

Partículas elementares como micro-universos*

E. Recami, V.T. Zanchin[†] e M.T. Vasconcelos[‡]

Departamento de Matemática Aplicada, UNICAMP, Campinas, SP

Trabalho recebido em 21 de outubro de 1993

Resumo

Desejamos aqui apresentar o quadro lógico, e as conseqüências, duma recente teoria unificada das interações gravitacionais e fortes; a qual resulta de natureza puramente geométrica, adotando ela os métodos da Relatividade Geral pela descrição da estrutura dos hadrons e das interações fortes. Em particular, os hadrons são associados a "buracos negros fortes", do ponto de vista externo, e considerados como "micro-universos", do ponto de vista interno. Aproveitamos a oportunidade para mencionar também alguns novos resultados desta teoria "a duas escalas". Entre eles, apresentamos de maneira simples a derivação: (i) do "confinamento" dos constituintes hadrônicos; (ii) do comportamento Yukawiano do potencial forte (no limite estático); (iii) da "constante" de acoplamento forte; e (iv) de espectros de massa dos hadrons.

1. Preliminares

Quem de nós, pelo menos quando jovem, jamais imaginou que cada partícula elementar de matéria pudesse ser —em uma escala extremamente reduzida— um cosmo inteiro? Tal pensamento tem origens provavelmente muito antigas. Isso já transparece dos escritos, por exemplo, do grande atomista Demócrito de Abdera (por volta de 400 a.C.). Na verdade, invertendo a analogia, Demócrito fala de átomos gigantesco que atingem as dimensões de um cosmos; e, pelo amor à clareza, acrescenta: se um desses super-átomos (que constituem super-cosmos) se desprendesse do seu "universo gigante" e caísse sobre o nosso mundo, este seria destruído...

Considerações deste tipo relacionam-se às fantasias (elas também muito comuns) sobre os efeitos físicos de uma dilatação ou de uma contração de todos os objetos que nos circundam, ou mesmo do "mundo" inteiro. Fantasias retomadas, como se sabe, também por vários escritores, desde F. Rabelais (1565) até J. Swift, narrador das viagens de Samuel Gulliver (1727), e até I. Asimov. Provavelmente foi este terreno de idéias a favorecer o grande sucesso, entre o público, que teve a seu tempo o modelo aproximado assemelhando cada átomo

a um sistema solar.

Tais idéias intuitivas podem também ser encontradas na arena científica. Além do já citado Demócrito, recordamos a antiga concepção de uma hierarquia de universos (ou, melhor, de *cosmos*) correspondendo a *fatores de escala* muito diferentes; e talvez organizados como uma série de bonecas russas. Hoje se pode mesmo dizer que na análise microscópica da matéria revelou-se uma série de "caixas chinesas": e nada impede de pensar que algo de análogo se verifique também no estudo do universo em grande escala, isto é na direção do macro ao invés do micro. Teorias hierárquicas foram formuladas por exemplo por J.H. Lambert (1761) e, mais tarde, por V.L. Charlier (1908-1922) e F. Selety (1922-1924), seguidos em tempos mais recentes por O. Klein, H. Alfvén e G. de Vaucouleurs, até os trabalhos de Abdus Salam e colaboradores, K.P. Sinha e C. Sivaram, M.A. Markov, E. Recami e colegas, D.D. Ivanenko e colaboradores, M. Sachs, J.E. Charon, H. Treder, P. Roman, R.L. Oldershaw, e outros.^[1]

2. Introdução

Neste artigo nos limitaremos a examinar a possibilidade de que as partículas elementares sejam micro-

*Work partially supported by CNPq, and by INFN-Sezione di Catania, GNR, MURST.

[†]Depto. de Física, UFSM, Santa Maria, RS.

[‡]USP/ESALQ, Piracicaba, SP; presently at M.A./DFAARA/SPA, São Paulo, SP.

universos:^[2] isto é, sejam similares — em um sentido que especificaremos — ao nosso cosmos. Mais precisamente nos referimos ao caminho lógico seguido por P. Caldirola, P. Castorina, A. Italiano, G.D. Maccarrone e M. Pavšič, além dos presentes autores.^[3]

Recordemos que já Riemann, como mais tarde Clifford e também Einstein,^[4] sustentava que as partículas fundamentais da matéria eram a manifestação sensível de uma forte curvatura local do espaço. Uma teoria de tal tipo já existe para o cosmos inteiro: é a Relatividade Geral, baseada nas equações de Einstein do campo gravitacional. Essas equações são provavelmente as mais importantes de todo o corpo das teorias clássicas, junto com as de Maxwell do campo eletromagnético. Enquanto existem numerosas tentativas de generalização das equações de Maxwell (passando por exemplo do campo eletromagnético aos campos de Yang-Mills; tanto que quase todas as "teorias de gauge" modernas se inspiram nas equações de Maxwell), as equações de Einstein, por sua vez, não foram aplicadas a campos diferentes do gravitacional. Mesmo que, como todas as equações diferenciais (não contendo nenhum comprimento fundamental intrínseco), elas possam a priori ser usadas para descrever cosmos grandes como o nosso, ou muito maiores, ou muito menores.

O caminho que queremos seguir se propõe, como primeiro objetivo, a explorar até que ponto os métodos geométricos da relatividade geral (RG) podem ser aplicados com sucesso (além de às interações gravitacionais) ao mundo das assim chamadas interações nucleares fortes:^[5] isto é, ao mundo das partículas fundamentais chamadas hádrons. Um segundo objetivo se relaciona ao fato que a teoria standard (QCD) das interações fortes encontra dificuldade em explicar porque os constituintes dos hádrons (quarks) permaneçam permanentemente confinados ao interno de tais partículas: dado que nunca se viu, até agora, um quark isolado, "livre", fora de um hádron. Dessa forma, para explicar o dito confinamento, é necessário recorrer-se a modelos fenomenológicos, como aqueles ditos de "bag", por exemplo nas versões MIT ou SLAC. O confinamento pode ser ao invés explicado de um modo natural, e à base de uma teoria sólida como a RG, quando se associe a cada hádron (próton, nêutron, pión, ...) um modelo cosmológico adequado.

3. Modelos a micro-universos

Vejamos mais de perto como justificar a idéia de que as partículas que interagem fortemente (ou seja, os

hádrons) possam ser *micro-universos*.

Um primeiro motivo inspirador encontra-se nas chamadas "coincidências dos grandes números", notadas empiricamente desde vários decênios, e postas em evidência por H. Weyl, A.S. Eddington, O. Klein, P. Jordan, P.A.M. Dirac, e outros.

