revista de ensino de física vol. 10 dez/1988

# ANÁLISE DE UM EXPERIMENTO

MILTON ANTONIO ZARO, ROSA LEAMAR DIAS BLANCO e HORÁCIO ANTONIO VIELMO
*Escola de Engenharia da UFRGS*(*)

## 1. INTRODUÇÃO

No campo da Física Experimental, várias vezes repetem-se certos experimentos com o objetivo de observar e/ou comprovar certas leis básicas da Física. A determinação do equivalente mecânico do calor, é um desses experimentos que pode ser realizado com equipamento não sofisticado, a partir da transformação de energia elétrica em calor, através de um resistor colocado num calorímetro. Medições independentes desta energia permitem determinar "J".

A idéia fundamental deste trabalho, não é apenas apresentar um experimento ou uma técnica, mas mostrar como se pode explorar um experimento relativamente simples, relacionar uma série de dados e observações, e quem sabe, atingir uma maior compreensão de certas leis físicas. A maneira como se escreve e analisa uma equação, os cuidados na preparação e execução de um experimento (bem como na coleta de dados), são regras básicas que podem levar o pesquisador a extrair, mesmo de um experimento simples, conclusões claras e precisas a respeito de determinadas situações. É muito construtivo poder salientar os mais importantes aspectos que podem ser inferidos de uma dada situação experimental, além de, é claro, avaliar mais concretamente se determinadas condições são realmente secundárias.

## 2. FUNDAMENTOS TEÓRICOS

Considerando que o calorímetro seja o sistema termodinâmico mostrado na Figura 1 tem-se, da 1ª Lei da Termodinâmica, que:

$$\frac{\delta Q}{\delta \theta} = \frac{dU}{d\theta} + \frac{dEC}{d\theta} + \frac{dEP}{d\theta} + \frac{\delta W}{\delta \theta} \qquad (1)$$

---

(*) *Escola de Engenharia da UFRGS, DEMEC, Rua Sarmento Leite, 425, 90050, Poa, RS, Brasil.*

onde:

$Q$ - calor que ultrapassa a fronteira do sistema termodinâmico
$U$ - energia interna do sistema
$EC$ - energia cinética do sistema
$EP$ - energia potencial do sistema
$W$ - trabalho que ultrapassa a fronteira do sistema
$\theta$ - tempo

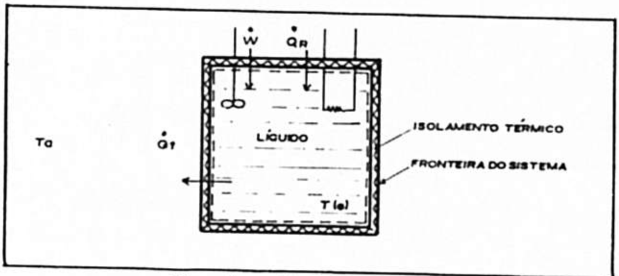


Fig. 1 - Sistema Termodinâmico

Supondo que não há variação de energia cinética e potencial, e que a potência entregue pelo agitador é desprezível frente ao nível de precisão do experimento, tem-se, da equação (1), adotando o sinal positivo para o calor que entra no sistema por unidade de tempo ($\dot{Q}_R$, proveniente do resistor) e o sinal negativo para o calor que sai do sistema por unidade de tempo ($\dot{Q}_t$, transmitido ao meio através das paredes do sistema), que:

$$\frac{dQ_R}{d\theta} - \frac{dQ_t}{d\theta} = \frac{dU}{d\theta} \quad . \tag{2}$$

Quanto ao calor transmitido para o meio, pode-se dizer que:

$$\frac{dQ_t}{d\theta} = \mu S (T(\theta) - T_a) \tag{3}$$

onde:

$\mu$ - coeficiente global de troca de calor entre o líquido e o meio, suposto constante
$S$ - superfície de troca de calor
$T(\theta)$ - temperatura do líquido, que depende do tempo considerado
$T_a$ - temperatura do meio, suposta constante durante o intervalo de tempo do experimento.

