

EL HISTOGRAMA: UNA ESTRATEGIA DE APRENDIZAJE CONSTRUCTIVISTA

LEONOR C. DE CUDMANI e MARTA PESA DE DANON

Instituto de Física

Facultad de Ciencias Exactas e Tecnología

Universidad Nacional de Tucumán

Av. Independencia 1800 - (4000) Tucumán, Argentina

1. INTRODUCCIÓN

Preocupados permanentemente en transferir al aula los resultados de las investigaciones educativas, en el presente trabajo, que reúne una serie de experiencias realizadas en un laboratorio de Física Experimental, se intenta mostrar cómo el adecuado planteo del análisis de datos a través de la construcción de un histograma favorece el aprendizaje significativo de la Física Experimental.

En tal sentido, concebimos la enseñanza de las ciencias no como un cuerpo de conocimientos o habilidades a transmitir sino como un "programa de actividades a través de los cuales dichos conocimientos y habilidades pueden ser construidos y adquiridos" (14,15).

La experiencia docente ha puesto de manifiesto que los estudiantes, frecuentemente, manejan acriticamente los datos obtenidos cuando se repiten las mediciones de una dada magnitud física a fin de minimizar errores. Las "fórmulas" y "reglas" de procedimientos que derivan de la teoría de errores de Gauss son en general, aplicadas mecánicamente, sin ningún análisis previo que justifique que su uso es lícito en el caso concreto que se encara. Este trabajo acríctico y sin motivación es muchas veces producto de una incorrecta formulación de los trabajos experimentales por parte del docente. No se encaran los problemas experimentales y el análisis de los da

tos obtenidos como parte de un proyecto de investigación que motive y desafíe al estudiante, sino como una "tarea a realizar".

Concientes de este tipo de fallas se ha elaborado esta propuesta cuyo principal objetivo es tratar de generar situaciones de aprendizaje que ayuden al estudiante a entender cómo un modelo matemático representado por una función de distribución gaussiana, que puede referirse a cualquier contenido, se transforma en una teoría física (o modelo teórico) cuando los referentes son los errores de medición^(1,2). Frente a cada situación experimental será necesario por lo tanto, analizar la adecuación del modelo a los datos antes de aplicar las "fórmulas" que de él se derivan.

Sabemos que una consideración de este tipo es válida para cualquier teoría física.

En otro trabajo⁽²⁾ hemos señalado cómo esta brecha entre teoría y realidad pasa muchas veces inadvertida. Este caso de la teoría de errores, es un ejemplo particularmente crítico y frecuente.

Desde este punto de vista, la representación frecuencial de los resultados de una medición, el histograma y su análisis aparece como una herramienta útil para salvar la brecha, pues permite:

- Controlar los supuestos de la teoría de Gauss.
- Analizar posibles discrepancias entre los resultados experimentales y las predicciones del modelo.
- Abrir el camino hacia la formulación de hipótesis que serán convalidadas o no por la experiencia.

Todo este proceso implica enfrentar al estudiante con situaciones problemáticas que abordará siguiendo una metodología similar a la que sigue un investigador de acuerdo con la concepción de la epistemología constructivista. La investigación científica se concibe en este modelo⁽¹⁴⁾, como propuesta de construcciones imaginativas sujetas a rigurosa contrastación posterior.

La formulación y contrastación de hipótesis aparece,

además, como un abordaje metodológico que saca a luz las ideas previas de los estudiantes, ideas que deberán confrontarse con los resultados obtenidos. "El estudiante es visto como alguien activamente implicado en la construcción de significados, aportando sus concepciones previas a la interpretación de nuevas situaciones"⁽¹⁶⁾.

Esta confrontación genera frecuentemente una situación de conflicto cognoscitivo que favorece la modificación de su estructura cognoscitiva y la reconstrucción de las concepciones según el modelo de "cambio conceptual"^(17,18).

En síntesis, el estudiante no es considerado como un "pasivo consumidor de información"⁽¹⁹⁾, por el contrario, con la información disponible él construye activamente sus interpretaciones y deduce de ellas consecuencias que puede someter a la convalidación experimental.

Si se logra que el estudiante valore la riqueza de éstas técnicas usadas en el marco de la metodología científica, es posible esperar que se generen en él comportamientos autónomos y divergentes.