A mais conhecida destas observações é que a razão R/r entre o raio $R \approx 10^{26}m$ do nosso cosmos (universo gravitacional) e o raio típico, $r \approx 10^{-15}m$, das partículas elementares é *grosso modo* igual à razão S/s entre a intensidade S do campo nuclear ("forte") e a intensidade s do campo gravitacional (para uma definição de S, s veja-se mais adiante). Isso sugere imediatamente a existência de uma *similaridade*, no sentido geométrico-físico, entre macrocosmos e hádrons. Sobre a base de uma tal similaridade, a teoria de modelos nos diz prontamente — através de considerações dimensionais simples — que, contraindo o cosmos por um fator $\rho^{-1} \equiv R/r \approx 10^{41}$ (transformando-o assim em um microcosmos *similar* ao precedente), a intensidade do campo aumenta na mesma proporção (passando assim de campo gravitacional a campo forte). Uma vez que o intervalo de tempo típico de um decaimento é inversamente proporcional à intensidade da própria interação, pode-se analogamente explicar porque a vida do nosso macrocosmos gravitacional ($\approx 10^{16}s$; duração — p.ex. — de um ciclo completo expansão/contração, se aceita-se a teoria do *big bang* cíclico) é múltipla do tempo médio de vida típico ($\tau \approx 10^{-23}s$) dos "micro-universos fortes", ou hádrons, segundo aquele mesmo fator. É interessante que a autoconsistência de tais deduções implica^[6] que a massa M do cosmos deve ser de aproximadamente $\rho^{-2} \approx (10^{41})^2$ vezes a massa típica m de um hádron: fato que encontra respaldo na realidade e que constitui uma outra daquelas "coincidências numéricas": a chamada relação de Eddington. Uma coincidência ulterior é ilustrada e explicada na referência [6].

Usando a linguagem de Mandelbrot^[7] e recordando a sua equação geral para as estruturas auto-similares, o quanto acima se traduz matematicamente na afirmação de que cosmos e hádrons são sistemas (de escala, respectivamente, n e $n-1$) com "dimensão fractal" $D=2$, onde D é o expoente de auto-similaridade que caracteriza a hierarquia. Tudo isso leva-nos portanto a assumir que cosmos e hádrons — enquanto pensados, obviamente, como objetos finitos — sejam sistemas *similares*; isto é, sistemas governados por leis similares, e diferentes somente por uma transformação de escala que leva

R em r e campo gravitacional em campo forte (para fixar as idéias, podemos momentaneamente adotar o modelo ingênuo de uma "bola newtoniana" no espaço tridimensional seja para o cosmos, seja para os hádrons: mais adiante adotaremos modelos mais sensatos, tipo Friedmann). Acrescentamos, incidentalmente, que — a priori — devemos estar prontos para aceitar a existência de outros cosmos além do nosso: recordamos que o homem tem progressivamente chamado "universo" o próprio vale, depois a Terra inteira, depois o Sistema solar, a Via Lactea, e nos dias de hoje (com ingenuidade análoga) o nosso cosmo, qual é por nós reconstruível com base nos atuais instrumentos observacionais e teóricos. . [6]

Chegamos assim a um *segundo* motivo inspirador da nossa abordagem. Aquele de as leis físicas não deverem variar por dilatações *globais* do espaço-tempo. Podemos explicar bem facilmente esta exigência notando que: (i) quando contraímos (ou dilatamos) as nossas unidades de medida de comprimento e de tempo, as leis físicas não devem, obviamente, mudar de forma; (ii) uma dilatação das unidades de medida é de todo equivalente a uma contração (deixando agora inalterados "metro" e "segundo") do mundo observado; e vice-versa.

Efetivamente, as equações de Maxwell do eletromagnetismo — as equações mais importantes da física clássica, junto com aquelas de Einstein: como já foi dito — são por si mesmas covariantes (= invariantes na forma) também por transformações conformes e, em particular, por dilatações. No caso em que cargas elétricas estejam presentes, a dita covariância subsiste desde que se "escalem" adequadamente também as cargas.

Analogamente, as equações *gravitacionais* de Einstein são covariantes [9] por dilatações: contanto que, na presença de matéria e do termo cosmológico, se escalem também as massas e a constante cosmológica na base de considerações dimensionais adequadas. A importância deste fato havia sido bem reconhecida pelo próprio Einstein o qual, duas semanas antes de sua morte, escrevia, em relação à sua última teoria unificada: <<Da forma das equações do campo (gravitacional + eletromagnético) deduz-se imediatamente o que segue: se $g_{ik}(z)$ é uma solução das equações de campo, então $g_{ik}(z/\alpha)$ também o é, onde α é uma constante positiva ('soluções similares'). Suponhamos por exemplo que g_{ik} represente um cristal de extensão finita imerso em um espaço plano. Poderá existir então um segundo 'universo' com um outro cristal, idêntico ao

primeiro, mas *dilatado* de α vezes em relação ao cristal original. Desde que nos limitamos a pensar em um universo que não contenha nada além de um único cristal, $n/$ ao encontra-se dificuldade alguma: observa-se somente que a escala de um cristal (padrão de medida de comprimento) não é determinada pelas equações de campo... >>. Estas linhas são tiradas do Prefácio escrito por Einstein em Princeton, a 4 de abril de 1955, para o volume italiano *Cinquant'anni di Relatività*. [10] Elas se referem ao fato, por nós já lembrado, que as equações diferenciais — as quais são, até agora, as equações fundamentais da física — não contém em si mesmas nenhum "compromisso fundamental" prefixado. Tanto que, repetimos-lo, as equações de Einstein podem ser aplicadas à descrição da dinâmica interna do nosso cosmos, assim como de super-cosmos muito maiores ou de micro-cosmos muito menores (adequadamente contraídos).

4. Uma hierarquia de "universos"

Como primeiro passo para melhor usufruir das simetrias das equações fundamentais da física clássica, fixemos portanto a atenção nas dilatações espaço-temporais $x'_\mu = \rho x_\mu$, com $x_\mu \equiv (x, y, z, t)$ e $\mu = 0, 1, 2, 3$, e postulamos explicitamente que as leis físicas sejam covariantes também sob a ação das dilatações escritas acima: com a hipótese, porém, que somente valores discretos de ρ tenham correspondentes físicos na natureza. Como já dissemos, estamos supondo também que ρ seja constante ao variar das posições espaciais e temporais (dilatações *globais*, além de *discretas*).

Recordemos agora que os objetos naturais interagem essencialmente através de (pelo menos) quatro forças — ou interações — fundamentais: a gravitacional, a "fraca", a eletromagnética, e a "forte", aqui citadas em ordem crescente de sua intensidade (*strength*). É possível exprimir tais intensidades mediante números puros, de forma a podermos compará-las entre elas. Por exemplo, se escolhe-se como definição de cada intensidade o *quadrado* adimensional da "constante de acoplamento em um vértice", a intensidade da interação eletromagnética é medida pelo coeficiente adimensional $\alpha \equiv Kc^2/hc \simeq 1/137$, onde e é a carga do elétron, h a constante de Planck reduzida, c a velocidade da luz no vácuo, e K é a constante universal das interações eletromagnéticas [no Sistema Internacional de unidades de medidas, $K = (4\pi\epsilon_0)^{-1}$, com ϵ_0 = constante dielétrica do vácuo]. Aqui estamos particularmente interessados nas intensidades da interação gravitacional, Gm^2/hc , e

da forte, Ng^2/hc , onde G e N são respectivamente as constantes universais gravitacional e forte no vácuo; as quantidades m e g representam respectivamente a carga gravitacional (= massa) e a carga forte^[11,12] (Fig.1) de um mesmo hádron: por exemplo de um nucleon N ou de um pión π . No que segue, então, adotaremos frequentemente a convenção de chamar m e g , respectivamente, "massa (gravitacional)" e "massa forte".