O circuito de troca de calor entre a água e o meio é o representado na Figura 2.

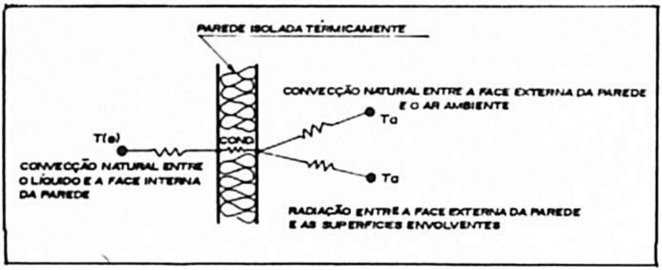


Fig. 2 - Circuito Térmico

Sabe-se que $\mu = 1/\Sigma R$, onde $\Sigma R$ é o somatório de todas as resistências térmicas mostradas no circuito térmico da Figura 2. $\mu$ pode ser considerado constante, já que a resistência térmica dominante deverá ser a de condução, além do fato de serem relativamente pequenos os intervalos de temperatura de trabalho.

Fazendo $\mu S = K$, na equação (3), tem-se:

$$\frac{dQ_t}{d\theta} = K(T(\theta) - T_a) \quad . \tag{4}$$

Quanto à variação de energia interna do sistema com o tempo pode-se dizer que:

$$\frac{dU}{d\theta} = mc_p \frac{dT}{d\theta} \tag{5}$$

onde:

m - massa do sistema líquido + materiais do recipiente, fios elétricos, resistor, agitador e termômetro

$c_p$ - calor específico a pressão constante do sistema.

Substituindo as equações (4) e (5) na equação (2) tem-se:

$$\frac{dQ_R}{d\theta} = K(T(\theta) - T_a) + mc_p \frac{dT}{d\theta} \quad .$$

Note-se que $\frac{dT}{d\theta} = \frac{d(T-T_a)}{d\theta}$ e, fazendo $T-T_a = v$, tem-se:

$$\frac{dQ_R}{d\theta} = Kv + mc_p \frac{dv}{d\theta} \quad . \qquad (6)$$

Se essa taxa de calor $dQ_R/d\theta$ for transferida ao sistema através de um resistor que esteja dissipando uma potência P (watts), tem-se:

$$P = J \frac{dQ_R}{d\theta} \qquad (7)$$

onde J é o equivalente mecânico do calor (1 cal = 4,186 Joules).

Desse modo, a equação (6) pode ser escrita:

$$P = J\left(Kv + mc_p \frac{dv}{d\theta}\right) \quad . \qquad (8)$$

A equação (8) é uma equação diferencial não homogênea. Assumindo K, $c_p$, m e P constantes, esta equação é linear de coeficientes constantes, podendo ser integrada facilmente, quando expressa na forma

$$\int d\theta = \int \frac{dv}{a-bv}$$

ou

$$\theta = -\frac{1}{b} \ell n(a-bv) + A \qquad (9)$$

onde $a = \frac{P}{Jmc_p}$ ; $b = \frac{K}{mc_p}$ e A é uma constante de integração que depende das condições iniciais.

Da equação (9) tem-se:

$$v = \frac{a}{b} - \exp[-b(\theta+A)] \quad . \qquad (10)$$

Impondo como condição de contorno que para $\theta=0$, $v=v_0$ e substituindo na equação (10) obtém-se:

$$v_0 = \frac{a}{b} - \exp[-bA]$$

$$\exp(-bA) = \frac{a}{b} - v_0$$

$$-bA = \ell n(\frac{a}{b} - v_0)$$

$$A = -\frac{1}{b} \ell n(\frac{a}{b} - v_0) \quad . \qquad (11)$$

Deste modo a equação (10) pode ser escrita da forma:

$$v = \frac{a}{b} - \left(\frac{a}{b} - v_0\right) \exp(-b\theta)$$

ou

$$v = \frac{P}{KJ} - \left(\frac{P}{KJ} - v_0\right) \exp\left(-\frac{K}{m\,c_p}\theta\right) \tag{12}$$

Observa-se da equação (12) e da Figura 3 que se $\theta$ tende a $\infty$, $v$ tende a $P/KJ$ (esta situação do ponto de vista prático, não interessa).

