

## RECUO DE UM ÁTOMO DEVIDO À ABSORÇÃO DE FÓTONS

V.S. BAGNATO e S.C. ZILIO

Instituto de Física e Química de São Carlos, USP<sup>(\*)</sup>

### 1. INTRODUÇÃO

O uso de lasers para resfriamento de um feixe atômico tornou-se uma técnica importante no contexto de espectroscopia de altíssima resolução<sup>(1,2)</sup>. Neste tipo de experimento, utiliza-se a transferência de momenta dos fótons de um feixe de laser contrapropagando-se ao feixe atômico para fazer com que este se desacelere. Como a temperatura do átomo é definida em termos da sua energia translacional ( $E \sim 3/2 kT$ ) e a velocidade final é pequena, temos átomos com temperaturas bem baixas, daí a origem do termo "resfriamento de um feixe atômico". Recentemente, conseguiu-se resfriar átomos a uma temperatura da ordem de  $10^{-4} \text{ K}$ <sup>(3)</sup>.

O decréscimo da velocidade permite a supressão do efeito Doppler e proporciona um tempo maior de interação entre o átomo e o campo de radiação de um segundo laser (teste), que é utilizado para as medidas espectrais. A ausência do efeito Doppler e o aumento do tempo de trânsito do átomo no feixe do laser de teste levam ao estreitamento das linhas de ressonância e produz um enorme acréscimo de resolução nos espectros obtidos. Duas aplicações imediatas deste aumento de resolução estão na determinação das constantes atômicas fundamentais e no desenvolvimento de novos padrões de frequências (relógios atômicos). A existência de átomos a baixa temperatura também permite a realização de confinamento de átomos neutros, ainda na fase gasosa, possibilitando o estudo de efeitos coletivos como a condensação de Bose-Einstein e propriedades de transporte em gases quânticos.

Embora já existam tratamentos quântico<sup>(4)</sup> e semi-clássico<sup>(5)</sup> para descrever a interação do átomo com o campo de radiação eletromagnética, uma abordagem clássica é importante como uma maneira alternativa de se introduzir este assunto a nível de graduação. Considerando o átomo como um sistema quântico de dois níveis em repou-

---

<sup>(\*)</sup> Caixa Postal 369, 13560 São Carlos, SP.

so, descrito por uma frequência de transição  $\omega_0 = (E_2 - E_1)/\hbar$  e submetido a um campo de radiação monocromática de frequência  $\omega$  (energia de um fóton =  $\hbar\omega$ ), poder-se-ia em princípio esperar que a absorção ocorresse quando a radiação estivesse ressonante com o átomo. Entretanto, como devemos ter conservação de energia e momento, o átomo recebe uma velocidade de recuo devido à absorção do fóton e aumenta seu momento linear em  $\hbar k$ . Esta situação está esquematizada na Fig. 1.

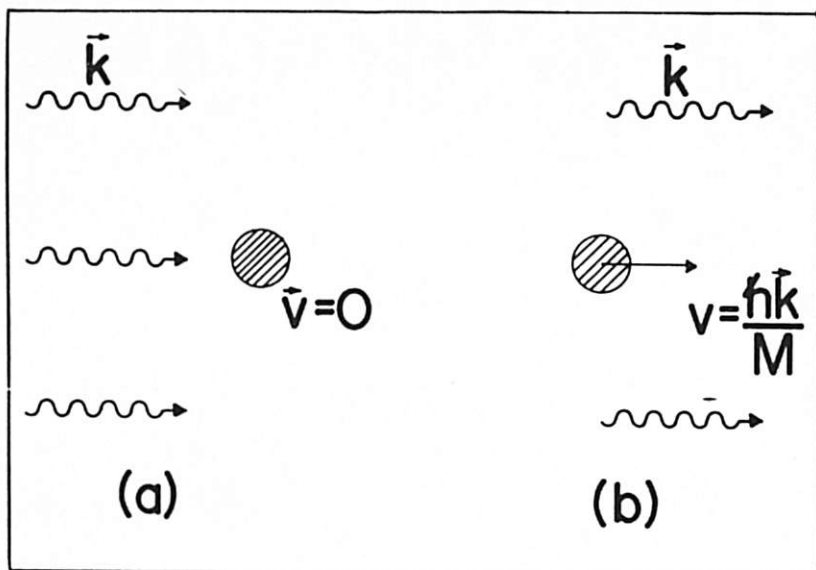


Fig. 1 - Diagrama mostrando a absorção do fóton e o recuo do oscilador (a) antes e (b) depois da absorção.