Consideremos, portanto, duas partículas idênticas as quais possuam massa tanto gravitacional (m) quanto forte (g), isto é dois hádrons idênticos, e a razão entre a intensidade s e S das interações gravitacional e forte correspondentes. Encontra-se que $S/s \equiv Ng^2/Gm^2 \simeq 10^{40 \pm 41}$, de forma a verificar que $\rho \equiv r/R \simeq s/S$. Como exemplo, com $m = m_\pi$ obtém-se $Gm^2/hc \simeq 1,3 \times 10^{-40}$, enquanto que $Ng^2/hc \simeq 14$ ou 3 (ou então 0,2) dependendo se, respectivamente, consideram-se o quadrado da constante de acoplamento $pp\pi$ ou $\pi\pi\rho$ (ou então quark-quark-gluon: veja-se mais adiante).

Neste ponto já podemos fazer algumas observações. Notemos antes de mais nada que, se escolhemos convencionalmente $m \equiv g$, então a constante universal forte resulta $N = 10^{41}G \simeq hc/m_\pi^2$. Ao contrário, se escolhemos unidades tais que $[N] = [G]$ e além do mais $N = G = 1$, obtemos então que $g = m/\sqrt{\rho}$ e, mais precisamente (com $n = 2$ ou então $n = 3$), que $g_0 = g/n \simeq \sqrt{hc/G} \equiv$ massa de Planck, uma tal relação nos sugerindo que —em unidades adequadas— a chamada "massa de Planck" nada mais seja do que a massa forte (= carga forte) do hádron típico ou, melhor ainda, de um quark.

Deste ponto de vista, portanto, não se deve esperar que existam os "micro buracos negros", com massas da ordem da massa de Planck, postulados por vários físicos e que hoje estão muito em moda; pois já se conhecem os quarks cuja carga forte é da ordem da massa de Planck (em unidades adequadas). Por demais, o fato —também bem conhecido nas teorias standard— que as interações tornam-se tão intensas quanto as "fortes" para massas da ordem daquela de Planck significa simplesmente, em nosso entendimento, que a gravidade forte gerada pelos quarks no interior dos hádrons (micro-universos fortes) —que possuem, repetimos, uma massa forte igual à massa de Planck— não é outra coisa que o campo nuclear forte.

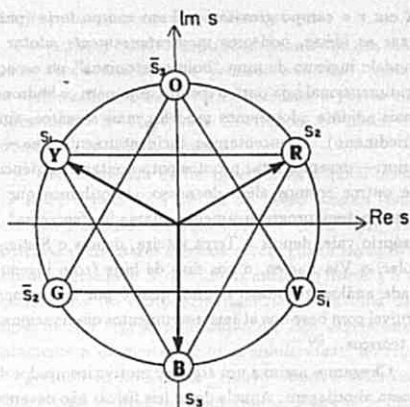


Fig.1 — Os quarks "coloridos" e a sua carga forte — O esquema representa o plano complexo^[12] do sinal s_2 da carga forte g ; dos quarks de um hádron (ver nota^[11]). Esta carga forte pode ter três sinais, em vez de dois como a carga elétrica ordinária q . Elas podem ser representadas por exemplo por $s_1 = (i - \sqrt{3})/2$; $s_2 = (i + \sqrt{3})/2$; $s_3 = -i$, que correspondem na figura as flechas pretas separadas de 120° . Os relativos anti-quarks terão carga forte com os sinais complexos conjugados $\bar{s}_1, \bar{s}_2, \bar{s}_3$. Os três quarks são representados pelos pequenos círculos amarelo (Y), vermelho (R) e azul (B); os três anti-quarks pelos círculos violeta (V), verde (G) e alaranjado (O). Estas últimas são as complementares das cores precedentes. Visto que nas partículas existentes as forças entre os quarks são saturadas, os hádrons são brancos. A cor branca se pode obter ou com estruturas de três quarks, nas combinações YVR ou VGO (como ocorre respectivamente nos bárions e antibárions), ou então com estruturas de dois quarks, nas combinações YV ou RG ou BO (que são efetivamente combinações quark-anti-quark), como acontece nos mésons e suas antipartículas.

5. Gravidade forte

É consequência de todo o precedente que ao interno de um hádron —ou seja, para des-crever as interações fortes entre os constituintes de um hádron— devem poder-se aplicar as mesmas equações de Einstein que se usam para descrever as interações gravitacionais no interior do nosso cosmos, com a única advertência de "escalá-las": isto é, de escalar adequadamente a constante G (ou as massas) e a constante cosmológica Λ , juntamente com as distâncias espaciais e os intervalos temporais.

Recordemos neste ponto que as famosas equações de

Einstein da gravitação

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}g_{\mu\nu}R^{\rho}_{\rho} - \Lambda g_{\mu\nu} = -kGT_{\mu\nu}; \quad [k \equiv 8\pi/c^4]$$

impõem a igualdade de duas quantidades tensoriais: a primeira descreve a geometria (curvatura) do espaço-tempo, a segunda —que chamaremos “tensor da matéria”, $GT_{\mu\nu}$ — descreve a distribuição da matéria no espaço-tempo. Como sabemos, $G \approx 6,7 \times 10^{-11} \text{ m}^3/(\text{kg} \times \text{s}^2)$, enquanto $\Lambda \approx 10^{-52} \text{ m}^{-2}$.

No interior de um hádron, então, valerão equações da mesma forma daquelas de Einstein:

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}g_{\mu\nu}R^{\rho}_{\rho} - \lambda g_{\mu\nu} = -kS_{\mu\nu}; \quad [S_{\mu\nu} \equiv NT_{\mu\nu}]$$

nas quais porém no lugar de G aparece (como já sabemos) $N \equiv \rho_1^{-1}G \approx hc/m_1^2$, e no lugar de Λ aparece a “constante cosmológica forte” (ou “constante hadrônica”) $\lambda \equiv \Lambda\rho^{-2}$, com $\rho \approx \rho_1$, de modo que $\lambda^{-1} \approx 0,1$ barn.

Por questões de brevidade, chamaremos $S_{\mu\nu} \equiv NT_{\mu\nu}$ o “tensor da matéria forte”.

O descrito acima pode ser aplicado sem modificação, e com uma boa aproximação ao caso —por exemplo— do pión: isto é, ao caso da similaridade cosmos/pión; como se o nosso cosmos fosse um super-pión, com um super-quark (ou “metagaláxia”, para usar um termo de Ivanenko) de matéria e um de anti-matéria. Recordemos porém que, como já observado na Seção 3, o parâmetro ρ pode variar de caso a caso, dependendo do cosmos particular e do hádron particular considerados. Ainda mais pode variar Λ , e portanto λ : além do que, com a mudança do objeto em estudo (cosmos ou hádron), pode mudar também o seu sinal!