Calculando-se o valor de $dv/d\theta$ para $\theta=0$ tem-se:

$$\left.\frac{dv}{d\theta}\right|_{\theta=0} = \frac{K}{m\,c_p}\left(\frac{P}{KJ} - v_0\right) \tag{13}$$

Portanto, da equação (13) vem

$$J = \frac{P}{K\left(v_0 + \frac{m\,c_p}{K}\left.\frac{dv}{d\theta}\right|_{\theta=0}\right)} \tag{14}$$

Se a condição de contorno imposta na equação (10) for que para $\theta=0$, $v=0$, ou seja, que o experimento inicia na temperatura ambiente, $T_a$, então a equação (12) é:

$$v = \frac{P}{KJ}\left[1 - \exp\left(-\frac{K}{m\,c_p}\,\theta\right)\right] \tag{15}$$

e a equação (14) é:

$$J = \frac{P/m\,c_p}{\left.\frac{dv}{d\theta}\right|_{\theta=0}} \tag{16}$$

Desta forma, ao construir o gráfico da Figura 3, a partir dos dados obtidos num experimento e conhecendo-se $P$, $C_p$ e $m$, pode-se determinar o valor de $J$, sem conhecer o valor de $K$.

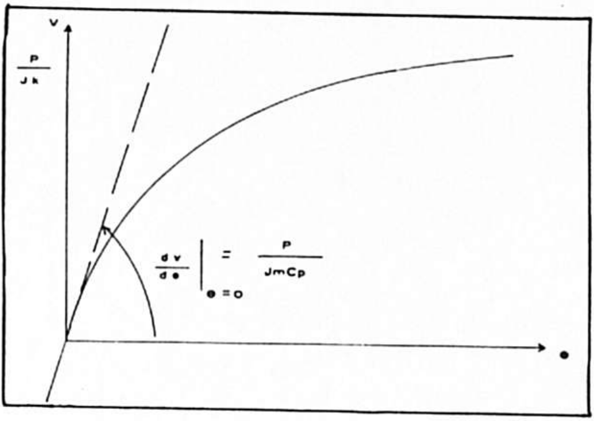


Fig. 3 - Gráfico $v \times \theta$

## 3. PARTE PRÁTICA

Uma certa massa de água é colocada num calorímetro, ambos a temperatura ambiente. O conjunto é aquecido através de um resistor mergulhado na água, pelo qual se faz circular corrente elétrica. Uma fonte de tensão constante garante que a potência fornecida seja mantida constante. A potência é ajustada de modo que o aquecimento seja suficientemente lento, de modo a garantir a homogeneidade do banho (agitando lentamente o calorímetro).

A temperatura pode ser medida com um termômetro de mercúrio ou com um termopar (a vantagem do uso do termopar prende-se ao fato de ser gerado um sinal elétrico que pode ser registrado, ou processado através de um micro-computador, mas certamente tornaria o experimento mais complexo). O sistema é aquecido a partir da temperatura ambiente, até uma temperatura final superior à ambiente. Registra-se a temperatura atingida pelo sistema, ao longo do tempo, e a seguir graficam-se os valores obtidos, determinando-se, graficamente, a derivada desta curva em torno da temperatura ambiente, conforme mostra a Figura 3.

A Figura 4 mostra esquematicamente, a montagem do experimento. Utilizando-se uma lata de cerveja, cuja parte superior foi cortada, como calorímetro. A lata foi embutida (sem folga) num recipiente de isopor, cuja parede tem cerca de 1 cm de espessura, e uma tampa também de isopor, na qual foram feitos três orifícios: um para o termômetro e os outros dois para a passagem dos fios que estão conectados ao resistor de aquecimento.

