

ACHATAMENTO DOS PLANETAS GASOSOS E DO SOL

WILSON LOPES

Universidade de Guarulhos

07110 Guarulhos, SP

1. ACHATAMENTO DOS PLANETAS GASOSOS

Os grandes planetas gasosos, do sistema solar, como Saturno, Urano e Netuno, são formados, em suas partes internas, por um núcleo rochoso, gelo, hidrogênio metálico e muito hidrogênio molecular em suas superfícies (ver Fig. 1). Este modelo deriva da hipótese desses planetas formarem-se, inicialmente, pela deposição de material rochoso e gelo e, em seguida, foram-se acumulando gases em suas superfícies. O núcleo rochoso de Saturno é de, aproximadamente, 2×10^4 km de diâmetro e uma capa de gelo de 5×10^3 km de espessura. Urano e Netuno possuem, cada um, um núcleo rochoso com cerca de

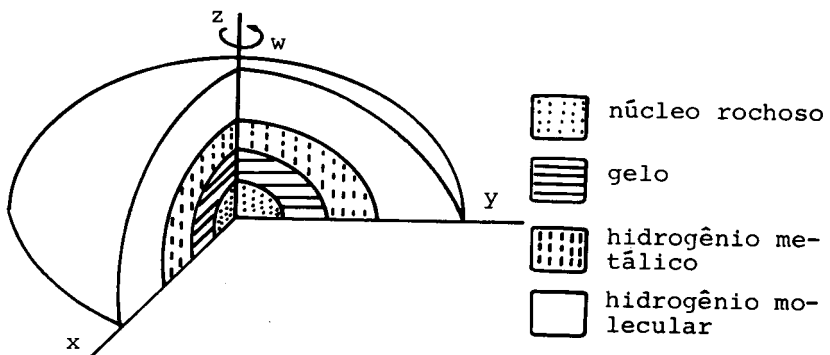


Figura 1 - O achatamento do planeta, devido à sua rotação, e as partes que constituem seu interior.

16×10^3 km de diâmetro e uma capa de gelo de 8×10^3 km de es pes su ra (1).

Neste trabalho não é importante a origem dos planetas citados, nem a natureza dos gases que compõem suas atmosferas. Estamos interessados, somente, que as atmosferas desses planetas sejam muito espessas. Também não levaremos em conta o ângulo de inclinação do eixo de rotação do planeta em relação ao plano de sua órbita. Essa suposição, de nossa parte, poderá ser razoável para os planetas Júpiter, Saturno e Netuno, contudo, poderá ser inconveniente para Urano, que apresenta uma inclinação de 98° (ver tabela 1). Admite-se, por outro lado, que no topo da atmosfera de cada planeta, a tempe-

Tabela 1 - Ângulo de inclinação do eixo de rotação do planeta (θ) com o plano de sua órbita(2).

Planeta	$\theta(^{\circ})$
Júpiter	3,01
Saturno	26,74
Urano	98
Netuno	28,80

ratura seja função apenas da latitude, quando se percorre o trajeto CA (ver Fig. 2), segundo a expressão:

$$T \propto \cos \lambda \quad , \quad (1)$$

onde λ representa a latitude.

Supondo-se que nas altas camadas da atmosfera de cada planeta, e na direção radial, a temperatura permaneça praticamente constante (ver Fig. 3)(3), então a densidade num ponto da atmosfera do planeta é dada por:

$$\mu = p.M/RT \quad , \quad (2)$$

onde p , M e T são, respectivamente, a pressão, a massa mole-

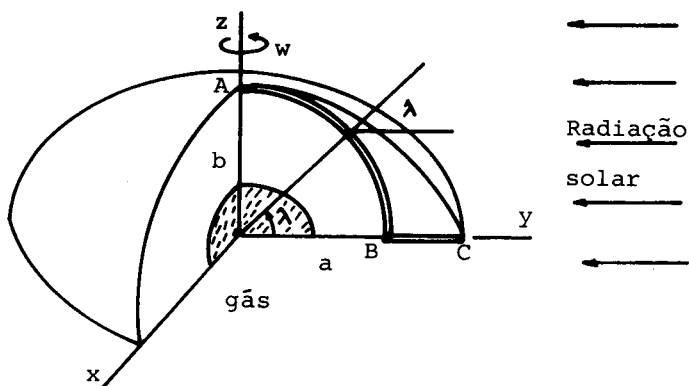


Figura 2 - As colunas gasosas AB e BC e o trajeto CA, no topo da atmosfera do planeta.

cular média e a temperatura (em kelvin), à latitude λ e nas últimas camadas da atmosfera planetária.