No que diz respeito à constante ρ_1 , devemos fazer uma observação ainda mais importante. Notemos que a constante de acoplamento gravitacional Gm^2/hc (medida experimentalmente no caso da interação de dois “minúsculos componentes” do nosso cosmos) deveria ser comparada com a constante para a interação forte de dois minúsculos componentes (partons?, partinos?) do hádron análogo, ou melhor, de dois minúsculos componentes de um dos seus quarks constituintes. Tal constante não é conhecida. É conhecida porém, nos hádrons mais simples, a constante de acoplamento quark-quark-gluon: $Ng^2/hc \approx 0,2$. Em consequência, o melhor valor de ρ_1 que podemos prever —no momento atual— para tais hádrons é $\rho_1 \approx 10^{-38} \div 10^{-39}$ (e de fato 10^{-38} é o que tem fornecido os resultados mais próximos aos dados experimentais). Valor este que, repetimos-lo, va-

riará de acordo com os particulares cosmos e hádron confrontados.

As relações empíricas “dos grandes números”, que relacionam o micro- ao macro-cosmos, e das quais já falamos, se obtêm como *sub-produto* das nossas equações “re-escaladas” para o interior dos hádrons, e das equações de Einstein. Note-se ainda que a nossa “numerologia” conecta as interações gravitacionais com as fortes, e não com as eletromagnéticas (como, ao invés, sugerido por Dirac). Vale a pena relembrar que as interações fortes, como as gravitacionais —mas diferentemente das eletromagnéticas— são altamente não lineares e associáveis portanto a teorias de gauge não abelianas. Um dos escopos da presente abordagem teórica é, de fato, aquele de propor uma interpretação geométrica *ante litteram* de tais teorias. Antes de prosseguir deixemos claro que a presente *geometrização* do campo forte é justificada pelo fato de que o “Princípio de equivalência” (o qual reconhece a “identidade”, em nosso cosmos, da massa inercial com a massa gravitacional) pode ser estendido ao universo hadrônico do seguinte modo. O Princípio de equivalência usual pode ser compreendido, segundo Mach, pensando a inércia m_I de um dado corpo como devida à sua interação com todas as outras massas do universo: interação a qual, em *nosso* cosmos, é essencialmente gravitacional; de forma que m_I coincide com a massa gravitacional $m_G = m_G$. No interior de um “cosmos hadrônico”, porém, a interação predominante entre os seus constituintes é aquela forte!; assim, a inércia m_I de um constituinte coincidirá com a sua carga forte g (e não com m_G). Veremos que a nossa generalização do Princípio de equivalência será útil para geometrizarmos o campo forte não somente no interior de um hádron, mas também nas suas vizinhanças.

Tanto para o cosmos, como para os hádrons, adotaremos finalmente modelos de Friedmann; desfrutando também o fato que eles são compatíveis com o Princípio de Mach, além de imersíveis em 5 dimensões.

6. No interior de um hádron

Vejam algumas *conseqüências* das nossas equações tipo Einstein re-escritas para o campo forte e válidas, portanto, ao interno de um hádron.

No caso de um constituinte esférico, isto é de uma distribuição esféricamente simétrica de “massa forte” g' , e nas coordenadas usuais, as equações do movimento geodésico de um constituinte de prova (chamá-lo-emos *parton*, de massa forte g') nos dizem que ele estará sujeito a uma força facilmente calculável,^[3,13] a qual no

limite de velocidades pequenas (*limite estático*: $v \ll c$) resulta na seguinte força central (radial):

$$F \equiv g'' \frac{d^2 r}{dt^2} = -c^2 g'' (1 - 2Ng'/c^2 r + \lambda r^2/3)(2Ng'/c^2 r^2 + 2\lambda r/3)/2.$$

Para "distâncias intermediárias" —isto é, no limite newtoniano— tal força resulta simplesmente $F \simeq -c^2 g'' (2Ng'/c^2 r^2 + 2\lambda r/3)/2$, que é a soma de um termo newtoniano e um termo elástico *à la Hooke*. Em tal limite, note-se, esta última expressão vale também quando o constituinte de prova g'' não tem uma massa forte pequena, mas é —por exemplo— um segundo quark. Nos outros casos, as nossas expressões para F valem somente em forma *aproximada* quando também g'' for um quark; todavia elas já reproduzem algumas características importantes do comportamento dos constituintes hadrônicos, seja para valores pequenos de r , seja para grandes valores de r .

Para distâncias muito grandes, quando r é da ordem do próprio raio do hádron considerado ($r \gtrsim 10^{-13}$ cm \equiv 1 fm), ou maior, aqui limitando-nos aos hádrons mais simples (e escolhendo portanto $\lambda \simeq 10^{30}$ m $^{-2}$; $N \simeq 10^{38+39}G$), obtém-se uma força radial *atrativa* e proporcional a r :

$$F \approx -g'' c^2 \lambda r/3.$$

Em particular, obtém-se de maneira natural uma força confinante (e um potencial de confinamento $V \approx r^2$) capaz, a priori, de explicar o assim chamado *confinamento* dos constituintes (em particular dos quarks). Tal força, por outro lado, permite considerar g'' como dotado, em primeira aproximação, de um movimento harmônico; de forma que a nossa teoria engloba os numerosos resultados interessantes encontrados por vários Autores para as propriedades dos hádrons —p.ex., para o espectro de massa dos hádrons— exatamente postulando um tal movimento harmônico.

Temos considerado até aqui λ positivo, mas vale a pena notar que se pode ter confinamento também para λ negativo. Na verdade, com aproximações menos drásticas, para $r \gtrsim 1$ fm obtém-se

$$F \approx -g'' c^2 \lambda (r + \lambda r^3/3 - Ng'/c^2)/3,$$

na qual para r suficientemente grande domina o termo em λ^2 . Advertimos porém que, quando consideram-se hádrons "não simples" (em tal caso λ , e mais ainda N , podem variar em valor), podem tornar-se importantes o termo newtoniano $-Ng'^2/r^2$, ou mesmo o termo *constante* $+N\lambda g'^2/3$ que corresponde a um potencial linear.

Observamos finalmente como esta última equação exige que, para distâncias inter-quark da ordem de 1 fm, dois quarks devem atrair-se com uma força de *algumas toneladas*! força enorme e descomunal, quando se pense que ela deve agir entre partículas extremamente pequenas (os constituintes dos mésons e bárions); e que cresce, em módulo, com a distância.

