

DESCRIÇÃO E USO DE UM APARELHO PARA O ESTUDO DA DINÂMICA DA ROTAÇÃO*

ROBERTO HESSEL

Departamento de Física, Instituto de Geociências e Ciências Exatas
UNESP, Rio Claro, SP

1. INTRODUÇÃO

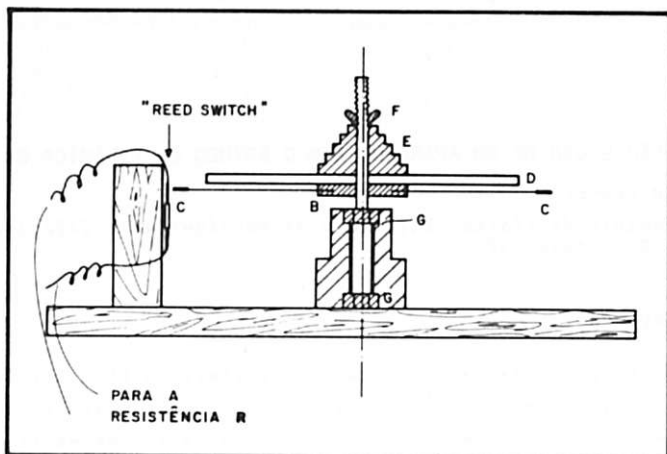
Para estudar a dinâmica da translação o PSSC utiliza carrinho e marcador de tempo⁽¹⁾. Esses instrumentos, simples e eficientes, permitem, por exemplo, estabelecer a 2ª lei de Newton ou estudar a conservação da quantidade de movimento de um sistema em colisões numa única dimensão. De forma análoga o texto avançado do PSSC (Advanced Topics Supplement) emprega discos e peças de formatos diversos, que podem girar em torno de um eixo, e novamente o marcador de tempo para estudar a dinâmica da rotação⁽²⁾.

Neste trabalho descrevemos uma montagem para estudar a dinâmica da rotação, semelhante àquela descrita no PSSC Avançado e mostramos como vem sendo utilizada por nós para auxiliar na introdução dos conceitos de torque, momento de inércia e momento angular. A principal diferença entre nossa montagem e a descrita pelo PSSC Avançado está na forma de utilizar o marcador de tempo e na sequência de experiências adotada que, segundo nos parece, mostra mais nitidamente a correspondência entre as grandezas utilizadas para estudar a dinâmica da translação e aquelas para estudar a dinâmica da rotação.

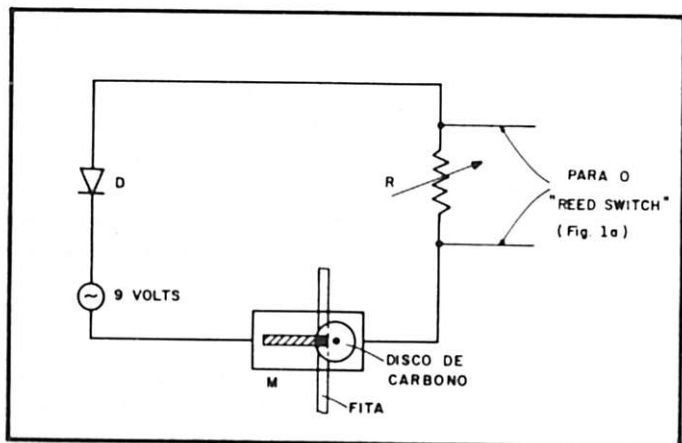
2. DESCRIÇÃO DA MONTAGEM

O arranjo experimental está mostrado nas figuras 1a e 1b. Sobre o prato (B) (Fig. 1a) podemos apoiar discos (D) ou peças de formatos diversos. (Os discos são de aço e têm aproximadamente 1,2 kg, 21 cm de diâmetro e 4,4 mm de espessura). Sobre o(s) mesmo(s) vão as polias (E) com 20, 30, ..., 60 mm de diâmetro e todo o conjunto é mantido fixo às custas de uma borboleta (F). O eixo no qual as peças estão montadas gira suavemente devido à presença dos rolamentos (G). Do prato B saem duas hastes metálicas em cujas extremidades (C), diametralmente opostas, são inseridos fêmãs cilíndricos, cuja fun

*Trabalho financiado pela Comissão de Projetos Especiais da UNESP.



