufladas tal como ocorre na quantização dos campos^[19]. É importante ressaltar que tanto a força de Abraham-Lorentz como a sua generalização relativística de Lorentz-Dirac foram obtidas recorrendo-se à conservação da energia-momento total do sistema radiante, surgindo a partir daí alguns modelos procurando ser consistentes com a expressão da força de reação radiativa^[6]. Isto mostra uma falha ou uma incompreensão do formalismo teórico para descrever a dinâmica das partículas carregadas, por não fornecer uma lei de movimento completa que leve em conta inclusive a força de reação radiativa, necessária para a conservação da energia-momento do sistema. Como no caso da previsão dos neutrinos por Pauli^[20], é visível que algo está faltando; no caso, não se trata de introduzir uma nova classe de partículas, pois a falha está na estrutura teórica usada para descrever o sistema. Modelos como o da auto-interação tem suas limitações, por negligenciar questões importantes como a quebra da causalidade, a dimensão finita das partículas normalmente consideradas puntiformes, como os elétrons, e a velocidade finita de propagação dos sinais.

Justamente dentro desta problemática é que o recurso aos campos avançados vem se evidenciando, inicialmente apenas como um recurso matemático formal, que pode levar a simplificar alguns procedimentos de cálculo, pois fisicamente implicaria na quebra da causalidade.

Como salientamos, campos físicos são representados pelos campos retardados, A_{μ}^{ret} ; no entanto, sempre podemos usar a identidade

$$A_{\mu}^{ret} = A_{\mu}^C + A_{\mu}^{rad}, \quad (1)$$

para

$$A_{\mu}^C = \frac{1}{2} [A_{\mu}^{ret} + A_{\mu}^{adv}], \quad (2)$$

e

$$A_{\mu}^{rad} = \frac{1}{2} [A_{\mu}^{ret} - A_{\mu}^{adv}], \quad (3)$$

No caso, A_{μ}^C é interpretado como o campo coulombiano, solidário à carga fonte e A_{μ}^{rad} como o campo de radiação, na definição de Dirac^[3]. A introdução do campo avançado, tal como ocorre na definição do campo de radiação, mostra-se útil para o cancelamento dos infinitos que surgem na dedução da força de reação radiativa, sem a necessidade de se recorrer aos procedimentos de eliminação dos infinitos, conhecidos como renormalizações^[7].

No entanto, a utilização dos campos avançados é vista, em geral, como de ordem puramente prática, sem nenhuma vinculação com alguma realidade física ainda desconhecida. Exceções estão por conta de autores como Wheeler e Feynman^[8,9], que introduziram modelo contendo combinações dos campos retardados e avançados na forma requerida, mas acabam recorrendo a conceitos físicos extemporâneos como a ação à distância.

Na interpretação usual, as cargas elétricas são as fontes dos campos eletromagnéticos, uma eventual mudança no estado de movimento destas cargas sendo transmitida através da mudança na configuração dos campos eletromagnéticos gerados por essas cargas, a propagação destes sinais sendo igual à velocidade da luz. Devido à velocidade finita de propagação dos sinais, o campo eletromagnético num ponto qualquer tem como origem a carga fonte situada no passado, representado justamente pelos campos retardados. Os campos avançados, por outro lado, representam campos devidos a fontes localizadas no futuro, não obedecendo portanto à causalidade dos eventos associados às cargas fontes; mais claramente, os campos avançados estão antecipando o comportamento futuro das cargas fontes^[1,2].

Veremos neste trabalho que nem sempre esta interpretação é válida para descartar os campos avançados. Com este intuito, apresentamos sistemas físicos onde a utilização dos potenciais avançados torna-se proveitosa e de interpretação relativamente simples, de tal maneira que a causalidade não seja afetada.

A título de ilustração puramente didática, começamos na secção 2, com um sistema formado por um capacitor acoplado a uma fonte variável de tensão, propondo que o campo elétrico entre as placas do ca-

pacitor pode ser descrito como uma combinação de campos retardado e avançado, através de uma reinterpretação adequada dos campos avançados. A idéia geral fica mais clara na secção 3, com a apresentação de um sistema, basicamente uma casca esférica rígida não condutora carregada uniformemente e acelerada, para o qual mostramos que o campo eletromagnético no seu interior pode ser descrito em termos de uma combinação dos campos retardado e avançado, e que talvez possa ser usado como um modelo para a simulação de forças do tipo da reação radiativa de Lorentz-Dirac.

