Um Estudo do Magnetismo Realizado Através dos Conceitos da Física Clássica

P. J. von Ranke
Instituto de Física, Universidade Estadual do Rio de Janeiro
Rua São Francisco Xavier 524, 20550-000, Rio de Janeiro, RJ, Brasil

A. Caldas
CET - Departamento de Física, Universidade Gama Filho
Rio de Janeiro, RJ, Brasil

L. Palermo
Instituto de Física, Universidade Federal Fluminense
Outeiro São João Batista s/nº, 24020, Rio de Janeiro, RJ, Brasil

Trabalho recebido em 29 de janeiro de 1993

Resumo

Os estudos de Miss van Leuwen e N. Bohr mostraram ser impossível obter-se equações de estado magnéticos através dos conceitos da física clássica. Neste trabalho conseguimos provar esta afirmação usando um método original.

Abstract

The study made by Miss van Leuwen and N. Bohr shows clearly the impossibility of magnetic state equations from the concepts of classical physics. In this work, we succeeded to prove this result, using a simple and original way.

I. Introdução

Embora os gregos e romanos conhecessem as propriedades de atração de magnetos naturais que continham ferro e em particular o óxido ferroso-ferrico (magnetita), somente em 1600 iniciou-se um estudo sistemático desses materiais. W. G. Gilbert introduziu o conceito de polos magnéticos e A. J. Michell demonstrou a existência dos polos magnéticos da Terra, estudo desenvolvido depois por outros cientistas. C. A. Coulomb mostrou que a atração e repulsão entre os polos magnéticos seguem uma lei análoga a da interação entre monopolos elétricos. Descobertas posteriores feitas por G. D. Romagnosi e H. C. Oersted e as consequentes investigações de A. M. Ampere e F. Arago e seus vários sucessores mostraram fortes relacionamentos entre fenômenos elétricos e magnéticos, M. Faraday introduziu o conceito de força magnética de campo, conceito este aperfeiçoado por L. Kelvin e J. C. Maxwell na segunda metade do século XIX. Este conjunto de investigações, culminou com as equações de Maxwell, ou seja as equações básicas do eletromagnetismo.

De um modo explícito, a primeira tentativa de se criar uma teoria matemática, baseada em conceitos de física clássica, que pudessem relacionar os resultados obtidos através de suas equações de estado com os resultados experimentais foi feita por G. Green, no entanto, isto não foi conseguido nem por G. Green nem por outros teóricos que o procederam. No começo do século XX, Miss van Leuwen e N. Bohr independentemente mostraram a impossibilidade de obter tais, equações, através das teorias clássicas da física.

Somente com o advento dos conceitos da física quântica, foi possível estabelecer equações de estado para o magnetismo. O elemento revolucionário quantístico que permitiu a obtenção de tais equações e o magneton, isto é, o quantum elementar de momento magnético, associado a rotação do eletron em torno do seu próprio eixo, introduzido por P. Weiss.

Neste trabalho partindo de um grupo de equações clássicas da mecânica[1] e eletromagnetismo[2] e levando em conta o conceito de orbitais eletrônicos estacionários[3], introduzidos por N. Bohr, vamos mostrar, usando um desenvolvimento original, que o magnetismo devido a um conjunto de eletrons que giram em torno de seus núcleos, em órbitas estacionárias circulares é identicamente nulo.

II. Paramagnetismo de um conjunto de eletrons em orbitais circulares

Um eletron em órbita fechada ao redor do núcleo assemelha-se a uma espira com corrente e portanto pode-se associar ao eletron em movimento, um momento de dipolo magnético, expresso pelo produto de uma corrente pela área da órbita do eletron.