(a)



(b)

Fig. 1 - Arranjo experimental. (a) Parte mecânica. (b) Parte elétrica.

ção é ativar um "reed switch" normalmente aberto (NA). Um reed switch NA* é uma pequena chave de lâminas encapsuladas feitas de material ferromagnético e mantidas separadas (Fig. 2a). Quando um ímã passa pela extremidade de uma das lâminas, elas se juntam magneticamente e a chave se fecha (Fig. 2b).

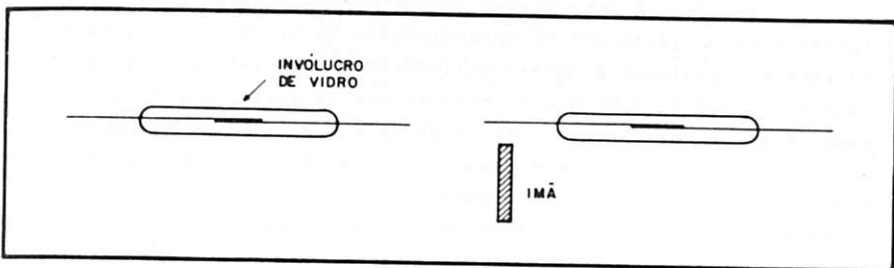


Fig. 2 - O "reed switch". (a) Normalmente aberto. (b) Fechado.

O MARCADOR DE TEMPO

O marcador de tempo utilizado (M na Fig. 1b) é um pouco diferente daquele descrito no PSSC, pois é alimentado por um transformador com saída de 9 volts em vez de pilhas. Essencialmente consiste em uma lâmina de serra com um parafuso em sua extremidade, que martela um disco de carbono, sob o qual passa continuamente uma fita de papel (Fig. 3).

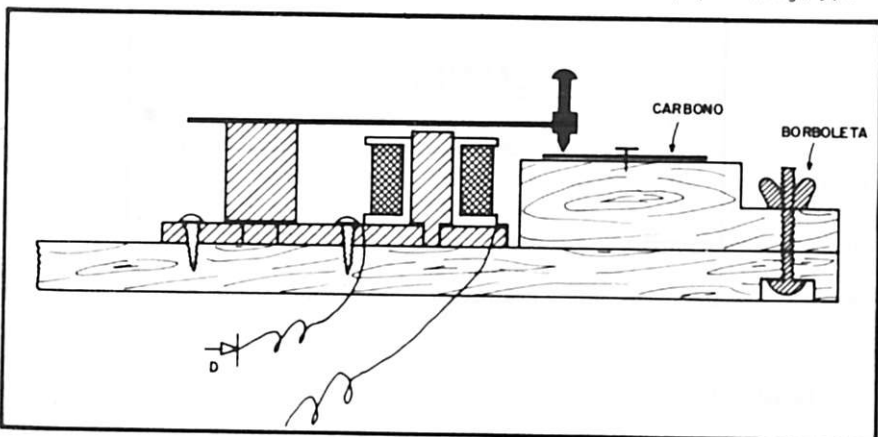


Fig. 3 - O marcador de tempo.

*Podem ser encontrados em várias casas de material eletrônico na Rua Santa Efigênia no centro de São Paulo.

O núcleo do eletroímã atrai a lâmina de serra toda vez que é atravessado por um pulso de corrente. Isto acontece a uma frequência de 60 Hz, em virtude da presença do diodo D em série com a bobina do marcador (sem o diodo a lâmina seria atraída 120 vezes por segundo). Como consequência aparecerão sobre a fita de papel 60 marcas por segundo. A intensidade dessas marcas dependerá do valor da resistência R (dado por um potenciômetro de 50 ohms). Enquanto as lâminas encapsuladas do "reed switch" (Fig. 1a) estiverem separadas (chave aberta) R limitará a corrente que atravessa a bobina do marcador e as marcas sobre a fita serão mais fracas; quando elas se juntarem (chave fechada) sob a ação do ímã, a resistência será desativada e as marcas sobre a fita passarão a ser mais intensas⁽³⁾. A resistência R deve ser ajustada de modo que seja conseguido um bom contraste entre as marcas mais claras e as mais escuras.