2. EL PROBLEMA DE LA VALORIZACIÓN DE OBJETIVOS

En un trabajo anterior⁽³⁾ se ha analizado la incidencia negativa que tiene en el aprendizaje la pobre valorización que los alumnos poseen sobre los objetivos que los docentes proponemos para las actividades instruccionales.

En los trabajos de laboratorio, por ejemplo, los docentes incorporamos técnicas y herramientas cuyo gran valor de proyección y transferencia conocemos. Pero descuidamos, a veces, lograr interesar al estudiante en la tarea que se le propone.

Veamos un ejemplo: En muchos laboratorios se considera (y a nuestro criterio acertadamente) que la técnica del histograma para analizar errores y desviaciones en las mediciones, es valiosa, tanto para los estudiantes de ciencias como de tecnología.

Pero, si el problema se plantea en forma directa: "Mi

da n veces ($n > 100$) la longitud m y construya con sus datos un histograma"; el estudiante sólo verá lo tedioso y abrumador de la tarea.

Para salvar estas dificultades hemos ensayado tres caminos para plantear el problema:

a) En sus trabajos prácticos los alumnos han venido usando la teoría de errores de Gauss para procesar sus errores de medición, toda vez que la medición se repetía n veces. Generalmente el análisis de la legitimidad de aplicar ese modelo al caso concreto no se analiza en profundidad. De allí que pueda resultar inquietante y motivador desafiar al estudiante por lo menos con alguna de sus mediciones a profundizar, a justificar racionalmente la compatibilidad del modelo con la situación real⁽²⁾. Surgen así muchas preguntas:

"¿Cómo podría Usted argumentar para demostrar que:

- sus mediciones son en realidad independientes?
- los errores por defecto y por exceso tienen igual probabilidad?
- el valor más probable es, en efecto, el promedio?
- los datos se ajustan a una expresión de la forma $c \cdot e^{-h^2 x^2}$."

Algunas de estas preguntas podrán ser contestadas en forma más o menos aproximada a partir del análisis de la tabla de valores, pero sin duda la técnica del histograma se impondrá como muy eficiente para este análisis.

b) Otro camino que muestra el valor de la técnica en cuestión es su uso para el "control de calidad" en la producción. Este planteo puede ser motivador en alumnos de ingeniería (eléctrica, química, mecánica, etc.). En el apéndice I se señalan algunos problemas que pueden plantearse.

Los ejemplos mencionados tratan sobre elementos que suelen mostrar defectos sistemáticos de fabricación y proporcionar argumentos racionales para sugerir hipótesis a cerca de sus causas. Hay un valor de utilidad al que los futuros ingenieros son muy sensibles.

A esto se agrega una mejor comprensión del significado de parámetros usuales tales como:

- Desviación standard
- Límites de confianza
- Precisión del método, etc.

c) Un tercer camino, lo constituyen los problemas en los cuales se atribuyen variaciones azarosas a las condiciones en que se realiza el experimento, situación que se presenta por ejemplo, en el estudio de fenómenos dispersivos tales como los disparos de un cañón. Como resultado de estas variaciones los registros de los impactos aparecen distribuidos aleatoriamente alrededor de una posición más probable y pueden ser estudiados en profundidad a través de un histograma.

En el apéndice II se ilustra una experiencia de Scattering, que a nuestro juicio puede ser de interés para estudiantes de Física, ya que representa una analogía mecánica de la experiencia de Rutherford para la medición de diámetros moleculares (4).

El aprendizaje de las técnicas experimentales referidas al análisis y procesamiento de datos se efectúa así, a partir de los problemas más sencillos de medición, centrando la atención en los campos de interés adecuados para las distintas carreras para despertar la motivación y hacer más efectiva la actividad del estudiante (5).

3. ORGANIZACIÓN DE LOS TRABAJOS

Nuestros grupos de laboratorio están organizados cada uno con aproximadamente quince comisiones de tres alumnos. Las comisiones tienen asignado un docente cada tres comisiones que orienta el trabajo.

Para este caso particular se asigna a cada comisión un problema concreto diferente, en cualquiera de las líneas esbozadas anteriormente. El docente selecciona con los alumnos el trabajo que considera más interesante.