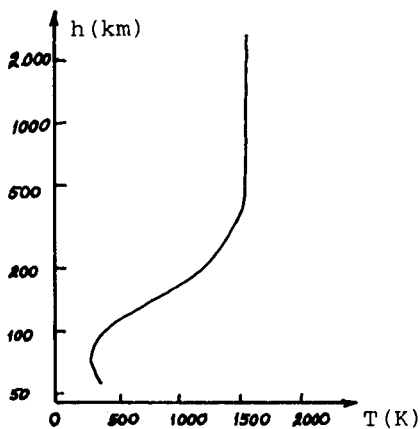


Figura 3 - A temperatura T em kelvin é função da altura h , medida a partir da superfície da Terra, para uma determinada latitude. Seria diferente para outros planetas?

Levando-se em conta a expressão (1), pode-se escrever a (2) da seguinte maneira:

$$\mu = \sigma \cdot p / \cos \lambda \quad , \quad (3)$$

onde σ representa um coeficiente de proporcionalidade. A expressão (3) indica como a densidade varia com a pressão e com a latitude nas colunas gasosas AB e BC (ver Fig. 2).

A equação barométrica ao longo da coluna gasosa AB, de raio b , é dada por:

$$dp = - \mu \cdot b^2 \cdot \omega^2 \operatorname{sen} \lambda \cdot \cos \lambda \cdot d\lambda \quad , \quad (4)$$

onde b e ω são, respectivamente, o raio polar e a velocidade angular do planeta⁽⁴⁾.

Substituindo-se (3) em (4) e integrando-se, tem-se:

$$\int_{p_B}^{p_A} dp/p = - \sigma \cdot \omega^2 \cdot b^2 \int_0^{\pi/2} \operatorname{sen} \lambda \cdot d\lambda \quad ,$$

portanto,

$$\ln p_B = \ln p_A + \sigma \cdot \omega^2 \cdot b^2 \quad . \quad (5)$$

Ao longo do plano equatorial e na direção radial, para as últimas camadas da atmosfera do planeta, a equação barométrica é dada por:

$$dp = - G \cdot M_p \cdot \mu \cdot dr/r^2 \quad , \quad (6)$$

onde M_p e G são, respectivamente, a massa do planeta e a constante de gravitação.

Substituindo-se (3) em (6), com $\lambda = 0$, e integrando-se, obtêm-se:

$$\int_{p_B}^{p_C} dp/p = - G \cdot M_p \cdot \sigma \int_b^a dr/r^2 \quad ,$$

portanto,

$$\ln p_B \approx \ln p_C + G.M_p \cdot \sigma \cdot (1/b - 1/a) \quad , \quad (7)$$

onde a é o raio equatorial do planeta.

Igualando as expressões (5) e (7), e levando-se em conta que $p_A = p_B$, obtém-se:

$$e \approx w^2 \cdot b^3 / G.M_p \quad . \quad (8)$$

A expressão (8) fornece o achatamento de um planeta gasoso em função de seu raio polar, de sua velocidade angular em torno de seu eixo de rotação, e de sua massa.

Tabela 2 - Valores observados e calculados para o achatamento dos quatro maiores planetas do sistema solar. Para os valores calculados foi usada a expressão (8).

Planeta	$a \times 10^7$ (m)	$b \times 10^7$ (m)	$w \times 10^{-5}$ (rad/s)	$M_p \times 10^{25}$ (kg)	e (obs.)	e (cal.)
Júpiter	7,135	6,693	17,6	190	0,062	0,073
Saturno	6,040	5,460	17,1	57	0,096	0,12
Urano	2,380	2,237	16,2	9	0,060	0,052
Netuno	2,220	2,176	11,0	10	0,020	0,022