O momento de dipolo magnético, $\vec{m}_j$ de um eletron em órbita circular pode ser expresso por:

$$\vec{m}_j = i_j S_j \vec{k} \tag{1}$$

onde $S_j = \pi x_j^2$, é a área da órbita, com raio x_j e $i_j = e\omega_j/2\pi$ é a corrente elétrica associada ao movimento circular do eletron, cuja frequência é ω_j. A relação (1) pode ser escrita como:

$$\vec{m}_j = e\vec{v}_j \wedge \vec{x}_j/2 \tag{2}$$

onde $\vec{v}_j = \vec{\omega} \wedge \vec{x}_j$ é a velocidade tangencial do eletron.

A magnetização de um conjunto de eletrons em órbitas circulares é:

$$\vec{M} = \sum_j \vec{m}_j \tag{3}$$

e para seu cálculo a uma temperatura qualquer T é necessário determinar a probabilidade de existir um eletron com momento linear $m\vec{v}_j$ e posição $\vec{x}_j$.

Classicamente este estudo é realizado utilizando-se a estatística de Boltzmann

$$P(\rho_i, x_i) = \frac{\exp[-H(\rho_i, x_i)/K_B T]}{\sum \exp[-H(\rho_i, x_i)/K_B T]} \tag{4}$$

onde $\rho_i = m_i v_i$, H é o Hamiltoniano do movimento do eletron e K_B é a constante de Boltzmann.

Miss van Leuwen propos em sua tese de doutorado no início do século XX que a magnetização média de um conjunto de n eletrons em equilíbrio térmico será identicamente nula, desde que a temperatura e os campos elétrico e magnético sob os quais os eletrons estão submetidos sejam finitos, como será mostrado a seguir usando-se a estatística de Boltzmann.

A função Hamiltoniana para um conjunto de eletrons é dada por:

$$H = \sum_{j=1}^{n} \frac{1}{2m}(\vec{\rho}_j - e\vec{A}_j)^2 + ev_j \tag{5}$$

onde $m\vec{v}_j = \vec{\rho}_j - e\vec{A}_j$ e o momento linear generalizado, $\vec{A}_j$ é o potencial vetor e v_j o potencial elétrico.

O potencial vetor é definido pela relação $\vec{B} = rot\,\vec{A}$ em que $\vec{B}$ é a indução magnética.

Considerando (3) e (4) temos, para o valor médio da magnetização:

$$\langle \vec{M} \rangle = \frac{\int \vec{M} \exp[-H/K_B T] d\vec{\rho}_1 d\vec{\rho}_2 \ldots d\vec{\rho}_n d\vec{x}_1 d\vec{x}_2 \ldots d\vec{x}_n}{\int \exp[-H/K_B T] d\vec{\rho}_1 d\vec{\rho}_2 \ldots d\vec{\rho}_n d\vec{x}_1 d\vec{x}_2 \ldots d\vec{x}_n} \tag{6}$$

Substituindo-se (2) (3) e (5) em (6) e tendo em vista a expressão do momento linear generalizando obtém-se

$$\langle \vec{M} \rangle = \frac{\int (e/2) \sum_j \vec{v}_j \wedge \vec{x}_j \exp[\sum_j \{-m\vec{v}_j^2/2K_B T - ev_j/K_B T\}] J\ m^{3n} dV}{\int \exp[-m\vec{v}_j^2/K_B T - ev_j/K_B T] J\ m^{3n} dV} \tag{7}$$

onde

$$dV = d\vec{v}_1 d\vec{v}_2 \ldots d\vec{v}_n d\vec{x}_1 d\vec{v}_2 \ldots d\vec{x}_n$$

e J é o Jacobiano que faz a mudança do espaço dos momentos generalizados $(\rho_x\ \rho_y\ \rho_z)_j$ para o espaço dos momentos lineares $m^3(v_x\ v_y\ v_z)_j$.