Se trata de que las distintas comisiones del grupo en frente distintos problemas. De este modo cada comisión podrá aportar una situación problemática diferente:

- distribuciones que son, en efecto, azarosas y por lo tanto justifican el empleo del modelo gaussiano;
- distribuciones que muestran claramente la existencia de errores sistemáticos;
- distribuciones que parecen ser suma de distribuciones azarosas con parámetros diferentes; etc.

Luego que cada comisión ha completado su trabajo de recolección, elaboración e interpretación de datos y sintetizado sus conclusiones, se forman grupos de cinco a siete comisiones, buscando que se dé un buen espectro de situaciones diferentes y se estudien grupalmente los casos.

Cada comisión debe exponer su trabajo y defender sus conclusiones.

La discusión es por cierto muy rica. Puesto que las decisiones finales rara vez son totalmente concluyentes y las síntesis deben compatibilizar criterios, muchas veces contrapuestos. Las confrontaciones son interesantes y fructíferas y a menudo surgen propuestas alternativas que muestran el carácter abierto y divergente de la investigación científica.

4. METODOLOGIA DEL TRABAJO EXPERIMENTAL

Se ha insistido en trabajos anteriores (6,7) en la importancia que reviste para el aprendizaje de la Física focalizar la instrucción en los aspectos que hacen a la metodología científica y no en la mera transmisión de contenido; en llevar el "espíritu de la ciencia" al aula buscando una valoración de la misma como tarea intelectual y en desarrollar conductas elevadas de análisis, síntesis, interpretación, originalidad y producción autónoma.

Siguiendo estos lineamientos los problemas planteados apuntan a cumplir con esos objetivos. Son problemas abiertos de entrada, donde no hay posibilidad de conocer los resultados de antemano. Desde este punto de vista, el estudiante en

frentará un desafío similar, aunque quizá con diferente grado de complejidad, al científico que inicia un trabajo de investigación.

En efecto, el abordaje de su proyecto implicará seguir algunos pasos de la investigación científica tales como:

- búsqueda de información pertinente (teórica y experimental);
- procesamiento de los datos;
- interpretación de los resultados;
- explicación de divergencias;
- generación de hipótesis que expliquen las divergencias;
- convalidación de hipótesis;
- conclusiones.

5. ALGUNOS NUCLEOS DE DIFICULTAD

Como es sabido el histograma consiste en una representación frecuencial de errores dentro de un intervalo de incerteza Δx (8-13).

Un primer problema que se plantea consiste en:

- Cómo elegir el ancho del intervalo Δx ?

Habrá que tener en cuenta criterios tales como:

- error mínimo: el ancho del intervalo Δx no podrá ser menor que las fuentes de errores no azarosas dadas por el sistema a medir, el sistema medidor, el sistema unidad y la interacción entre los mismos;
- el intervalo elegido debe tener estadística suficiente ($N \rightarrow \infty$);
- el intervalo debe ser suficientemente pequeño ($\Delta x \rightarrow e_{\min}$).

Las dos últimas condiciones representan un doble compromiso ya que se manejan criterios contrapuestos que hay que compatibilizar. Ambos criterios son necesarios para poder asimilar el histograma, que representa el comportamiento estadístico de la muestra, a la curva de distribución continua, que representa el comportamiento de la población. Y, esta curva de distribución implica dos pasos al límite: el número de mediciones ($N \rightarrow \infty$) y el intervalo ($\Delta x \rightarrow 0$).

- Puede ajustarse el histograma obtenido a una distribución de Gauss?

Una distribución de probabilidad es un modelo particularmente complejo; el controlar sus supuestos en una situación experimental dada lo pone de manifiesto. Es necesario entonces especificar los criterios cuantitativos que permitirán controlar hasta qué punto la distribución hallada puede representarse por una curva gaussiana. Estos criterios llevan al análisis de:

- la simetría de la curva;
- comparación del valor más frecuente acotado con la dispersión σ , con el valor promedio acotado con el error cuadrático medio;
- ubicación respecto de la distribución de los límites de confianza;
- construcción por puntos de la curva de Gauss para comparar con los datos experimentales, etc.

En la mayoría de los ensayos realizados al analizar los criterios cuantitativos que controlan si la distribución es o no gaussiana, aparecen resultados contrapuestos. Con un criterio la distribución puede considerarse gaussiana, con otro no. Hay entonces que sopesar y compatibilizar los criterios.