A conservação de energia requer que:

$$\hbar\omega = \hbar\omega_0 + \frac{1}{2} Mv^2 = \hbar\omega_0 + \frac{1}{2} \frac{(\hbar\omega)^2}{Mc^2} \quad (1)$$

onde  $M$  é a massa do átomo e  $v$  sua velocidade após a ocorrência da absorção. Assim, temos uma situação onde o átomo não absorve radiação com frequência  $\omega_0$  e um deslocamento para o azul ocorrerá ( $\omega > \omega_0$ ).

Uma maneira alternativa de tratar este problema é considerar ambos átomo e campo eletromagnético como variáveis clássicas, obter as equações de movimento e resolvê-las para encontrar a força

de recuo assim como o efeito de deslocamento para o azul. O resultado obtido desta maneira possui as mesmas características básicas apresentadas pelo modelo semi-clássico, embora o efeito de saturação devido à emissão estimulada não seja observado.

## II. TRATAMENTO CLÁSSICO DA INTERAÇÃO ÁTOMO-CAMPO DE RADIAÇÃO

O tratamento teórico a seguir é similar, até a eq. (8), àquele feito para obtenção do coeficiente de absorção de um sólido<sup>(6,7)</sup>. A introdução do efeito Doppler e da transferência ao átomo da força exercida pelo campo magnético sobre o elétron não são em geral feitas na literatura e são responsáveis pelos efeitos que queremos estudar. Isto justifica a importância do tratamento a seguir na discussão do resfriamento de um feixe atômico via laser.

Neste modelo clássico, o átomo consiste de um núcleo pesado de massa  $M_n$ , carregado positivamente, com um elétron de massa  $m$  ligado harmonicamente a ele. Quando este oscilador é submetido a um campo eletromagnético de frequência  $\omega$ , o campo elétrico  $\vec{E}$  agirá sobre o elétron resultando num movimento oscilatório forçado. Como  $M_n \gg m$ , o deslocamento do núcleo devido a este campo oscilando rapidamente é pequeno e será desprezado. Para um tratamento mais rigoroso que considera também o movimento nuclear, podemos utilizar a massa reduzida, o que nos leva basicamente ao mesmo resultado. Uma vez que o elétron adquiriu uma velocidade finita devido à força elétrica, o campo magnético exercerá uma força na direção do vetor de propagação  $\vec{k}$  do campo eletromagnético. Esta é chamada de pressão de radiação.

Considerando o campo elétrico  $\vec{E}$  com polarização na direção  $x$  e propagando-se na direção  $z$ , a equação que descreve o efeito deste sobre o elétron é dada por:

$$m\ddot{x} + m\gamma\dot{x} + m\omega_0^2 x = -eE \cos\omega t \quad (2)$$

onde  $x$  representa a posição do elétron,  $\omega_0$  a frequência de ressonância e o lado direito da equação é a força que o campo elétrico de frequência  $\omega$  exerce sobre o elétron. Multiplicando (2) por  $\dot{x}$  teremos uma equação para o balanço da potência, onde o termo  $P = m\gamma\dot{x}^2$  tem sua origem no fato de que o elétron acelerado emite radiação eletromagnética. Para encontrar o valor de  $\gamma$  utilizamos a fórmula de Larmor<sup>(7)</sup>:

$$P = \frac{2}{3} \frac{e^2 |\ddot{x}|^2}{c^3} \quad (3)$$

e o fato de que  $\ddot{x} = \omega \dot{x}$  para o estado estacionário de um movimento oscilatório forçado. Utilizando esta relação em (3) e igualando esta a  $m\gamma \dot{x}^2$ , encontramos  $\gamma$  como sendo:

$$\gamma = 2/3 \frac{e^2 \omega^2}{mc^3} \quad (4)$$

Esta expressão será utilizada posteriormente para a execução de cálculos numéricos.

A força magnética atuando sobre o elétron é:

$$\vec{F}(t) = -e/c \dot{x}(t) B(t) \hat{z} \quad (5)$$

onde  $\vec{B}(t) = E \cos \omega t \hat{y}$  está relacionado com  $\vec{E}$  através das equações de Maxwell (7). A solução do estado estacionário de (2) é bem conhecida (8) e deve ser usada para obter-se o valor de  $\dot{x}(t)$  da eq. (5). Encontra-se que:

$$\dot{x}(t) = \frac{e E \omega}{m} \frac{\sin(\omega t + \phi)}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + \omega^2 \gamma^2}} \quad (6)$$

onde:

$$\phi = \text{tg}^{-1} [\omega \gamma / (\omega^2 - \omega_0^2)] \quad (7)$$

Colocando (6) em (5) e tomando-se a média temporal sobre um período de oscilação obtemos a força magnética média agindo sobre o elétron:

$$\langle \vec{F} \rangle = \frac{e^2 E^2}{2mc} \frac{\omega^2 \gamma}{(\omega^2 - \omega_0^2)^2 + \omega^2 \gamma^2} \hat{z} \quad (8)$$

onde o ângulo de fase  $\phi$  definido em (7) foi utilizado.