2. Campo variável entre as placas de um capacitor

Nesta secção, vamos apresentar um sistema bem simples onde podemos introduzir, de uma forma bem didática, os procedimentos básicos a serem utilizados no desenvolvimento da parte principal do trabalho, a ser apresentado na secção seguinte.

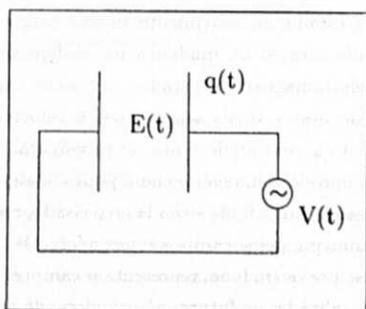


Figura 1: Circuito com capacitor e fonte variável.

Trata-se de um sistema constituído por um capacitor ligado a uma fonte variável de potencial $V(t)$, como mostra a figura (1). Traçamos um sistema de coordenadas tendo como origem o centro, entre as placas paralelas do capacitor, e vamos considerar a região suficientemente distante das bordas para podermos aproximar os campos como devidos a duas placas planas infinitas, colocadas paralelamente ao plano yz , nas posições $x = -l$ (placa 1) e $x = +l$ (placa 2), conforme mostram os esquemas na figura (2). Se σ_1 e σ_2 forem as

densidades de carga das placas 1 e 2, respectivamente, o campo elétrico entre as mesmas é dado por

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_1 + \mathbf{E}_2, \quad (4)$$

onde

$$E_1 = 2\pi\sigma_1 \quad \text{e} \quad E_2 = -2\pi\sigma_2 \quad (5)$$

supondo que as densidades de carga sejam constantes.

No nosso caso, para sermos mais precisos, vamos levar em conta a variação das densidades devido à variação do potencial aplicado ao capacitor, relacionados por

$$\sigma(t) = \frac{q(t)}{A} = \frac{C}{A}V(t), \quad (6)$$

onde A é a área das placas, C a capacitância e $\sigma_1 = -\sigma_2 = \sigma(t)$.

Devido à velocidade finita c de propagação dos sinais eletromagnéticos, os campos considerados nas equações (5) devem ser substituídos pelos campos retardados

$$E_1(x, t) = 2\pi\sigma \left(t - \frac{l+x}{c} \right) \quad \text{e} \quad E_2(x, t) = 2\pi\sigma \left(t - \frac{l-x}{c} \right) \quad (7)$$

onde

$$\Delta t_1 = \frac{l+x}{c} \quad \text{e} \quad \Delta t_2 = \frac{l-x}{c} \quad (8)$$

são os tempos necessários para as perturbações dos campos percorrerem as distâncias das placas ao ponto (x, t) .

Como a origem do tempo é arbitrária, sempre podemos redefini-la através de transformação do tipo