Esta situación de ambigüedad crea un doble efecto psicológico en el estudiante. Por una parte, el estudiante suele sentirse mal ante la imposibilidad de dar una respuesta única, definida y precisa a su problema. Pero, por otra parte la ambigüedad genera la motivación para seguir adelante con la tarea de investigación, probando nuevas hipótesis que serán o no confirmadas por la experiencia.

6. FORMULACIÓN Y CONVALIDACIÓN DE HIPÓTESIS

En muchos ensayos de medición el histograma no se ajusta a una distribución gaussiana: la distribución no es simétrica, el valor más probable no coincide con el valor promedio, errores grandes tienen mayor probabilidad que errores pe-

queños, etc.

Surge entonces la pregunta: ¿Por qué no es gaussiana la distribución?

El mismo análisis del histograma sugiere "pistas" para que el estudiante formule hipótesis fundadas que expliquen las divergencias. Estas hipótesis implicarán modelos alternativos o propuestas de causas posibles a los apartamientos en contrados.

Veamos algunos casos frecuentes en los trabajos efectuados en nuestro laboratorio:

- Una situación interesante se plantea al medir el diámetro de una chapa que es circular a simple vista. Sin embargo, cuando se construye el histograma presenta dos máximos de frecuencia (ver fig. 1). Una interpretación de este resultado es que el modelo del círculo no es suficientemente adecuado y es necesario considerar a la placa como una elipse. Los dos picos del histograma, informan sobre los diámetros mayor y menor de la misma.

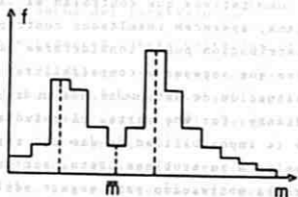


Figura 1

La figura 2 muestra un caso de asimetría. Los valores menores que el valor más probable aparecen con más frecuencia que los valores mayores. Histogramas de este tipo se obtienen por ejemplo en mediciones efectuadas con un tornillo micrométrico si éste no es usado cuidadosamente. Los errores por defecto son más probable que los por exceso a causa de

que se comprime el objeto al presionarlo. Se introduce un error sistemático de interacción.

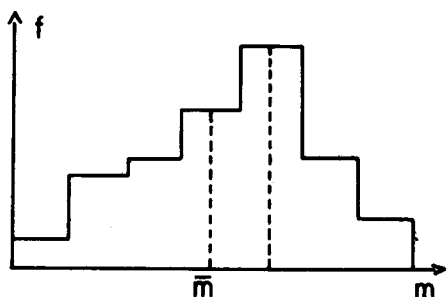


Figura 2

Una vez formuladas las hipótesis el estudiante deberá ingeniárselas para verificarlas experimentalmente de modo de extraer conclusiones fundadas, que le servirán como un argumento racional y objetivo en las discusiones grupales.

Sin embargo, si sus hipótesis son convalidadas, nunca lo serán en forma definitiva y absoluta. El problema queda siempre abierto y puede dar lugar a investigaciones futuras.

7. CONCLUSIONES

La observación de las conductas de los estudiantes, muestra que, en la mayoría de los casos (alrededor del 70%) se logra realmente interesarlos en su trabajo y en la búsqueda de argumentos para sostener sus propuestas, profundizar la comprensión de las conceptualizaciones en juego. Estas conclusiones surgen de las opiniones fundadas de más de veinte docentes que trabajaron durante tres años con unos trescientos cincuenta alumnos por año.

A modo de anécdota significativa, quisieramos mencionar que cuando presionados por falta de tiempo en algún ciclo lectivo muy perturbado por factores externos, los responsables de la cátedra suprimimos este trabajo de la planifica

ción del Laboratorio para ingeniería, la gran mayoría de los docentes de la cátedra insistieron calurosamente en la necesidad de reimplantarlo convencidos de su valor.

Por otra parte, los docentes que coordinan las discusiones de los grupos de comisiones, coinciden en destacar la gran participación e interés que muestran los estudiantes durante estas reuniones. Al tener que defender sus conclusiones, su grado de compromiso con los criterios, en pro o en contra de sus hipótesis, se hace muy significativo.

Por último, los interrogatorios y pruebas evaluativas, muestran que los objetivos de aprendizaje se alcanzan en un alto porcentaje de estudiantes. Los alumnos que aprueban el tema supera el 80%.