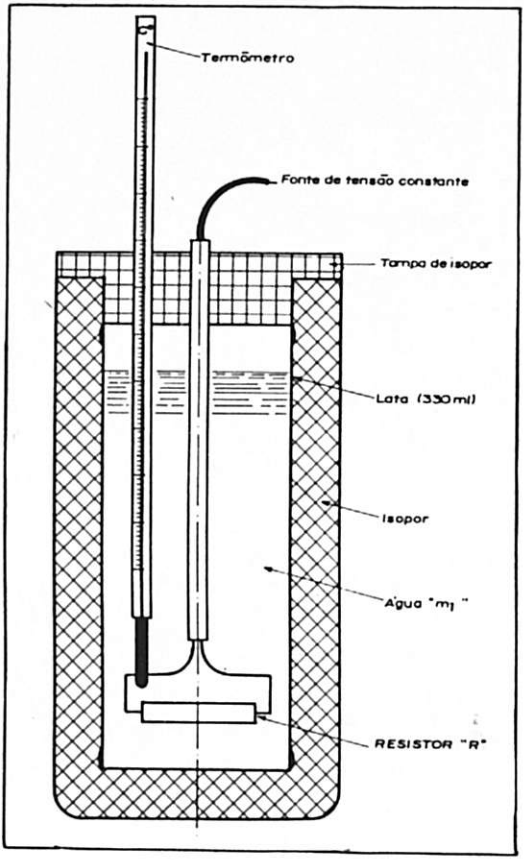


Fig. 4 - Calorímetro utilizado - o resistor R ligado à fonte de tensão constante transforma energia elétrica em térmica.

O resistor de aquecimento usado foi um resistor comercial de carbono de 200Ω - 5W, soldado em fios comuns de conexão. A tensão foi mantida constante, em torno de 40V, através de uma fonte c.c. regulada e estabilizada (a flutuação da tensão foi inferior a 1%). A temperatura foi medida com um termopar tipo K, com bainha de aço inox, de diâmetro 3mm, acoplado a um milivoltímetro registrador (±0,2%). Note-se que a temperatura poderia ter sido medida com um termômetro comum, de mercúrio, dispensando o registrador, que obviamente trata-se de um equipamento mais sofisticado.

Como o calorímetro é constituído de dois materiais (lata + isopor) tornar-se-ia bastante complexo tentar avaliar o calor específico do calorímetro. Desta forma, supõe-se que o calorímetro seja "de água", e pode-se, então, introduzir o conceito de "equivalente em água" do calorímetro (ou seja, a quantidade de água que dissiparia ou absorveria a mesma quantidade de calor que o calorímetro).

Para determinar o equivalente de água do calorímetro aquece-se uma quantidade de água $m_a$ a uma temperatura $T_1$ e joga-se no calorímetro que está a uma temperatura inicial $T_0$, sendo $T_0 < T_1$.

Espera-se que o sistema atinja o equilíbrio térmico a uma temperatura $T$. Desprezando-se as perdas de calor, pode-se escrever:

$$m_a c_a (T_1 - T) = m_c c_c (T - T_0) \tag{17}$$

onde

$c_a$ é o calor específico da água, 1 $cal g^{-1} {}^{o}C^{-1}$;
$m_c$ é a massa do calorímetro;
$c_c$ é o calor específico do calorímetro.

A equação (17) pode, usando o conceito de "equivalente em água do calorímetro", ser escrita da seguinte forma:

$$m_a c_a (T_1 - T) = m_e c_a (T - T_0) \tag{18}$$

onde

$m_e$ é o equivalente em água do calorímetro.

Conhecido o equivalente em água do calorímetro, pode-se então, realizar o experimento para a determinação de J (lembre-se que $m = m_a + m_e$, na expressão (16)), cuja montagem pode ser visualizada na Figura 4.

O procedimento experimental adotado foi o seguinte: colocou-se uma quantidade de água $m_1 = (300 \pm 5)g$ no calorímetro, cujo equivalente em água é $m_e = (14 \pm 4)g$. Um resistor de $(194 \pm 5\%)\Omega$, mantido a uma d.d.p. constante de $(40{,}0 \pm 0{,}4)V$ foi fixado no interior do calorímetro. O sistema, inicialmente, encontrava-se à temperatura ambiente de $24{,}1^{o}C$.