Passemos a considerar, agora, distâncias não muito grandes, sempre no limite estático. É então importante acrescentar ao potencial radial o usual "termo de energia cinética" ou "centrípeto", $(J/g'')^2/2r^2$, para levar em conta o momento angular de g'' em relação a g' . Para o potencial eficaz^[13] que age entre dois constituintes g', g'' obtém-se assim a expressão

$$V_{ef} = \frac{1}{2} g'' c^2 [-2Ng'/c^2 r + 2N^2 g'^2/c^4 r^2 - 2N\lambda g' r/3c^2 + (\lambda r^2/3)^2/2] + (J/g'')^2/2r^2,$$

a qual, na região onde a RG reduz-se substancialmente à teoria newtoniana, simplifica-se obviamente como segue:

$$V_{ef} \simeq -Ng'g''/r + (Jg'')^2/2r^2.$$

Em tal caso o constituinte de teste g'' pode estabilizar-se (em movimento circular, por exemplo) à distância r_e do constituinte-fonte para a qual V é mínimo; isto é, à distância $r_e = J^2/(2Ng'g'^3)$. Nesta distância a "força eficaz" se anula. Encontra-se assim, à pequenas distâncias, o fenômeno chamado de *liberdade assintótica*: para distâncias não grandes (quando os termos de força proporcionais a r e a r^3 tornam-se desprezíveis), os constituintes hadrônicos comportam-se como se fossem (quase) livres. Se extrapolássemos, um pouco arbitrariamente, a expressão de r_e também ao caso em que os constituintes considerados são dois quarks (p.ex., $|g'| = |g''| = g_0 \simeq m_p/3$), obteríamos $r_e \approx 0,01$ fm. E vice-versa, supondo —por exemplo no caso dos bárions, com $g \equiv m \simeq m_p$ e $N \simeq 10^{40}G$ — que o raio de equilíbrio r_e seja da ordem de um centésimo de fermi, obtém-se a relação tipo Regge $J/\hbar \simeq m^2$ (onde m é medida em GeV/ c^2).

Refaçamos estes cálculos, contudo, com base na expressão completa de V_{ef} . Observemos antes de mais nada que se pode calcular o raio para o qual o potencial é mínimo também no caso $J = 0$. Extrapolando ao caso dos quarks mais simples (para os quais $Ng^2/\hbar c \simeq 0,2$), encontra-se sempre pelo menos uma solução, que para λ positivo e da ordem de 10^{30} m $^{-2}$ vale $r_e \approx 0,25$ fm. Passando ao caso $J = \hbar$ (que corresponde classicamente a

uma velocidade $v \approx c$ para o quark móvel), encontra-se, nas mesmas condições, o valor $r_e \approx 0,9$ fm.

Na realidade, para λ positivo existe somente uma solução, da qual falamos acima. Para λ negativo, porém, a situação é mais complexa; sumarizamos-na no caso dos valores de N e $|\lambda|$ por nós já adotados. Obtem-se —novamente— ao menos uma solução, que para $J = 0$ assume a forma analítica simples $r_e^3 = 3Ng'/|\lambda|c^2$. Mais precisamente, para $\lambda = -10^{30} \text{m}^{-2}$, encontram-se os valores 0,7 e 1,7 fm em correspondência com $J = 0$ e $J = \hbar$; valores que, todavia, resultam respectivamente 0,3 e 0,6 para $\lambda = -10^{29} \text{m}^{-2}$. No caso $J = 0$, finalmente, encontram-se duas soluções ulteriores, a menor das quais (para $\lambda = -10^{30} \text{m}^{-2}$) é ainda $r_e \approx 0,25$ fm.

Recordemos que, sendo os mésons constituídos por dois quarks (q, \bar{q}), o nosso tratamento sugere para o seu estado fundamental —pelo menos no caso $J = 0$ — o modelo de dois quarks oscilantes em torno de uma posição de equilíbrio. É interessante que para pequenas oscilações (movimentos harmônicos no espaço), o grupo dinâmico seria então o SU(3). É também interessante notar que o valor $m_0 = \hbar\nu/c^2$ correspondente à frequência $\nu = 10^{23} \text{Hz}$ produz a massa do pión.

Resultados análogos devem valer, obviamente, para o nosso cosmos (ou melhor, para os cosmos “duais” aos hádrons considerados).

7. A constante de acoplamento forte

Aqui acrescentaremos apenas que, no caso de métrica esféricamente simétrica (e nas coordenadas em que a métrica é diagonal), o fator de Lorentz é proporcional a $\sqrt{g_{00}}$, de forma que a constante da interação forte em nossa teoria^[14] assume a forma^[15]

$$\alpha(r) = (Ng_0^2/\hbar c)(1 - 2Ng_0/c^2 r + \lambda r^2/3)^{-1};$$

isto pelo fato que a massa forte g' varia com a velocidade, $g' = g_0/\sqrt{g_{00}}$, assim como a massa relativística ordinária. A nossa “constante” $\alpha(r)$ mostra um comportamento análogo àquele da constante de acoplamento perturbativa da “teoria standard” (QCD): isto é, $\alpha(r)$ diminui em valor ao diminuir da distância r e cresce, em valor, ao aumentar da mesma, mais uma vez justificando os fenômenos seja do confinamento, seja da liberdade assintótica. Recordemos que, quando^[15] $g'' = g_0'$, a definição de $\alpha_S \equiv \alpha_S \equiv S = Ng'^2/\hbar c$.

Dado que as coordenadas tipo-Schwarzschild ($t; r, \theta, \varphi$) não correspondem —conforme bem conhecido— a um observador real, é interessante do ponto de vista físico passar às coordenadas locais

($T; R, \theta, \varphi$) associadas a observadores em repouso “com relação à métrica” em cada ponto (r, θ, φ) do espaço: $dT \equiv \sqrt{g_{00}} dt$; $dR \equiv \sqrt{g_{11}} dr$. Esses observadores locais medem uma velocidade $U \equiv dR/dT$ (e massas fortes) tais que $\sqrt{g_{00}} = \sqrt{1 - U^2}$, assim que a “massa forte relativística” assume a forma transparente: $g'' = g'_0/\sqrt{1 - U^2}$.

Uma vez calculada (mediante a equação da geodésica) a velocidade U em função de r , é fácil então encontrar, por exemplo, que para λ negativo o valor mínimo de U^2 corresponde a $r = (3Ng'_0/|\lambda|)^{1/3}$. Para λ positivo, ao contrário, uma expressão similar, ou seja $r_0 \equiv (6Ng'_0/\lambda)^{1/3}$, fornece um valor limite (confinante) de r , o qual corresponde à separação máxima que podem alcançar os constituintes.

Consideremos finalmente o caso de movimento circular geodésico, como vem descrito pelos observadores “físicos”, isto é pelos observadores locais [mesmo que seja ainda comodo exprimir tudo em função das velhas coordenadas de Schwarzschild-de Sitter]. Se a é o momento angular por unidade de massa forte de repouso, no caso de um quark-teste orbitante em torno de um quark-fonte, encontra-se a interessante relação $g' = g'_0\sqrt{1 + a^2}$, que nos permite escrever a constante de acoplamento forte na forma particularmente simples:

$$\alpha_S \approx (N/\hbar c)g'_0{}^2(1 + a^2/r^2).$$

Podemos observar, por exemplo, que —se $\lambda < 0$ — o momento angular específico a se anula em correspondência com a linha geodésica: $r \equiv r_{qq} = (3Ng'_0/|\lambda|)^{1/3}$; em tal caso o quark-teste pode permanecer em repouso, à distância r_{qq} do quark-fonte. Com os valores típicos $\rho = 10^{-41}$; $\rho_1 = 10^{-38}$, e $g'_0 = m_p/3 \approx 313 \text{Mev}/c^2$, obtém-se $r_{qq} \approx 0,8$ fm.