Para chegarmos a esta expressão de força supusemos que o núcleo é pesado demais para seguir as oscilações rápidas do campo elétrico (lembre-se que o valor médio da força elétrica é nulo). Por outro lado, como a força magnética tem um valor médio não nulo e o elétron está fortemente acoplado ao núcleo, esta força é transmitida ao átomo como um todo, o qual adquire uma velocidade  $\vec{v}(t)$  na direção de  $\vec{k}$ . Esta velocidade introduz um deslocamento Doppler e a frequência de transição no referencial do laboratório transforma-se de acordo com:

$$\omega_0 \longrightarrow \omega_0^1 = \omega_0 (1 - v/c) \quad (9)$$

de forma que a força agindo sobre o átomo é:

$$\langle F \rangle = M \dot{v} = \frac{e^2 E^2}{2mc} \frac{\omega^2 \gamma}{[(\omega - \omega_0^1)(\omega + \omega_0^1)]^2 + \omega^2 \gamma^2} \quad (10)$$

Estamos interessados no caso em que a onda eletromagnética está quase em ressonância com o átomo i.e.,  $\omega \approx \omega_0$ . Supondo  $v/c \ll 1$ , podemos escrever  $\omega + \omega_0^1 \approx 2\omega$  e (10) se torna:

$$M \dot{v} = \frac{e^2 E^2}{2mc} \frac{\gamma}{4(\Delta - \omega_0 v/c)^2 + \gamma^2} \quad (11)$$

onde  $\Delta = \omega - \omega_0$  é a de-sintonia. A integração de (11) com a condição inicial  $v(0) = 0$  é trivial e dá origem a um polinômio para  $v(t)$ :

$$\frac{4}{3} \omega_0^2 \left(\frac{v}{c}\right)^3 - 4\Delta \omega_0 \left(\frac{v}{c}\right)^2 + (4\Delta^2 + \gamma^2) \left(\frac{v}{c}\right) - \frac{e^2 E^2 \gamma t}{2mMc^2} = 0 \quad (12)$$

Usando  $\gamma$  dado em (4), o comportamento de  $v(t)$  é obtido após cálculo numérico de (12) e é mostrado como função de  $\Delta$  na Fig. 2. Uma inspeção cuidadosa desta figura mostra que os máximos das curvas  $v \times \Delta$  e os "detunings" correspondentes a estes máximos têm uma dependência linear em  $t$ . Concluimos que quando um pulso de laser de duração  $t$  é aplicado ao átomo, seu recuo é máximo para uma frequência deslocada para o azul ( $\omega > \omega_0$ ).

### III. DISCUSSÃO E CONCLUSÃO

O modelo semi-clássico trata o átomo como um sistema quântico de dois níveis e o campo eletromagnético como clássico<sup>(5)</sup>. Usando-se o formalismo da matriz densidade e a aproximação de onda girante, encontra-se a força de recuo como sendo:

$$\langle F \rangle = M \dot{v} = \frac{A \Omega^2 h \omega / c}{4(\Delta - \omega v/c)^2 + A^2 + 2\Omega^2} \quad (13)$$

onde  $A$  é a taxa de emissão espontânea (coeficiente  $A$  de Einstein),  $\mu$  é o momento de dipolo da transição e  $\Omega = \mu E/\hbar$  é a frequência de Rabi. O termo Doppler aparece naturalmente neste modelo enquanto que no modelo clássico tivemos que introduzi-lo através de (9).

