

**TEOR DIDÁTICO DE UM TUBO DE KUNDT:
ANÁLISE QUALITATIVA DE UM EXPERIMENTO**
(Didactical Content of a Kundt Tube: Qualitative
Analysis of an Experiment)

A.J. SANTIAGO, C.A. de AZEVEDO e R.A. GONÇALVES LEDO

Instituto de Física

Universidade do Estado do Rio de Janeiro

20550 Rio de Janeiro, RJ

RESUMO

Descrevemos a construção de um tubo de Kundt e reportamos as vantagens e limitações no uso deste, quando uma barra metálica é utilizada para excitá-lo. O dispositivo construído é utilizado para determinar a velocidade do som no ar e os resultados obtidos são compatíveis com a teoria.

ABSTRACT

The construction of a Kundt tube is described. The advantages and limitations of its use are reported when excitation of the tube is produced by a metallic rod. The device is used to evaluate sound velocity in the air. The results obtained are compatible with the theory.

I. INTRODUÇÃO

Através da Física Experimental, certas leis básicas da Física são observadas e/ou comprovadas. No que diz respeito ao Ensino de Física, pesquisas parecem indicar que o método de ensino mais eficaz é aquele no qual o aluno é levado a descobrir (ou redescobrir) os princípios físicos, observando-os experimentalmente (Ref.1 e suas referências, por exemplo). Mesmo os fenômenos mais abstratos devem ser, tanto quanto possível, vivenciados em laboratório. Os fenômenos ligados à teoria ondulatória são exemplos de fenômenos físicos muito abstratos, o que normalmente faz com que o aluno simples-

mente memorize equações sem compreendê-las muito bem. Neste trabalho analisamos um Tubo de Kundt que é um dispositivo capaz de fornecer a verificação experimental de vários fenômenos físicos a saber, ondas em tubos, velocidade de propagação da onda em fluidos, ressonância, ondas estacionárias, etc.

A escolha do Tubo de Kundt construído da maneira como será descrita na Seção II, é não só devido à dificuldade de aquisição de um gerador de áudio (em função do alto custo) pela maior parte das instituições de ensino, mas também à possibilidade de inclusão da teoria de ondas em barras (uma vez que uma barra metálica será utilizada como gerador de áudio), tornando o experimento mais rico em conceitos e mais fácil de ser entendido por parte dos alunos. Detalhes sobre a construção de um Tubo de Kundt utilizando uma barra metálica como agente excitador foram discutidos por Tavares *et. al.*⁽²⁾; neste trabalho, analisamos a experiência e reportamos as vantagens e limitações que encontramos num Tubo de Kundt assim construído (Seção III).

II. A EXPERIÊNCIA

O Dispositivo Experimental

O Tubo de Kundt (Fig.1) consiste de um tubo de vidro de aproximadamente 100cm de comprimento e cerca de 2cm de diâmetro, provido de um pistão *P*, ajustável, perto de uma das extremidades. O tubo é fixado horizontalmente sobre uma tábua. Perto da outra extremidade do tubo há um segundo pistão *Q*, preso a uma barra metálica (*DQ*), de cerca de 0,5cm de diâmetro e 100cm de comprimento. Esta barra que a princípio pode ser de qualquer metal (alumínio ou latão, por exemplo), é fixada pelo seu ponto médio *C*. Um pó bem leve (licopódio ou cortiça limada) é espalhado no interior do tubo de vidro. O braço do pistão, indicado por *B* na Fig.1, foi construído em forma de *U* para que o indivíduo que está a excitar a barra metálica, possa, simultaneamente, ajustá-lo de maneira a obter a ressonância. O material de que é feito este pistão deve ser suficientemente rígido para que permita o seu livre ajuste ao ponto de ressonância.