II. ACHATAMENTO POLAR DO SOL

Supondo, para o Sol, $a_{\odot} - b_{\odot} \ll b_{\odot}$ pode-se fazer a hipótese de que a temperatura seja constante em toda a região ABC (ver Fig. 2). Substituindo-se a equação (2) em (4) e integrando-se, tem-se:

$$\int_{p_B}^{p_A} dp/p \approx (M \cdot b_{\odot}^2 \cdot w_{\odot}^2 / RT_{\odot}) \int_0^{\pi/2} \text{sen} \lambda \cdot \cos \lambda \cdot d\lambda \quad ,$$

portanto,

$$\ln p_B = \ln p_A + M \cdot b_{\odot}^2 \cdot \omega_{\odot}^2 / 2RT_{\odot} \quad (9)$$

Na expressão (9) b_{\odot} , ω_{\odot} e T_{\odot} são, respectivamente, o raio polar do Sol, sua velocidade angular em torno de seu eixo de rotação e sua temperatura suposta constante na região ABC (ver Fig. 2).

Da mesma maneira, substituindo-se (2) em (6) e integrando-se, obtém-se:

$$\int_{p_B}^{p_C} dp/p = - (G \cdot M_{\odot} \cdot M / RT_{\odot}) \int_{b_{\odot}}^a dr/r^2,$$

portanto,

$$\ln p_B = \ln p_C + (G \cdot M_{\odot} \cdot M / RT_{\odot}) \cdot (1/b_{\odot} - 1/a_{\odot}) \quad (10)$$

Igualando as expressões (9) e (10), e levando-se em conta que $p_A = p_C$, tem-se:

$$e = \omega_{\odot}^2 \cdot b_{\odot}^3 / 2GM_{\odot} \quad (11)$$

Na expressão (11), M_{\odot} representa a massa do Sol. Assumindo $b_{\odot} = 6,96 \times 10^8$ m, $M_{\odot} = 1,99 \times 10^{30}$ kg e um período de rotação de 26 dias, obtém-se, com o auxílio da equação (11), um achatamento de $0,99 \times 10^{-5}$ que representa um bom resultado⁽⁵⁾.

III. CONCLUSÕES

Observando-se a Tabela 2, verifica-se que os valores dos achatamentos, calculados para os planetas, são todos maiores que os observados, com exceção de Urano. Muito provavelmente esse fato poderia estar relacionado com a inclinação de 98° do eixo de rotação de Urano em relação ao plano de sua órbita. Se a temperatura realmente desempenha um papel importante no achatamento dos planetas muito gasosos, então Urano poderia apresentar um achatamento periodicamente variável devido ao seu movimento orbital em torno do Sol: (i) quando seu

eixo de rotação estivesse praticamente paralelo à radiação solar, a temperatura num dos polos seria maior que a equatorial (condição completamente adversa àquela formulada neste trabalho) e (ii) quando seu eixo de rotação estivesse perpendicular à radiação solar, a temperatura equatorial seria maior que as polares (condição formulada neste trabalho).

Supondo-se constante a temperatura das altas camadas das atmosferas dos planetas, da mesma maneira como foi feito para o Sol, todos os valores calculados da Tabela 2 estariam divididos por dois, o que os tornaria inaceitáveis.

Creio que a hipótese mais discutível deste trabalho é com relação à equação (1). Tal equação daria conta, perfeitamente, da temperatura equatorial de um planeta, porém, para os pólos, a (1) fornece a temperatura de 0 K. Uma temperatura polar de 0 K não é aceitável para os grandes planetas gasosos, mesmo em se considerando suas grandes distâncias ao Sol.

Com relação ao Sol, parece-me muito razoável assumir a temperatura constante na região ABC (ver Fig. 2) devido ao fato de não haver muita diferença entre os raios equatorial e polar, que resultou na equação (11). Para um período de rotação de 26 dias, na região equatorial do Sol, essa equação fornece um achatamento de $0,99 \times 10^{-5}$, que concorda com o resultado obtido por Hill e Stebbins⁽⁵⁾.

BIBLIOGRAFIA

- (1) Hunten, D.M., Los planetas exteriores (El sistema Solar - Selecciones de Scientific American), 1977.
- (2) Glasstone, S., Iniciación a las Ciencias del Espacio (Aghilar), 1965.
- (3) Davies, K., Ionospheric Radio Propagation (Dover), 1966.
- (4) Lopes, W., Achatamento Polar de um Planeta. Revista de Ensino de Física, vol. 2, nº 4, dez. de 1980.
- (5) Hill, H.A. and Stebbins, R.T., The Astrophysical Journal 200, 471-483 (1975).