$$t \rightarrow t - \frac{l}{c}, \quad (9)$$

de modo que

$$E_1(x, t) = 2\pi\sigma \left(t - \frac{x}{c} \right) \quad \text{e}$$

$$E_2(x, t) = 2\pi\sigma \left(t + \frac{x}{c} \right). \quad (10)$$

Se a variação temporal do potencial aplicado for do tipo senoidal,

$$V(t) = V_0 \cos \omega t, \quad (11)$$

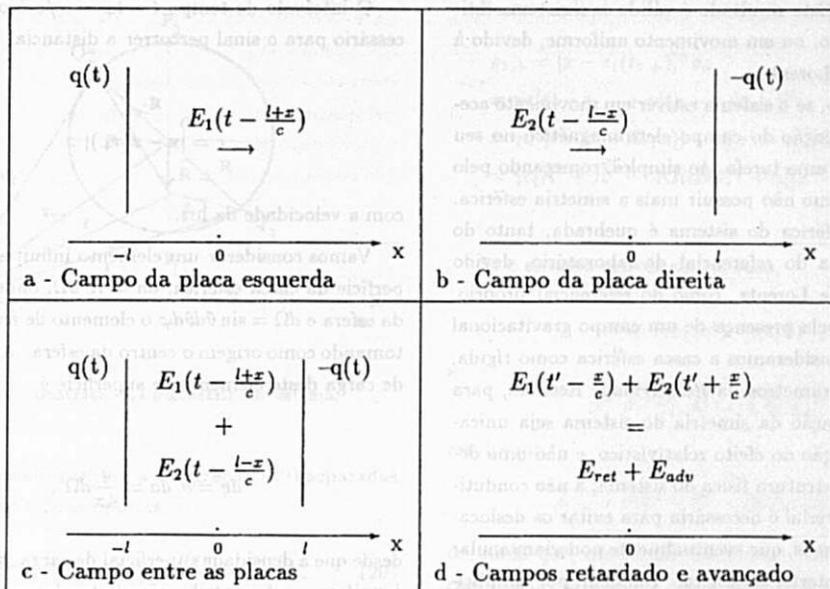


Figura 2: Campos retardado e avançado entre as placas de um capacitor.

a equação (7) fica

$$E_1(x, t) = 2\pi\sigma_0 \cos \left[\omega \left(t - \frac{x}{c} \right) + \varphi \right]$$

e

$$E_2(x, t) = 2\pi\sigma_0 \cos \left[\omega \left(t + \frac{x}{c} \right) + \varphi \right], \quad (12)$$

para a fase $\varphi = l/c$, correspondentes a ondas planas, E_1 , propagando-se para a direita e E_2 , propagando-se para a esquerda.

De uma forma geral, as equações (7,10,12) mostram que as variações do campo E_1 propagam-se da esquerda para a direita e de E_2 propagam-se da direita para a esquerda, como é de se esperar, devido à localização das fontes. No entanto, se o observador desconhecer a existência ou localização exata das placas, pode ser levado a interpretar o campo $E_1(x, t)$ como um campo retardado e $E_2(x, t)$ como um campo avançado, às fontes localizadas em $x = 0$, numa placa com densidade de cargas $2\sigma(t)$, de modo que o campo total seja a combinação dos campos retardado e avançado,

$$E = \frac{1}{2} [E_{ret} + E_{adv}]. \quad (13)$$

Pode-se perceber que estas cargas, fictícias, comportam-se como fontes para os campos retardados e absorvedores para os campos avançados.

O modelo discutido acima é de interesse puramente teórico-metodológico, uma idealização ultrasimplificada, inviável do ponto de vista prático. Distribuições do tipo $\sigma(t)$ supõe uma uniformização instantânea da densidade de cargas, sem levar em conta a velocidade finita de deslocamento das mesmas. Com certeza, as perturbações dos campos propagam-se com velocidade superior à de deslocamento das cargas sob efeito da variação de tensão entre as placas. Para todos os efeitos práticos, portanto, o retardamento do campo é um efeito desprezível.

3. Campo no interior de uma casca esférica carregada

Consideremos um sistema constituído por uma casca esférica rígida, não condutora, de raio R , com uma carga q distribuída uniformemente na casca. O campo eletromagnético no interior de um sistema deste tipo é nulo, facilmente comprovado pela aplicação da

lei de Gauss. Este resultado é válido se o sistema estiver em repouso, ou em movimento uniforme, devido à invariância de Lorentz.

No entanto, se o sistema estiver em movimento acelerado, a avaliação do campo eletromagnético no seu interior não é uma tarefa tão simples, começando pelo fato de o mesmo não possuir mais a simetria esférica. A simetria esférica do sistema é quebrada, tanto do ponto de vista do referencial de laboratório, devido à contração de Lorentz, como do referencial próprio, não inercial, pela presença de um campo gravitacional dinâmico. Consideramos a casca esférica como rígida, dentro dos parâmetros da Relatividade Restrita, para que a deformação da simetria do sistema seja unicamente em função do efeito relativístico, e não uma deformação da estrutura física do sistema; a não condutividade do material é necessária para evitar os deslocamentos das cargas, que eventualmente poderiam anular o campo no interior da esfera. Também, por simplicidade, vamos supor que a esfera não sofra movimentos rotacionais.

Não vamos nos preocupar com os efeitos devidos à deformação da geometria do sistema sobre o campo eletromagnético resultante. Ao invés disto, vamos procurar a expressão covariante do campo eletromagnético, a partir da integração das contribuições infinitesimais dos elementos diferenciais das cargas superficiais do sistema, usando o potencial de Liénard-Wiechert.