Breve Revisão da Teoria do Tubo de Kundt

A barra metálica, fixada ao tubo, como já mencionamos na Seção anterior, exercerá a função de um gerador de áudio. De fato, esfregando-se a barra metálica com um pedaço de camurça ou com os dedos impregnados de breu, do centro para fora, ela entrará em vibração longitudinal, cuja função de onda $\xi(x, t)$ satisfaz à Equação da Onda (veja a Ref.3, por exemplo),

$$\frac{\partial^2 \xi(x, t)}{\partial x^2} - \frac{1}{v_b^2} \frac{\partial^2 \xi(x, t)}{\partial t^2} = 0 \quad (1)$$

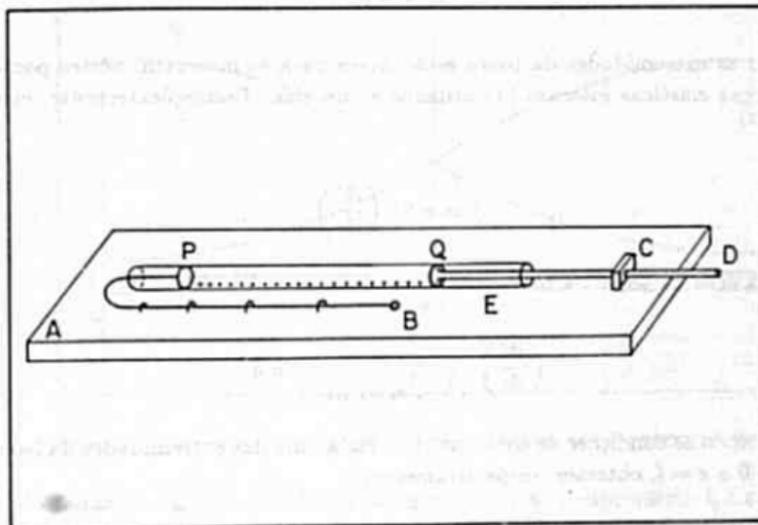


Fig.1: Desenho esquemático de um Tubo de Kundt. Nesta figura, (A) indica uma tábua de madeira; (B) braço para ajuste do pistão P; \overline{BQ} uma barra metálica; (C) um gancho para a fixação da barra; e (E), um tubo de vidro no qual se distribui licopódio. O pistão P é ajustado de maneira a se obter a ressonância.

onde v_b é a velocidade de propagação da onda dada por

$$v_b = \sqrt{E/\rho} \quad (2)$$

Na Eq.2, E é o módulo de Young do material que constitui a barra e ρ a densidade deste material suposto homogêneo.

A Eq.1 pode ser facilmente resolvida, fornecendo uma solução geral do tipo

$$\xi(x, t) = (A \cos \omega t + B \sin \omega t) \left(C \cos \frac{\omega}{v_b} x + D \sin \frac{\omega}{v_b} x \right) \quad (3)$$

onde A, B, C e D são constantes que dependem das condições de contorno, isto é, das condições que a função de onda deve satisfazer nas fronteiras ou nos contornos do meio, e das condições iniciais. E ω está relacionado com o número de onda K por

$$w = K v_b \quad (4)$$

Como as extremidades da barra estão livres para se moverem, nestes pontos não haverá forças elásticas internas (f) atuando sobre elas. Conseqüentemente, como f é dado por⁽³⁾

$$f = -SE \left(\frac{\partial \xi}{\partial x} \right) \quad (5)$$

onde S é a área da seção da barra, obtemos

$$\left(\frac{\partial \xi}{\partial x} \right)_{\text{extremidades livres}} = 0 \quad (6)$$

Utilizando as condições de contorno (6) a cada uma das extremidades da barra, isto é, em $x = 0$ e $x = l$, obtemos, respectivamente,

$$C = 0 \quad (7)$$

$$\frac{w_j l}{v_b} = j\pi \quad \text{com } j = 1, 2, 3, \dots$$

Assim, a frequência $N_j = \omega_j/2\pi$ de cada modo de vibração será

$$N_j = \frac{j}{2} \frac{v_b}{l} = \frac{j}{2l} \sqrt{E/\rho} \quad (8)$$

e os comprimentos de onda

$$\lambda_j = \frac{2l}{j} \quad (9)$$

Na obtenção desta última equação, usou-se a relação entre a velocidade e o comprimento de onda

$$v_b = \lambda_j N_j \quad (10)$$

Das Eqs.(8) e (9), podemos concluir que as extremidades da barra vibrarão longitudinalmente sendo que no modo fundamental de vibração ($j = 1$), as extremidades (D e Q) são ventres e o centro fixo C constitui um nó (Fig.2). O comprimento de onda é o dobro do comprimento da barra, isto é, $\lambda = 2l$, sendo $l = \overline{DQ}$, no primeiro modo de vibração.