8. No exterior de um hádron. Interações Fortes entre Hádrons.

Do ponto de vista “externo”, quando nos propomos a descrever as interações fortes entre os hádrons (como eles aparecem no nosso cosmos), necessitamos novas equações de campo que descrevam tanto o campo gravitacional, quanto o campo forte que circunda um hádron. Temos além disso necessidade de uma teoria de duas escalas (Papapetrou), onde estudar por exemplo o movimento, na vizinhança de um hádron, de uma partícula-de-prova que possua seja massa gravitacional, seja massa forte.

O que precede sugere — como primeiro passo — de representar o campo forte ao redor de um hádron-fonte mediante um campo tensorial $s_{\mu\nu}$, assim como é tensorial (em RG) o campo gravitacional $e_{\mu\nu}$. No âmbito da nossa teoria,^[3,2,1] são de fato modificadas as equações gravitacionais de Einstein, introduzindo nas vizinhanças dos hádrons uma deformação forte $s_{\mu\nu}$ da métrica que age somente sobre os objetos portadores de carga forte (isto é, com um “fator de escala” intrínseco $f \simeq 10^{-41}$), e não sobre objetos que possuem somente carga gravitacional (isto é, com um fator de escala intrínseco $f \simeq 1$). Ao entorno de um hádron, e para uma partícula-de-teste dotada de ambas as cargas, as novas equações podem ser escritas na forma

$$R_{\mu\nu} + \lambda s_{\mu\nu} = -(8\pi/c^4)(S_{\mu\nu} - \frac{1}{2}g_{\mu\nu}S_{\rho}^{\rho}).$$

Elas se reduzem às usuais equações de Einstein longe do hádron-fonte, visto que elas implicam que o campo forte exista somente na vizinhança imediata do hádron: ou então que (em coordenadas adequadas) $s_{\mu\nu} \rightarrow \eta_{\mu\nu}$ para $r \gg 1$ fm.

Aproximação Linear: — Para distâncias do hádron-fonte $r \gtrsim 1$ fm, quando as nossas novas equações de campo podem linearizar-se, então a métrica total $g_{\mu\nu}$ pode considerar-se a soma das duas métricas $s_{\mu\nu}$ e $e_{\mu\nu}$; ou, mais exatamente (em coordenadas adequadas), $2g_{\mu\nu} = e_{\mu\nu} + s_{\mu\nu} \simeq \eta_{\mu\nu} + s_{\mu\nu}$. O próprio $s_{\mu\nu}$ pode escrever-se, então, como $s_{\mu\nu} = \eta_{\mu\nu} + h_{\mu\nu}$, com $|h_{\mu\nu}| \ll 1$; de modo que $g_{\mu\nu} \simeq \eta_{\mu\nu} + \frac{1}{2}h_{\mu\nu}$ (onde, repetimos, $h_{\mu\nu} \rightarrow 0$ para $r \gg 1$ fm). Por simplicidade nos limitamos ao caso λ positivo.

Um dos resultados mais interessantes é que, no limite estático (quando somente $s_{00} \neq 0$ e o campo forte resulta num campo escalar), obtém-se que $V \equiv h_{00} \equiv \frac{1}{2}(s_{00}-1) = g_{00}-1$ é exatamente o potencial de Yukawa

$$V = -g \frac{\exp\left[-\sqrt{2|\lambda|r}\right]}{r} \simeq -\frac{g}{r} \exp\left[\frac{-m_{\pi} c r}{\hbar}\right],$$

com o coeficiente correto — dentro de um fator 2 — também na exponencial.

Aproximação de campo intenso: — Consideremos o hádron-fonte como uma distribuição com simetria axial de carga forte: o estudo da métrica nas suas vizinhanças leva-nos a afrontar um problema do tipo Kerr-Newman-de Sitter (KNdS) e a procurar soluções tipo “buraco negro de KNdS forte”. Encontra-se, além do mais, que os hádrons — do ponto de vista “externo” —

podem mesmo ser associados aos ditos “buracos negros fortes” (BNF), os quais resultam ter raios $r_S \approx 1$ fm. Para $r \rightarrow r_S$, isto é em condições de campo intenso, podemos operar a aproximação “oposta” àquela linear, postulando $g_{\mu\nu} \simeq s_{\mu\nu}$. Encontram-se, então, equações substancialmente idênticas àquelas “internas” [como é desejável para o “matching” do interior com o exterior do hádron]; uma consequência sendo que o quanto diremos aqui poderá valer também para os próprios quarks, e não somente para os hádrons. Antes de prosseguir, observemos ainda que λ pode a priori ter um sinal no exterior, e o sinal oposto no interior do hádron. No quanto segue consideraremos sempre o caso $\lambda < 0$.

Em geral para λ negativo encontram-se^[14] três “horizontes fortes”, na verdade três valores de r_S que chamaremos r_1, r_2, r_3 . Se estamos interessados aos hádron estáveis com relação às interações fortes, devemos procurar as soluções para as quais a Temperatura^[15] (= intensidade do campo forte na superfície) do BNF é praticamente nula. É digno de nota que a condição de campo superficial nulo implica na coincidência de dois ou mais dos horizontes fortes; e que tais coincidências, por sua vez, implicam em relações tipo Regge entre $m, \lambda, N, q, e J$, se m, q, J são respectivamente massa, carga e momento angular do hádron considerado. Mais precisamente, escolhidos por exemplo os valores de q, J, λ , e N , a nossa teoria individualiza massa e raio do correspondente hádron estável. A nossa abordagem teórica, portanto, é um raro exemplo de formalismo que — a priori — pode fornecer a massa das partículas estáveis (e dos próprios quarks).

9. Espectros de massa

Chegamos ao ponto de ver como a nossa abordagem teórica pode fornecer os valores das massas (e dos raios) dos hádrons: em particular daqueles estáveis frente às interações fortes; valores que, pode-se prever a priori, serão certamente da ordem de grandeza correta. Vários cálculos foram por nós efetuados, em particular, para o espectro de massa dos mésons; mesmo se estes — pela nossa lenteza no que diz respeito às elaborações numéricas — estão ainda a espera de sistematização.