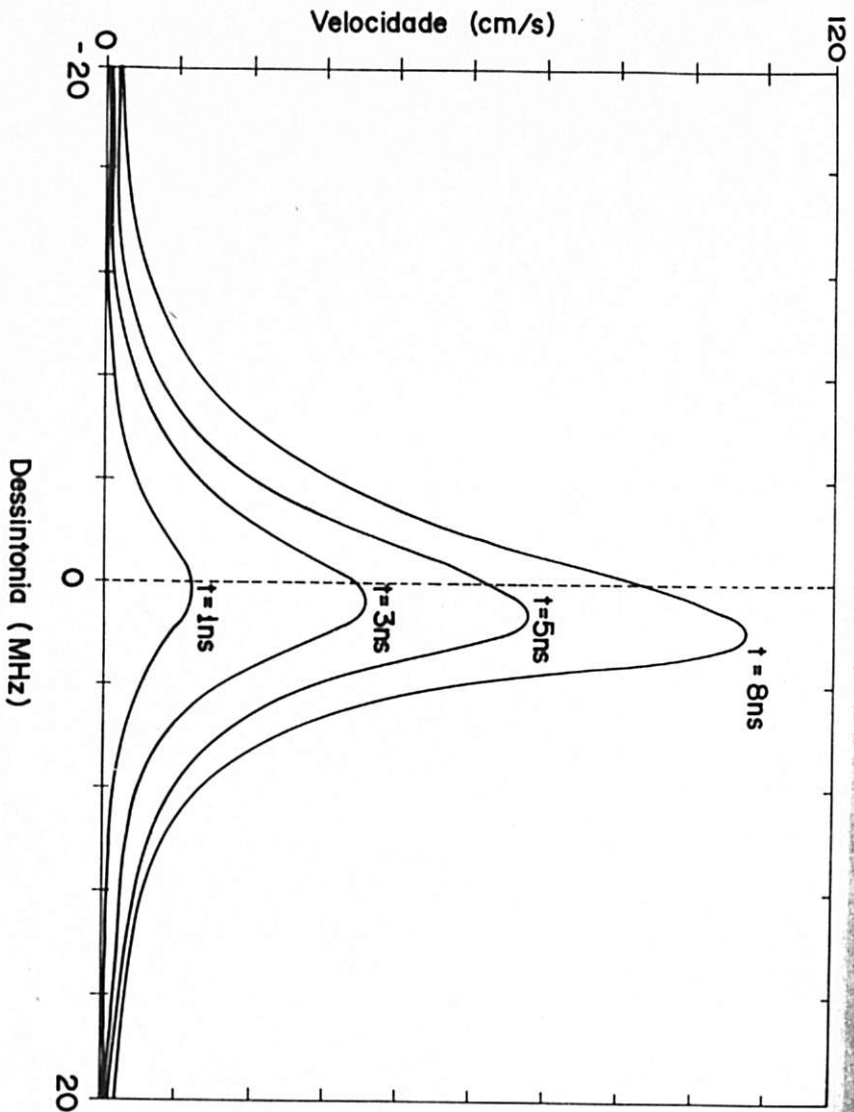


Fig. 2 - Velocidade máxima alcançada como função da dessintonia para diferentes tempos de interação para um átomo com massa 23 u.a.m.,  $\omega_0 = 10^{15}$  Hz e potência do laser de 100 mW.

As equações (11) e (13) são bastante similares no caso próximo à ressonância embora tenham interpretações diferentes. No caso clássico, a taxa de decaimento deve-se à potência radiada pela carga acelerada enquanto que no modelo semi-clássico, a emissão espontânea é a responsável pelo decaimento. Entretanto, a discrepância maior entre os dois modelos é o termo de saturação  $2\Omega^2$  presente em (13) devido à emissão estimulada. Para intensidades altas temos uma força dada por:

$$\langle \vec{F}_{\text{sat}} \rangle = \frac{1}{2} A h \vec{k} \quad (14)$$

que é o momento transferido ao átomo dividido pelo tempo médio que ele passa no estado excitado. O modelo clássico não exhibe este tipo de comportamento porque não leva em conta a emissão estimulada.

Em conclusão, apesar da diferença de interpretação da taxa de decaimento e da ausência de saturação, o modelo clássico é capaz de prever o efeito de deslocamento para o azul e a força de recuo. Este efeito aparece devido ao fato de que a força magnética tem um valor médio finito na direção do vetor de propagação  $\vec{k}$ , resultando numa velocidade atômica relativamente grande para tempos maiores que  $2\pi/\omega$ . Uma vez que o átomo começa a se mover, o efeito Doppler muda sua frequência de ressonância para o azul. Para um pulso de radiação com duração  $t$ , existe uma de-sintonia ótima para a qual o recuo é máximo. Esta de-sintonia corresponde ao máximo da curva  $v \times \Delta$  e depende linearmente em  $t$ .

#### BIBLIOGRAFIA

- (1) A.L. Robinson, *Science* 218, 1103 (1982).
- (2) J. Prodan, W.D. Phillips and H.J. Metcalf, *Phys. Rev. Lett.* 54, 992 (1985).
- (3) S. Chu, L. Hollberg, J.E. Bjorkholm, A. Cable and A. Alkim, *Phys. Rev. Lett.* 55, 48 (1985).
- (4) R.J. Cook, *Phys. Rev.* A22, 1078 (1985).
- (5) R.J. Cook, *Phys. Rev.* A20, 224 (1979).
- (6) G.R. Fowles, "Introduction to Modern Optics", Holt, Rinehart and Winston, Inc., NY (1968).
- (7) J.D. Jackson, "Classical Electrodynamics", 2nd edition, John Wiley & Sons, NY (1975).
- (8) K.R. Symon, "Mechanics", 3rd edition, Addison-Wesley Publishing Co, Reading, Ma (1971).