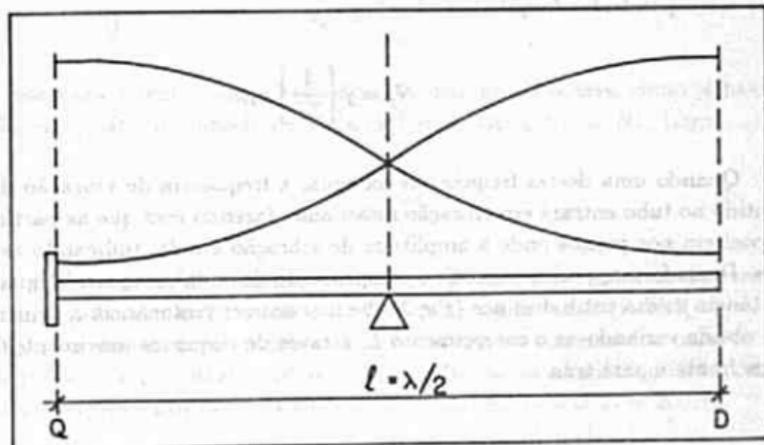


Fig.2: Modo fundamental de vibração na barra metálica de comprimento l , fixa pelo seu centro e tendo um pistão preso à sua extremidade Q . Os efeitos deste pistão sobre a vibração da barra foram desprezados.

A extremidade D da barra ao entrar em vibração longitudinal gerará ondas de pressão e deslocamento no interior do tubo. A equação da onda no tubo de ar é análoga à Eq.(1), sendo que a velocidade de propagação da onda no ar é dada por

$$v_{ar} = \sqrt{K'/\rho_0} \quad (11)$$

onde K' é o módulo de elasticidade volumétrica e ρ_0 a massa específica do ar. A função de onda $\epsilon(z, t)$ que descreve este movimento ondulatório tem portanto a mesma forma que a da Eq.(3), mas as condições de contorno que a função ϵ deve neste caso satisfazer são diferentes. De fato, como o tubo tem ambas as extremidades fechadas, a função de onda do campo de deslocamento deverá ter amplitude mínima (nós) nestas extremidades, enquanto que a do campo de pressão deverá ter amplitude máxima (ventres), isto é, aos nós de deslocamento correspondem os antinós da pressão, e vice-versa.

A distância L entre os pistões é múltipla de semi-comprimentos de onda, ou seja, o comprimento de onda λ_{ar} pode ser escrito como

$$\lambda_{ar} = \frac{2L}{j} \quad \text{com } j = 1, 2, 3, \dots \quad (12)$$

e as correspondentes frequências são

$$N_j = j \left[\frac{1}{2L} \right] v_{ar} \quad (13)$$

Quando uma destas frequências for igual à frequência de vibração da barra, o ar contido no tubo entrará em vibração ressonante, fazendo com que as partículas de pó se depositem nos pontos onde a amplitude de vibração é nula, indicando as posições dos nós. Dessa forma, podemos medir o comprimento de onda como sendo igual ao dobro da distância média entre dois nós (Fig.3). Se não ocorrer ressonância a princípio, ela pode ser obtida variando-se o comprimento L , através de pequenos movimentos do pistão P , para frente e para trás.