O sistema foi aquecido durante um intervalo de ≅ 30 minutos. A Tabela I mostra os dados obtidos. A Figura 5 mostra o gráfico v versus $\theta$ dos dados da Tabela I.

| $\theta$ (min) | T ($^{o}$C) | v = T-$T_a$ ($^{o}$C) |
|---|---|---|
| 0 | 24,1 | 0,0 |
| 2 | 24,8 | 0,7 |
| 4 | 25,6 | 1,6 |
| 10 | 27,9 | 3,8 |
| 15 | 29,7 | 5,7 |
| 20 | 31,5 | 7,4 |
| 26 | 33,3 | 9,2 |
| 29 | 34,7 | 10,6 |

TABELA 1 - Resultados experimentais (Temperatura ambiente, $T_a = 24,1^{o}C$).

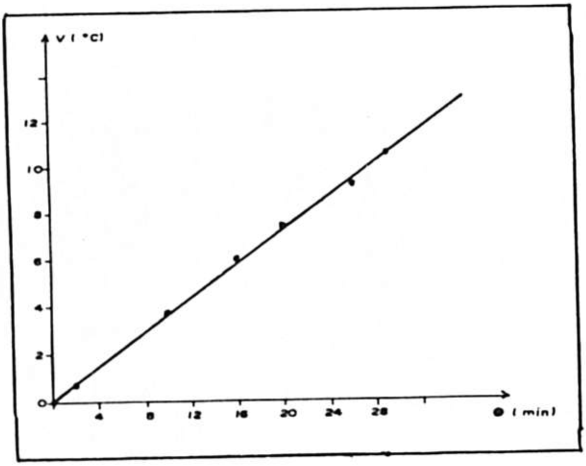


Fig. 5 - Resultados experimentais

A derivada gráfica, na Figura 5, para v = 0 é $\left.\frac{dv}{d\theta}\right|_{\theta=0}$ = $= (6,2 \times 10^{-3} \pm 5\%)^{o}C/s$ .

Com os dados de $m_1 = (300 \pm 5)g$ e $m_e = (14 \pm 4)g$ , tem-se

$$m = m_1 + m_e = (314 \pm 6)g = (314 \pm 2\%)g \quad .$$

Com os dados da tensão V e da resistência R, resulta:

$$P = \frac{V^2}{R} = (8,2 \pm 5\%)W \quad .$$

Lembrando que $c_p = 1\ cal/g^oC$ e introduzindo estes dados na equação (16), tem-se para o equivalente mecânico do calor:

$$J = (4,2 \pm 0,3)J \cdot cal^{-1} \quad .$$

Pode-se observar que o termo $m = m_1 + m_e$, é muito mais afetado pela incerteza de $m_1$ do que de $m_e$. Isto é, mesmo que $m_e$ seja determinado com a imprecisão de 30% a 40%, como seu valor comparado com $m_1$, é pequeno, esta incerteza é praticamente negligenciável no valor final da incerteza de J.

## 4. DISCUSSÃO DOS RESULTADOS

Calculando-se $\left.\frac{dv}{d\theta}\right|_{\theta=0}$ a partir da expressão (15) nota-se que este independe do valor de K. Tem-se, também, que a solução proposta para a equação diferencial (8) pressupõe que K seja constante.

## BIBLIOGRAFIA


M.A. Zaro & I.G. Borchardt, "Instrumentação - Guia de Aulas Práticas", Ed. UFRGS, Porto Alegre, 1982.

J.P. Hollmann, "Métodos Experimentales para Ingenieros", McGraw-Hill, 1979.

L.A. Ramos, "Física Experimental", Ed. Mercado Aberto, Porto Alegre, 1985.

Apostilas Práticas de Física II, ITA, 1973.

F. Kreith, "Princípios da Transmissão de Calor", Ed. Edgard Blücher, 1977.