O potencial eletromagnético de uma carga isolada puntiforme q , em movimento arbitrário é dado pelo potencial retardado de Liénard-Wiechert, que em notação relativística, assume a forma^[1],

$$A_{\tau}^{\mu}(x) = A_{ret}^{\mu}(x) = q \frac{v^{\mu}}{\rho_{+}}, \quad (14)$$

onde v^{μ} é o quadri-vetor velocidade da carga e

$$\rho_{+} = [x^{\mu} - z^{\mu}(\tau_{+})]v_{\mu}. \quad (15)$$

Estamos adotando a métrica com sinalização $(+, -, -, -)$.

As coordenadas x^{μ} indicam o ponto onde o campo eletromagnético é medido e $z^{\mu}(\tau)$ são as coordenadas dinâmicas da carga fonte, dependentes do tempo. A equação (15) indica que o campo no tempo presente é devido à carga fonte no passado, indicado pelo tempo próprio τ_{+} associado ao tempo retardado

$$t_{+} = t - \frac{r}{c}. \quad (16)$$

O intervalo de tempo $t - t_{+} = r/c$ é o tempo necessário para o sinal percorrer a distância

$$r = |\mathbf{x} - \mathbf{z}(\tau_{+})|. \quad (17)$$

com a velocidade da luz.

Vamos considerar um elemento infinitesimal de superfície da casca esférica, $da = R^2 d\Omega$, onde R é o raio da esfera e $d\Omega = \sin \theta d\theta d\varphi$ o elemento de ângulo sólido, tomando como origem o centro da esfera. A quantidade de carga deste elemento de superfície é

$$dq = \sigma da = \frac{q}{4\pi} d\Omega, \quad (18)$$

desde que a densidade superficial de carga, $\sigma = q/4\pi R^2$, é uniforme. A contribuição deste elemento infinitesimal de carga para o campo eletromagnético, num ponto qualquer da região interna da casca esférica, é

$$dA^{\mu} = \frac{dq v^{\mu}}{\rho_{+}} \quad (19)$$

a sua integração sobre toda a superfície fornecendo o quadri-potencial desejado,

$$A^{\mu} = \int \frac{dq v^{\mu}}{\rho_{+}}. \quad (20)$$

A figura (3) mostra a geometria utilizada para efetuar a integração sobre as cargas superficiais da esfera. O vetor \mathbf{r}_0 é a coordenada do ponto C que define o centro da esfera; o ponto P , no interior da esfera, localizado pelo vetor \mathbf{r} , define a posição onde o campo está sendo computado; \mathbf{r}_1 e \mathbf{r}_2 são as posições, indicadas por Q_1 e Q_2 das superfícies infinitesimais opostas; os pontos P_1 e P_2 definem o plano, perpendicular a \mathbf{xy} , que secciona a esfera em duas semi-esferas; \mathbf{R}_1 e \mathbf{R}_2 são os vetores que ligam os pontos Q_1 e Q_2 ao ponto P , respectivamente; \mathbf{R} liga os pontos C e P ; e $\mathbf{r}_1 = \mathbf{R}$ e $\mathbf{r}_2 = -\mathbf{R}$ ligam o ponto C aos pontos Q_1 e Q_2 , respectivamente, e θ é o ângulo entre os vetores \mathbf{r}_1 e \mathbf{r} .

interior da esfera em movimento arbitrário (com aceleração) seja imediata. Interessamos sobremaneira a expressão formal de cada uma das contribuições. Neste sentido, os resultados (34) e (36) podem ser postos na forma

$$A_1^0 = -\frac{q}{2R} + \frac{q}{2R} + \frac{q}{2} \frac{\sqrt{R^2 + R^2}}{RR}, \quad (37)$$

e

$$A_2^0 = -\frac{q}{2R} + \frac{q}{2R} - \frac{q}{2} \frac{\sqrt{R^2 + R^2}}{RR}, \quad (38)$$