Assim

$$d\rho_j = (d\rho_x d\rho_y d\rho_z)_j = Jm^3(dv_x dv_y dv_z)_j \quad (8)$$

$$J = 1/m^3 \begin{bmatrix} \partial P_x/\partial v_x & \partial P_x/\partial v_y & \partial P_x/\partial v_z \\ \partial P_y/\partial v_x & \partial P_y/\partial v_y & \partial P_y/\partial v_z \\ \partial P_z/\partial v_x & \partial P_z/\partial v_y & \partial P_z/\partial v_z \end{bmatrix} = 1/m^3 \begin{bmatrix} m & 0 & 0 \\ 0 & m & 0 \\ 0 & 0 & m \end{bmatrix} = 1 \quad (9)$$

visto que $\vec{A}$ é uma função independente de $v_x v_y$ e v_z. Logo, obtemos o seguinte resultado para a magnetização:

$$\langle\vec{M}\rangle = \frac{e/2\{\int \sum \vec{v}_j \exp \sum_j [v_j^2/2K_BT] d\vec{v}_1 d\vec{v}_2 ... d\vec{v}_n\} \wedge \vec{R}}{Z} \quad (10)$$

onde

$$\vec{R} = \int \vec{x}_j \exp[-ev_j/K_BT] d\vec{x}_1 d\vec{x}_2 ... d\vec{x}_n$$

e

$$Z = \int \exp[-mv_j^2/K_BT - ev_j/K_BT] d\vec{v}_1 d\vec{v}_2 ... d\vec{v}_n d\vec{x}_1 d\vec{x}_2 ... d\vec{x}_n$$

Visto que o numerador, dentro das chaves, é uma função impar em $\vec{v}$, e como a integração será feita num intervalo simétrico $[-\infty, +\infty]$ o valor médio da magnetização é identicamente nulo.

III. Comentários finais

A partir do Teorema de Miss van Leuwen, provou-se na seção anterior, que a magnetização média obtida através da física clássica é identicamente nula. Estudos mais recentes mostram que o magnetismo depende da existência do quantum elementar do momento de dipolo magnético ou magneton.

A teoria quântica do magnetismo além de permitir uma aprofundada explicação de vários fenômenos magnéticos, modificou o modelo do magneto elementar, não mais sendo considerado somente como um dipolo magnético produzido pela corrente elétrica associada ao movimento orbital do eletron, segundo a concepção de Lorentz, Langevin e outros mas também devido ao movimento de rotação do eletron em torno de um eixo que passa pelo seu centro de massa, denominado "spin" e cujo momento magnético foi chamado de magneton de Bohr, com apenas duas orientações.

A teoria das forças de troca, introduzida por E. Majorana em interações nucleares, foi extendida ao magnetismo por W. Heissemberg[5]. Estas forças de natureza eletrostática, aparecem devido a indistinguibilidade dos eletrons e do princípio de exclusão de Pauli, para os eletrons.

A força de interação de troca entre os momentos magnéticos dos eletrons vizinhos vem legitimar a teoria de P. Weiss sobre campos moleculares. Nesse modelo o íon magnético fica sob a ação de um campo magnético externo e também de um campo magnético interno denominado campo molecular que é proporcional a magnetização do sistema. Com este modelo pode-se descrever o princípio do aparecimento da ordem magnética espontânea, na ausência de campo magnético externo.

Com base nesses conceitos, tem sido propostos nas cinco últimas décadas, modelos relacionados ao magnetismo, que permitiram obter equações associadas a várias grandezas magnéticas, que conduziram a resultados teóricos, que se ajustam muito bem com os resultados experimentais.

Referências

1. H. Golstein, *Classical Mechanics*, Addison-Wesley (1950).
2. J. D. Jackson, *Classical Eletrodynamics*, John Wiley and Sons Inc. (1975).
3. A. S. Davydov, *Quantum Mechanics*, Pergamon Press Ltd. (1965).
4. F. Reif, *Fundamental of Statical and Thermal Physics*, McGraw-Hill Inc. (1965).
5. C. Kittel, *Introduction to Solid State Physics*, John Willey and Sons, Inc. (1976).