En el Apéndice III se reproducen algunas de las preguntas de examen sobre el tema.

Sintetizando, la evaluación de los resultados alcanzados con esta metodología de trabajo, muestra su eficacia para lograr:

- un alto grado de aprendizaje sobre el tema;
- una profunda valorización tanto de los docentes como de los estudiantes, sobre la problemática que se aborda;
- una apertura de los estudiantes hacia actitudes críticas, de pensamiento divergente y productivo, muy deseables para lograr un aprendizaje autónomo.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

1. Bunge, M., "Teoría y Realidad". Ed. Ariel - España 1981.
2. Cudmani, L.C. de; Sandoval, Julia S. de "La Física, ¿Una ciencia exacta?". Memorias de REF VI, Bariloche, Argentina, 1989.
3. Cudmani, L.C. de; Lewin A.M.F. de "Influencia de la valorización de objetivos cognoscitivos en el Ap. de la Física", Revista de Enseñanza de las Ciencias, Vol. 5, Nº 1, España, 1987.
4. Prose, D.J. Am. Journal of Physics, 29, 854 (1961).

5. Cudmani, L.C. de; Lewin, A.M.F. de "Organización e Instrumentación de un Lab. de Física Exp. en base a un modelo de aprendizaje operativo". Serie E/A2-37/80 - Inst. de Física - U.N.T., Argentina, 1979.
6. Cudmani, L.C. de y colab. "Propuesta para un nuevo enfoque de la Evaluación en Física". Publicación E/A2 de la F.C.E. y Tec. de la U.N.T., Argentina, 1976.
7. Cudmani, L.C. de; Pesa de Danón, M.; Salinas de Sandoval, J. "El Rol de la Física en la formación de los Ingenieros". En Prensa.
8. Cudmani, L.C. de "Calculo de errores experimentales". 5ta. edición. Ed. CUECET U.N.T., Argentina, 1984.
9. Cernuschí, F.; Greco, F. "Teoría de errores de mediciones. E.U.D.E.B.A., Argentina, 1968.
10. Mood, A.; Graybill, F. "Introduction to the Theory of Statistics". Second Ed., Mc Graw Hill, New York, 1963.
11. Jódar, B. "Análisis Estad. de Experimentos". Ed. Alhambra, Méjico, 1981.
12. Spiridonov, V.P.; Lopatkin, A.A. "Tratamiento matemático de datos físico-químicos". Ed. Mir, Moscú, 1981.
13. Dixon, W.; Massey, J. "Introducción al análisis Estadístico". Ed. Mc Graw Hill, New York, 1965.
14. Driver, R.; Oldhan, V. "A constructivist approach to curriculum development in Science". Studies in Sc. Educ., 13 (105-122), 1986.
15. Gil Pérez, D. "Tres paradigmas básicos en la Enseñanza de las Ciencias". Enseñanza de las Ciencias, Vol. 1, 1983.
16. Miller, R.; Driver, R. "Beyond processes". Studies in Sc. Educ., 14:33-62, 1987.
17. Kuhn, T.S. "La estructura de las revoluciones científicas". Fondo de Cultura Económica, 1971.
18. Posner, G.; Strike, K.; Hewson, P; Gertzog W. "Accommodation of a Scientific Conception; Toward a Theory of Conceptual Change". Science Educ., 66(2):211-217, 1982.
19. Osborne, R.J.; Wittrock, M.C. "Learning Science: a generative process". Sc. Educ. 67:489-508, 1983.

APENDICE I

1. De una planta que fabrica pernos a través de dos secciones de producción y una misma boca de salida se asegura un valor medio para el diámetro de los pernos con una tolerancia del 1%. Se le entrega una muestra de cien pernos.
 - Analice el perfil de la distribución de la muestra.
 - Analice si la muestra cumple con las tolerancias especificadas.
 - ¿Pueden detectarse diferencias entre las dos secciones de producción? ¿Dentro de qué error?.
 - ¿Son válidos sus datos para extraer conclusiones sobre el diámetro medio de uno de los pernos? ¿Si? ¿No? ¿Por qué? ¿Cómo procedería experimentalmente para dar respuesta a esta pregunta en caso de que su respuesta fuese negativa?.
2. El ayudante le entregará una chapa supuestamente circular cuyo diámetro se exige conocer con una tolerancia del uno por mil ya que la misma será utilizada en el armado de un equipo mecánico cuya exigencia requiere la precisión pedida.
 - ¿Qué instrumento elegiría para efectuar las mediciones?
 - ¿Le basta por ejemplo realizar 5 mediciones? En caso afirmativo, ¿cuáles serían los supuestos que Usted hace?
 - ¿Cómo controla que estos supuestos se cumplen realmente?