Aqui acenamos rapidamente apenas alguns resultados possíveis.^[14]

Consideremos primeiramente o caso da coincidência simultânea de todos os três horizontes ($r_1 = r_2 = r_3 \equiv r_h$). Obtém-se um sistema de equações o qual — por exemplo — exclue que momento angular intrínseco (spin) J e carga elétrica q possam ser contempora-

neamente nulos (além disso, exclui praticamente as partículas com $J = 0$); implica entre outras na interessante relação: $-\lambda^{-1} = 2r_b^2$; e enfim admite soluções (reais positivas, para massas e raios) somente para baixos valores do spin J , cujo limite superior depende dos parâmetros escolhidos. Os valores que se obtêm para os raios (pequenos) e para as massas (grandes) sugerem que as "coincidências triplas" possam representar o caso dos quarks. As fórmulas básicas para os cálculos explícitos são as seguintes. Escolhamos antes de mais nada $N = \rho_1^{-1}G$, assim que $g \equiv m$. Definamos depois, como usual, $Q^2 \equiv Nq^2/c^4$; $a \equiv J/mc$; $M \equiv Nm/c^2$. Definamos também $\delta \equiv 1 + \lambda a^2/3$. Dessa forma os raios das partículas estáveis (quarks, nesse caso) são fornecidos pela equação simples

$$r = 3M/2\delta;$$

mas as massas são dadas pela resolução de um sistema de duas relações tipo-Regge:

$$9M^2 = -2\delta^3/\lambda; \quad 9M^2 = 8\delta(a^2 + Q^2).$$

O caso de "coincidências duplas", isto é da coincidência de apenas dois (dentre os três) horizontes, parece poder descrever tanto mésons quanto bárions estáveis. As fórmulas fundamentais resultam, porém, mais complexas. Definamos ainda $\eta \equiv a^2 + Q^2$; $\sigma \equiv \delta^2 + 4\lambda\eta$; $Z \equiv 3\delta^2 - 4\lambda\delta\eta + 18\lambda M^2$. Os raios dos hádrons estáveis são dados, então, pela relação

$$r \equiv 3M\sigma/Z;$$

enquanto as massas se obtêm da equação não simples

$$9M^2\sigma(\delta\sigma - Z) + 2\eta Z^2 = 0,$$

a qual liga M com a , Q e λ . Simplificações são obtidas, naturalmente, em casos particulares. Por exemplo, quando $\lambda = 0$, obtém-se a relação tipo-Regge: $M^2 = a^2 + Q^2$, a qual —quando q é desprezível— resulta $M^2 = cJ/G$, vale dizer (com $c = 1 = G$):

$$m^2 = J.$$

Ao contrário, quando $J = 0$, e q é ainda desprezível, obtém-se (ainda com $c = 1 = G$):

$$9m^2 = -\lambda^{-1}.$$

Também no caso das "coincidências triplas" encontram-se expressões simples, quando $|\lambda a^2| \ll 1$. Em tal caso, obtém-se o sistema simples de equações:

$$9M^2 \simeq 8(a^2 + Q^2); \quad 9m^2 \simeq -2\lambda^{-1},$$

onde a segunda relação é escrita com $c = 1 = G$.

Todos os cálculos "geométricos" desta Seção 9 foram referidos —como vimos— apenas aos hádrons estáveis (isto é, correspondentes a BNF com "temperatura" $T \simeq 0$), pois não temos regras gerais claras para associar uma temperatura T às numerosas Ressonâncias descobertas experimentalmente (às quais corresponderiam^[1-3] temperaturas da ordem dos 10¹²K, dado que devem "evaporar" em tempos da ordem dos 10⁻²³s). Cálculos aptos a confrontar a nossa abordagem teórica com espectros de massa completos (mesônicos, por exemplo) foram até agora conduzidos, contudo, recorrendo ao artifício de inserir numa equação de Schrodinger o potencial inter-quark V_{ef} por nós encontrado na seção 6. Mesmo os ditos (numerosos) cálculos —gentilmente efetuados pelos colegas Prof. J.A. Roversi e Dr. L.A. Brasca-Annes do Instituto de física "Gleb Wataghin" da Universidade Estadual de Campinas— até agora não foram porém reordenados. Aqui recordamos no entanto que, inserido o potencial V_{ef} em uma equação de Schrodinger escrita em coordenadas (polares) esféricas, esta foi resolvida com um método às diferenças finitas.^[13]

No caso do "charmônio" e do "bottomônio", por exemplo, os resultados obtidos (adotando para as massas dos quarks os valores $m(\text{charm}) = 1,69 \text{ GeV}/c^2$; $m(\text{bottom}) = 5,25 \text{ GeV}/c^2$) são os seguintes (Fig. 2). Para os estados $1^{-3}S_1$, $2^{-3}S_1$ e $3^{-3}S_1$ do charmônio encontraram-se níveis energéticos respectivamente de valores 3,24, 3,68 e 4,13 GeV. Para os estados correspondentes do bottomônio foram respectivamente obtidos, por sua vez, as energias de 9,48, 9,86 e 10,14 GeV. Os raios para os dois estados fundamentais resultaram ser $r(c) = 0,42 \text{ fm}$, e $r(b) = 0,35 \text{ fm}$, com $r(c) > r(b)$ [como se espera em vista da "liberdade assintótica"]. Pelo mais, os valores dos parâmetros obtidos pelo *computer fit* adotado são aqueles previstos: $\rho^{-1} = 10^{41}$ e $\rho_1^{-1} = 10^{38}$ (exatamente aqueles "standard") para o charmônio; e $\rho^{-1} = 0,5 \times 10^{41}$ e $\rho_1^{-1} = 0,5 \times 10^{38}$ para o bottomônio.

A correspondência entre estes resultados teóricos e aqueles experimentais^[17] é satisfatória, especialmente recordando as aproximações feitas (em particular a de se tratar o segundo quark g' como uma partícula-teste).

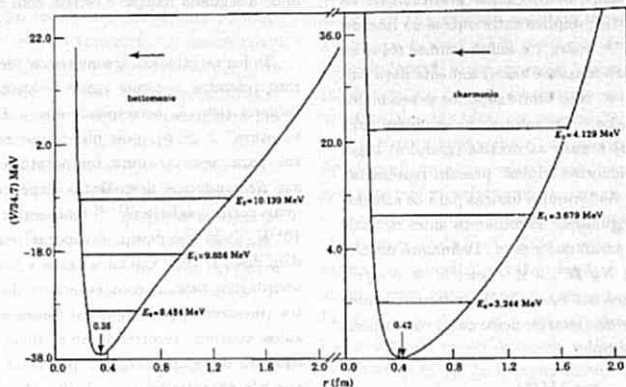


Fig. 2 - Nesta figura mostramos a forma de dois potenciais inter-quarks típicos V_{ef} fornecidos pela presente abordagem teórica: cf. Seção 6. Mostra-se ainda os níveis energéticos calculados para os estados $1-^3s_1$, $2-^3s_1$ e $3-^3s_1$, respectivamente do "bottomônio" e do "charmonônio" [adotando para os quarks *bottom* e *charm* as massas $m(b)=5.25$ e $m(c)=1.68$ GeV/ c^2]. A comparação com a experiência é satisfatória.^[12,17] Veja-se a Seção 9.