Ao somarmos estas duas equações, o último termo da equação (37), expressão quadrática, anula o termo equivalente da equação (38); o segundo termo, constante, corresponde a um termo de gauge, que pode ser desconsiderado, sendo que os termos que interessam são exatamente os de dependência $1/\bar{R}$ que se anulam no caso estático. Se considerarmos que, para um certo t' ,

$$\bar{R}^2 = c^2(t - t')^2, \quad (39)$$

as escolhas

$$t'_1 = t + \frac{\bar{R}}{c} = t_- \quad \text{e} \quad t'_2 = t + \frac{\bar{R}}{c} = t_+ \quad (40)$$

resultam nas expressões dos potenciais

$$A_1^0 = \frac{q}{2} \frac{1}{c(t - t'_1)} \quad \text{e} \quad A_2^0 = \frac{q}{2} \frac{1}{c(t - t'_2)} \quad (41)$$

que sugerem as generalizações

$$A_1^\mu = \frac{q}{2} \frac{v^\mu}{\rho_1}$$

calculada para $t'_1 = t + \bar{R}/c$ e

$$A_2^\mu = \frac{q}{2} \frac{v^\mu}{\rho_2}$$

calculada para $t'_2 = t - \bar{R}/c$, mas justamente

$$q \left[\frac{v^\mu}{\rho} \right]_{t'=t+\bar{R}/c} = -A_{adv}^\mu$$

e

$$q \left[\frac{v^\mu}{\rho} \right]_{t'=t-\bar{R}/c} = A_{ret}^\mu,$$

de modo que

$$A^\mu = \frac{1}{2} (A_{ret}^\mu - A_{adv}^\mu), \quad (42)$$

em termos do tensor eletromagnético,

$$F_{\mu\nu} = \frac{1}{2} (F_{ret}^{\mu\nu} - F_{adv}^{\mu\nu}). \quad (43)$$

Esta é a generalização possível para o campo eletromagnético no interior da esfera, se considerarmos a expressão covariante do mesmo. A equação acima refere-se ao campo visto por um observador em repouso no referencial de laboratório, em relação ao qual a esfera carregada está acelerada. No referencial próprio da esfera, não se espera que haja qualquer campo eletromagnético resultante; isto, no entanto, deve ser encarado com muito cuidado devido ao efeito sobre a geometria num referencial acelerado que, por exemplo, pode resultar numa distribuição não simétrica das cargas, gerando um campo interno não nulo, sendo que possivelmente deve-se levar em conta os efeitos da Relatividade Geral. Embora formalmente o campo A^μ , na equação (42) seja uma combinação de um potencial retardado e outro avançado correspondentes a cargas pontuais $q/2$ e $-q/2$, respectivamente localizadas no centro da esfera, a presença do campo avançado não traz nenhum problema de causalidade. O potencial avançado não evoca campo devido a uma carga em posição futura, como na interpretação usual, mas representa o campo emitido no passado (potencial retardado) pelas cargas localizadas na casca esférica, convergindo ao centro da esfera. O campo retardado, por outro lado, representa o campo que, uma vez atingido o centro, diverge radialmente em direção à casca esférica. Deste modo, embora não haja nenhuma carga real no centro da esfera, pode-se ver que o mesmo simula a presença de uma carga tipo fonte e outra carga tipo absorvedouro, para os campos retardado e avançado, respectivamente.

Um dos resultados interessantes é o surgimento de um campo de radiação no interior da esfera acelerada, e o aproveitamento do potencial avançado, com uma interpretação física bem clara.

Se uma carga $-q$ fosse colocada, solidariamente, no centro da esfera, o campo eletromagnético no interior da mesma seria

$$F_{\mu\nu} = -\frac{q}{2} (F_{ret}^{\mu\nu} + F_{adv}^{\mu\nu}) \quad (44)$$

não contendo, portanto, o campo de radiação. Fora da esfera, como a carga total do sistema é nula e devido à simetria esférica, o campo resultante seria, evidentemente, nulo. Por outro lado, se somente a casca esférica carregada sofrer aceleração, a carga $-q$ localizada no centro do sistema perceberá e interagirá com o

campo (43), podendo dar origem a uma força do tipo de Dirac-Lorentz. Este é um resultado que acreditamos seja extremamente importante, e que poderia, eventualmente, levar a aplicações teóricas interessantes.

Por exemplo, é concensualmente aceito que a carga total do universo deva ser nula^[14]. Portanto, ao localizar uma carga q num determinado ponto P do espaço, uma carga complementar $-q$ deve se distribuir simetricamente (simetria esférica), salvo situações bem específicas, em relação ao ponto P . Esta distribuição de cargas deve contribuir com um campo eletromagnético na forma das equações (42,43), nula em situação estática. No entanto, se a carga original q for acelerado, é de se supor que esta carga, no seu referencial próprio, sinta a presença deste campo, o que abre a interessante possibilidade de se explicar a força de reação radiativa a partir da interação da carga q com o campo gerado pela distribuição esfericamente simétrica da carga complementar $-q$. Seria algo como um efeito do Princípio de Mach "eletromagnético". A compreensão do mecanismo deste tipo para a reação radiativa depende das propriedades de transformações dos campos entre referenciais não inerciais, pois evidentemente o referencial próprio de uma partícula acelerada é um referencial não inercial.