APENDICE II

En muchos experimentos en la Física, cuando no se puede mensurar directamente una magnitud de interés, se busca alguna forma de interactuar con el objeto a medir. En este experimento se intenta medir el diámetro de un cilindro que su pondremos inaccesible, ubicado en el centro de una caja cilíndrica a partir de los registros de los impactos de rebote de las municiones procedentes de un cañoncito ubicado en una ranura de la caja (ver fig. 3).

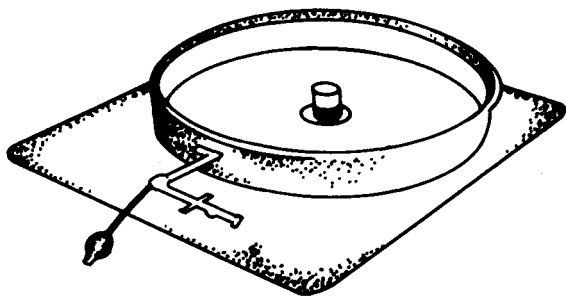


Fig. 3

Las paredes interiores de la caja son recubiertas con papel blanco y papel carbónico, lo que facilita el registro de los impactos ⁽⁴⁾.

- a) Analice un modelo que le permita formular las relaciones geométricas para resolver el problema. Explícite los supuestos.
- b) ¿Implican estas supuestas condiciones de independencia para cada uno de los disparos efectuados?
- c) ¿Cómo controla si los supuestos se cumplen en su experiencia?
- d) ¿Qué tipo de distribución tienen los impactos para cada posición del cañón? ¿Podría a partir del análisis de las distribuciones, dar un valor acotado del diámetro?
- e) En el caso en que las predicciones de su modelo no se cumpla, ¿qué hipótesis podría formular a fin de explicar las discrepancias obtenidas? ¿Cómo las controla?
- f) Discuta la posibilidad de extrapolar el método utilizado en la medición de magnitudes del orden atómico.

APENDICE III

1. Un fabricante ofrece alfileres cuyo diámetro es 0,85 mm con tolerancias del 1%. Calcule:

a) La dispersión.

b) El error medio del promedio que puede esperarse si se miden los diámetros de 10 de esos alfileres.

c) Si se desea contar con 100 alfileres cuyos diámetros estén dentro del intervalo $0,86\text{mm} \leq d \leq 0,87\text{mm}$ ¿cuántos alfileres se deben comprar como mínimo?

2. En el caso de que un histograma obedezca a una distribución gaussiana se calculan los límites de confianza siguiendo el criterio de Chauvenet.

a) ¿Le parece razonable que los límites de confianza dependan inversamente con n (n = número de mediciones)? Explique por qué.

b) Al efectuar 100 mediciones de la capacitancia de un condensador se encontró una distribución gaussiana con media $C = 0,10 \mu\text{F}$ y $\sigma = 0,05 \mu\text{F}$. Una medición arrojó el valor $C = 0,12 \mu\text{F}$. ¿Puede desecharla? Justifique cuantitativamente su respuesta.

3.a) Explique qué entiende por un histograma. Indique por lo menos dos ventajas que presente la representación mediante un histograma de los datos de sus mediciones.

b) ¿Cuál/es de los siguientes supuestos deben necesariamente cumplirse para que al efectuar cinco mediciones de una magnitud m Usted pueda acotarla con un error Δm suma de los errores cuadrático medio del promedio y mínimo?

- La probabilidad de los errores por azar por exceso es igual a la probabilidad de los errores por azar por defecto.

- El error por azar más probable es igual a 0 .

- La probabilidad de valores inferiores a los obtenidos es 0 .

- El valor más probable de la magnitud es igual a 0 .

Justifique en cada caso sus respuestas sean éstas afirmativas o negativas.