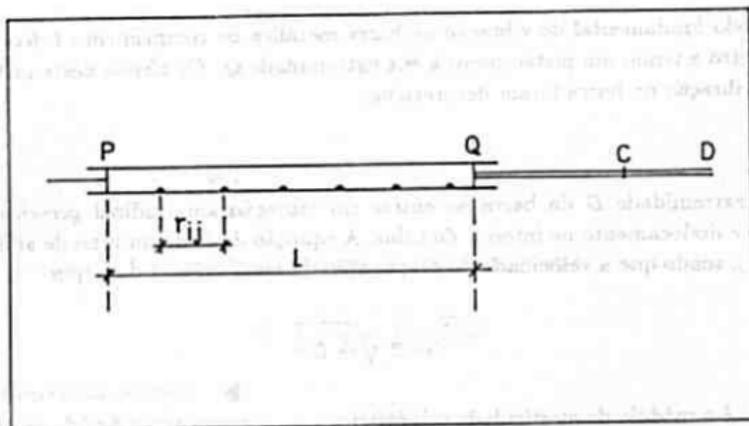


Fig.3: Modo de vibração no tubo de vidro. A distância entre os pistões para que a ressonância se verifique é L . A distância média r_{ij} entre dois aglomerados de pó (nós) corresponde a um semi-comprimento de onda ($\lambda_{ar}/2$).

III. RESULTADOS E DISCUSSÕES

Nós utilizamos o Tubo de Kundt para determinar a velocidade do som no ar.

A frequência da onda no tubo será

$$N_{ar} = \frac{v_{ar}}{\lambda_{ar}} \quad (14)$$

porém, na ressonância temos que a frequência da onda no tubo deve, como já havíamos mencionado, ser igual a frequência da onda na barra, isto é, $N_{ar} = N_b$. Logo

$$v_{ar} = v_b \frac{\lambda_{ar}}{\lambda_b} \quad (15)$$

O valor de v_b pode ser determinado através das propriedades elásticas da barra, isto é, através da Eq.(2), sendo E , tomado de seus valores tabelados (Ref.4), veja Tabela I. Nós utilizamos barras de alumínio e latão. Os valores encontrados para v_b foram $v = 5100 \times 10^2 \text{ cm/s}$ e $v = 3500 \times 10^2 \text{ cm/s}$ para as barras de alumínio e latão, respectivamente. Os comprimentos de onda em ambas as barras são $\lambda = 2l = 200 \text{ cm}$.

Tabela I:

	Módulo de Elasticidade (10^{11} dyn/cm^2)	Densidade (g/cm^3)	Velocidade do som (10^2 cm/s)	Frequência do som (Hertz)	Comprimento de onda (cm)
Ar a 30°C	—	—	360	—	14 → Al 20 → Lt
Alumínio (1m)	7,0	2,7	5100	2500	200
Latão (1m)	10,0	8,5	3500	1700	200

Experimentalmente determina-se o valor de λ_{ar} . E v_{ar} pode então ser facilmente calculado com o auxílio da Eq.15. O valor de λ_{ar} , como já mencionamos, é igual ao dobro da distância média entre dois nós (Fig.3). Entretanto, em virtude da imprecisão na medida desta distância (já que não se formam pontos e sim regiões), optamos por dividir o comprimento L , isto é, a distância entre os dois pistões no tubo PQ , pelo

número n de ventres observados, obtendo assim, o valor do comprimento de onda como sendo

$$\frac{\lambda_{ar}}{2} = \frac{\overline{PQ}}{n} \quad (16)$$

A determinação experimental, no ponto de ressonância, utilizando uma barra de alumínio, fornece o valor de \overline{PQ} com três algarismos significativos, isto é, $\overline{PQ} = L = 99,6\text{cm}$ (a menor divisão da fita métrica utilizada para medir \overline{PQ} é o milímetro, e a rigor, poderíamos ter esse comprimento com 4 algarismos significativos se apreciarmos frações de milímetro). Todavia, levando em conta as dificuldades dessa medição, tomamos para primeiro algarismo duvidoso o correspondente ao milímetro, e assim, L , fica com dois algarismos significativos, isto é $L = 99\text{cm}$. Este valor de L , quando dividido pelo número de ventres observados ($n = 14$), conduzem a um valor de aproximadamente 14cm para o comprimento de onda λ_{ar} .

Assim, levando-se o valor de λ_{ar} até a Eq.15, obtemos $v_{ar} \approx 360 \times 10^2\text{cm/s}$, que está em boa concordância com o valor de $350 \times 10^2\text{cm/s}$, reportado por Kinsler *et. al.*⁴, se a temperatura ambiente está em torno de 30° . De fato, o erro relativo entre estas duas medidas é da ordem de 3%.