4. Conclusões

Mostramos que em alguns sistemas carregados acelerados, não somente os campos retardados, mas também os campos avançados tem um papel importante na descrição do campo eletromagnético, apresentando como exemplo uma casca esférica rígida não condutora acelerada com distribuição uniforme de cargas, com carga total q .

Tal sistema apresenta em seu interior um campo análogo ao campo de radiação devido uma carga localizada no seu centro. Nestas aplicações, os campos avançados são os campos gerados em fontes distantes (na casca esférica, como campos retardados), convergindo para o centro como se tivessem absorvedouros, de valor $-q/2$, no local, enquanto que os campos retardados são os campos que emergem do centro como se tivessem fontes, de valor $+q/2$, no local. Esta interpretação elimina o problema da quebra da causalidade associada aos campos avançados, associada a uma escolha adequada da origem do tempo. Os pontos de

divergência ou de convergência dos campos não coincidem com os pontos de localização das cargas elétricas.

O sistema estudado é importante devido às características do campo resultante, que corresponde ao campo de radiação na interpretação de Dirac, que está associado ao problema da reação radiativa das partículas carregadas aceleradas. Sugere que podemos usar o sistema para simular forças do tipo de Dirac-Lorentz em sistemas macroscópicos, o que seria muito útil para a melhor compreensão da dinâmica das partículas carregadas. Dependendo das propriedades de transformação dos campos eletromagnéticos quando da transformação de coordenadas envolvendo referenciais não inerciais, podemos especular se a força de reação radiativa não seria uma manifestação de algo como um Princípio de Mach "eletromagnético". Se estas conjecturas mostrarem alguma realidade, aspectos importantes da física, tais como conceitos de auto-interação, serão afetados, abrindo um interessante campo de trabalho para a física teórica nesta área.

Referências

1. J. D. Jackson, *Classical Electrodynamics*, John Wiley & Sons (1962).
2. J. B. Marion, *Classical Electromagnetic Radiation*, Academic Press (1965).
3. P. A. M. Dirac, Proc. Roy. Soc. **A167**, 148 (1938).
4. L. Infeld e P. R. Wallace, Phys. Rev. **57** (1940)797-806.
5. F. Rohrlich, Ann. of Physics **13**, 93 (1961).
6. F. Rohrlich, *Classical Charged Particles*, Addison-Wesley (1965).
7. C. Teitelboim, D. Villarroel and Ch. G. Van Weert, Rev. Nuovo Cimento, v.3, n.9, 1 (1980).
8. J. A. Wheeler and R. P. Feynman, Rev. of Modern Phys. **17**, 157 (1945).
9. P. Havas, Phys. Rev. **74**, 456 (1948).
10. A. O. Barut and J. F. Van Huele, Phys. Review **A32**, 3187 (1985).
11. A. O. Barut and Y. I. Salamin, Phys. Review **A37**, 2284 (1988).
12. A. O. Barut and J. P. Dowling, Phys. Review **A41**, 2284 (1990).

13. C. Møller, *The Theory of Relativity* (second edition), Oxford University Press (1972).
14. S. Weinberg, *Gravitation and Cosmology*, John Wiley & Sons (1972).
15. N. D. Birrell, P. C. W. Davies, *Quantum fields in curved space*, Cambridge Un. Press (1982).
16. W. G. Unruh, Phys. Review **D14**, 870 (1976).
17. W. G. Unruh e R. M. Wald, Phys. Review **D29**, 1047 (1984).
18. A. O. Barut and J. P. Dowling, Phys. Rev. **A41**, 2277 (1990).
19. C. Itzykson e J.-B. Juber, *Quantum Field Theory*, McGraw-Hill (1980). Obs.: esta obra serve como uma referência geral.
20. K. N. Mukhin, *Experimental Nuclear Physics, vol. II: Elementary Particle Physics*, ed. MIR, Moscow (1987).