Agradecimentos

Os autores são gratos, por discussões úteis ou cortesias colaborações no curso dos anos, a N. Bernardes, P. Castorina, R.H.A. Farias, A. Garuccio, J. Leite-Lopes, L. Lo Monaco, A. Italiano, G.D. Maccarrone, J.M. Martínez, R. Mignani, R.L. Monaco, E.C. Oliveira, M. Pavšič, M. Pignanelli, G.M. Prosperi, F. Raciti, S. Sambataro, P. Saurgnani, F. Selleri, V. Tonini, J. Vaz Jr. e particularmente a P. Ammiraju, L.A. Brasca-Annes, W.A. Rodrigues Jr. e J.A. Roversi. Eles agradecem também o Referee pelas suas muito valiosas observações.

Bibliografia e Notas

- 1 Ver p.ex. A.Salam e J.Strathdee: Phys. Rev. D16 (1977) 2668; D18 (1978) 4596; A.Salam: em *Proceed. 19th Int. Conf. High-Energy Physics (Tokio, 1978)*, p.937; Ann. N.Y. Acad. Sci. 294 (1977) 12; C.Sivaram e K.P.Sinha: Phys. Reports 51 (1979) 111; M.A.Markov: Zh. Eksp. Teor. Fiz. 51 (1966) 878; E.Recamì e P.Castorina: Lett. Nuovo Cim. 15 (1976) 347; R.Mignani: ibidem 16 (1976) 6; P.Caldirola et al.: Nuovo Cimento B48 (1978) 205; Phys. Lett. A66 (1978) 9; P.Caldirola e E.Recamì: Lett. Nuovo Cim. 24 (1979) 565; D.D. Ivanenko: em *Astrofisica e Cosmologia, Gravitazione, Quanti e Relatività - Centenario de Einstein*, aos cuidados de M.Pantaleo

- e F. de Finis (Giunti-Barbetta; Firenze, 1978), p.131; R.L.Oldershaw: Int. J. General Systems 12 (1986) 137. Veja-se também N.Rosen: Found. Phys. 10 (1980) 673.
- 2 Ver p.ex. E.Recamì: em *Old and New Questions in Physics, Cosmology,...*, aos cuidados de A. van der Merwe (Plenum; New York, 1983); Found. Phys. 13 (1983) 341.
- 3 Para um resumo detalhado de tal teoria, veja-se p.ex. E.Recamì: Prog. Part. Nucl. Phys. 8 (1982) 401, e bibliografia lá citada. Ver também E.Recamì, J.M.Martínez e V. Tonin-Zanchin: Prog. Part. Nucl. Phys. 17 (1986) 143; E.Recamì e V.Tonin-Zanchin: Phys. Lett. B177 (1986) 304; B181 (1986) E416; e (em preparação).
- 4 Ver p.ex. A.Einstein: "Os campos gravitacionais desempenham um papel essencial na estrutura das partículas elementares?", Sitzungsber. d. Preuss. Akad. d. Wiss., 1919 (em alemão).
- 5 Ver também M.Sachs: Found. Phys. 11 (1981) 329.
- 6 A.Italiano e E.Recamì: Lett. Nuovo Cim. 40 (1984) 140.
- 7 Ver p.ex. B.B.Mandelbrot: *The Fractal Geometry of Nature* (W.H.Freeman; San Francisco, 1983).
- 8 Isto esclarece que a nossa similaridade geométrico-física vale entre duas classes de objetos de diferentes escalas (hádrons e cosmos), no

sentido que o fator ρ variará segundo o particular cosmos e o particular hádron considerados. Isto será importante para as aplicações concretas. Recordemos finalmente que, na filosofia de Mandelbrot, existem objetos análogos em cada nível hierárquico, assim que pode-se conceber um tipo de cosmos para cada tipo de hádron, e vice-versa. Deve-se esperar, em conseqüência, que ρ varie da caso a caso (com o tipo de hádron considerado, por exemplo).

- 9 Note-se que não nos referimos aqui à usual "covariância geral" das equações de Einstein (supostas como válidas no cosmos), mas à sua covariância por transformações (dilatações) que levam — p.ex. — do nosso cosmos aos micro-cosmos hadrônicos.
- 10 M. Pantaleo (aos cuidados de): *Cinquant'anni di Relatività* (Giunti; Florença, 1955).
- 11 Recordemos porém que os constituintes dos hádrons (ao número de 2 para os mésons, e de 3 para os bárions) foram chamados por M.Gell-Mann pela palavra anglo-saxã *quark*. Este vocábulo, que no uso comum significa passoca ou também ricota, é seguidamente enobrecido com citações literárias (por exemplo, Gell-Mann inspirou-se na sua escolha — como é sabido — em um verso do *Velório de Finnegan* (1939) de J.Joyce). Queremos aqui assinalar o uso que fez Goethe no verso 292 do *Faust*, onde Mefistófeles exclama, referindo-se à humanidade: <<In Jeden Quark bergräbt er seine Nase>>!
- Considerando os quarks como os verdadeiros portadores da carga forte, chamaremos de "cor" o sinal s_i de tal carga forte;⁽¹²⁾ mais precisamente, podemos considerar os hádrons como dotados de uma carga forte total zero, tendo cada quark uma

carga forte $g_i = s_i |g_i|$ com $\sum s_i = 0$. Em conclusão, ao passar da gravidade à "gravidade forte", no lugar de m faremos entrar a quantidade $g = ng_0$, sendo g_0 o módulo médio da carga forte (em repouso) dos quarks constituintes e n o seu número.

- 12 Cf. Fig.1 em E.Recami: em *Annuario '79, Enciclopedia EST-Mondadori*, aos cuidados de E.Macorini (Mondadori; Milão, 1979), p.59.
- 13 A.Italiano et al.: *Hadronic J.* 7 (1984) 1321; V.Tonin-Zanchin: Tese de Mestrado (IFGW/Unicamp; Campinas, 1987); E.Recami e V.T.Zanchin: (em preparação).
- 14 V.Tonin-Zanchin, E.Recami, J.A.Roversi e L.A.Brasca-Annes: *Found. Phys. Lett.* 7 (1994) 167; E.Recami e V.Tonin-Zanchin: *Found. Phys. Lett.* 7 (1994) 85; e (em preparação).
- 15 Na realidade, se considerássemos uma partícula-teste (leve) g'' no campo de um constituinte "pesado" g' (um quark, por exemplo), obteríamos no denominador somente uma raiz quadrada; mais precisamente $\alpha_S \simeq (Ng'_0g''_0/\hbar c)/\sqrt{(1-2Ng''_0/c^2r + \lambda r^2/3}$. Quando se passa a considerar dois constituintes pesados (dois quarks) com a mesma massa forte de repouso $g''_0 = g'_0$, seria necessário atacar o problema dos dois corpos em RG; de forma aproximada, porém, e considerando uma situação média, pode-se propor uma fórmula como a que mostramos na Seção 7, onde r é a distância do centro de massa do sistema.
- 16 Ver p.ex. J.D.Bekenstein: *Phys. Rev.* D9 (1974) 3292; S.W. Hawking: *Comm. Math. Phys.* 43 (1975) 199.
- 17 C.Quigg: report 85/126-T (Fermilab, Sept. 1985).