Com a barra de latão não conseguimos excitar o Tubo de Kundt, possivelmente devido a atritos internos no material e às suas propriedades microscópicas. O comprimento de onda no tubo excitado por uma barra de latão que conduziria a um valor de v_{ar} semelhante ao obtido com a barra de alumínio é $\lambda_{ar} \approx 20\text{cm}$, o qual corresponde a uma distância $\overline{PQ} \approx 94\text{cm}$ e a uma frequência de aproximadamente 1700Hz . A velocidade do som no ar (determinada experimentalmente) e nas duas barras (calculada através da Eq.2), as respectivas frequências, bem como os comprimentos de onda determinados experimentalmente, encontram-se agrupados na Tabela I.

Obviamente se conhecida a velocidade do som no ar, poderíamos utilizar o Tubo de Kundt a fim de determinar o módulo de elasticidade da barra, ou se esta barra fosse excitada a gerar ondas torcionais, o módulo de rigidez G do material; entretanto nossas tentativas de gerar ondas torcionais na barra falharam, tanto na barra de alumínio quanto na de latão, fato este que atribuímos à alta rigidez dos materiais utilizados, a saber⁽⁴⁾, $G_{al} = 2,4 \times 10^{11}\text{dyn/cm}^2$ (alumínio) e $G_{lt} = 3,5 \times 10^{11}\text{dyn/cm}^2$ (latão). A excitação de Tubos de Kundt por ondas torcionais em uma barra receberá mais atenção no futuro.

As principais vantagens de se utilizar uma barra metálica para excitar um Tubo de Kundt são, o baixo custo possibilitando ao aluno fazer as práticas individualmente; possibilidade de estudo experimental da teoria de ondas em barras, propriedades elásticas do

material; o aluno 'ouve' o agente causador da perturbação; ótima receptividade didática. Encontramos, entretanto, algumas dificuldades com a utilização de um Tubo de Kundt construído desta maneira: - nem todo o material pode ser utilizado como barra geradora, vide o caso da barra de latão; dificuldade no manuseio do dispositivo, o aluno deve excitar a barra ao mesmo tempo em que ajusta o pistão para obter a ressonância; desconforto auditivo, o som produzido pela barra excitadora entra em ressonância com o tubo que funciona como um tubo ressonante, resultando um som que atinge o limiar do desconforto; em climas úmidos o tubo não funciona, a não ser que seja aquecido (o licópódio ou o pó utilizado cola-se às paredes do tubo), isto é, o pó deve estar bem seco, para o correto funcionamento do Tubo de Kundt.

Finalmente, nós gostaríamos de alertar ao leitor para o fato de que não fizemos neste trabalho, nenhum tratamento numérico dos dados experimentais, pois nossa intenção foi apenas descrever qualitativamente o experimento, da mesma maneira como tem sido utilizado para introduzir conceitos relacionados ao movimento ondulatório num curso de graduação.

Em suma, nós construímos um Tubo de Kundt excitado por uma barra metálica e o temos utilizado (didaticamente) para determinar a velocidade do som no ar e obtidos resultados compatíveis com os previstos pela teoria e obtidos experimentalmente com instrumentos mais sofisticados.

Agradecimentos

Agradecemos ao Prof. A.D. Tavares (in memoriam) pela sua ajuda na construção do dispositivo experimental e ao Prof. P.J. Von Ranke, pela leitura detalhada e discussões.

REFERÊNCIAS

- 1) Tavares, A.D., 1960. O Ensino da Física. Monografia do Núcleo de Estudos e Pesquisas Científicas do Rio de Janeiro (NEPEC), Série Ensino, 2.
- 2) Tavares, A.D., de Azevedo, C.A., Gonçalves Ledo, R.A., Silva F.C., e Santiago, A.J., 1987. Construção de Tubos de Kundt para o Estudo de Acústica. Anais do VII - Simpósio Nacional de Ensino de Física, USP, São Paulo.
- 3) Lamb, H., 1960. The Dynamical Theory of the Sound. New York, Doubleday & Company.
- 4) Kinsler, L.E., Frey, A.R., Coppens, A.B., and Sanders, J.V., 1982. Table of Physical Properties of Matter, AIO - Solids and Gases.

Original recebido em 30/10/89
Versão revisada em 14/05/90 e 08/02/91
Aceito para publicação em 28/06/91