As experiências são realizadas por dois alunos. Um deles gira o conjunto aplicando um torque adequado através de um dinamômetro, enquanto o outro puxa a fita, continuamente, através de um marcador. Toda vez que o ímã passar pelo "reed" surgirão marcas escuras sobre a fita; no resto do tempo as marcas aparecerão mais claras. Assim, à medida que o disco gira, a fita vai registrando os intervalos de tempo correspondentes a cada deslocamento angular de π radianos (Fig. 4).

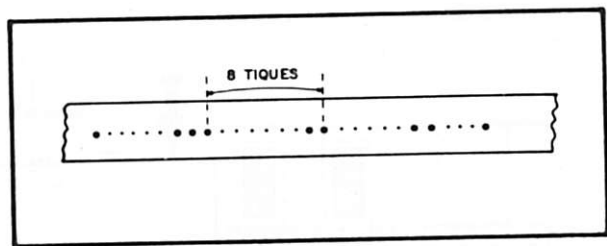


Fig. 4 - Aspecto de uma fita. 8 tiques, no caso, é o tempo que o disco leva para girar de π radianos.

O DINAMÔMETRO

O dinamômetro foi construído com uma mola de constante elástica 22 N/m e um tubo de PVC de 1/2 polegada, com a forma indicada na Fig. 5.

Sobre uma das bordas do cocho (Fig. 5) fizemos seis marcas, separadas de 3 cm uma da outra, de tal forma que a 1ª corresponda à posição de repouso da mola, a 2ª à força unitária e assim por diante.

te. A forma deste dinamômetro permite observar mais facilmente se a distensão da mola se mantém aproximadamente constante durante a realização do experimento.

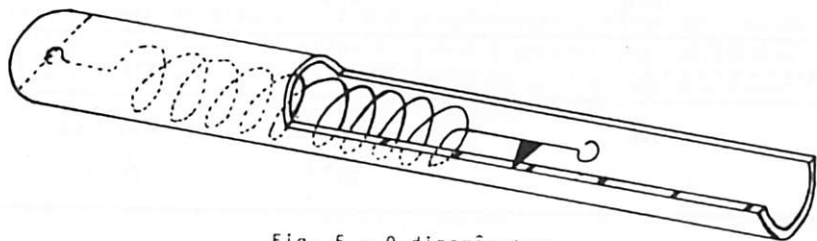


Fig. 5 - O dinamômetro.

3. A SEQUÊNCIA EXPERIMENTAL ADOTADA

EXPERIÊNCIA 1: ACELERAÇÃO ANGULAR CONSTANTE

A finalidade desta experiência é, principalmente, familiarizar o estudante com o equipamento. A partir dela verificará que uma força constante, atuando tangencialmente numa das polias, imprime a um disco uma aceleração angular constante. (Temos observado que é possível manter a força razoavelmente constante pelo menos durante 3 ou 4 giros completos do disco).

Procedimento experimental

Inicialmente, com o marcador de tempo ligado, o estudante movimentará o ímã em torno do "reed" até descobrir a posição em que acontece o desligamento da chave. Feito isso mantém o ímã contra um aparador (bloco de madeira) numa posição imediatamente anterior ao ponto em que houve o desligamento da chave. Com uma das mãos puxa o dinamômetro e com a outra retira o bloco de madeira que liberará o ímã. Enquanto isso seu colega puxa a fita através do marcador. Adotando este procedimento teremos garantia, a menos de um pequeno erro, que o tempo começará a ser contado a partir do instante em que o movimento se inicia. A Fig. 6 mostra o aspecto que terá a fita após uma corrida.

A etapa seguinte é obter, a partir dos dados extraídos da fita, gráficos do deslocamento angular θ contra t^2 , que no caso serão retas passando (ou quase) pela origem, conforme ilustra a Fig. 7. A aceleração angular procurada (ϕ) será o dobro da inclinação da reta.

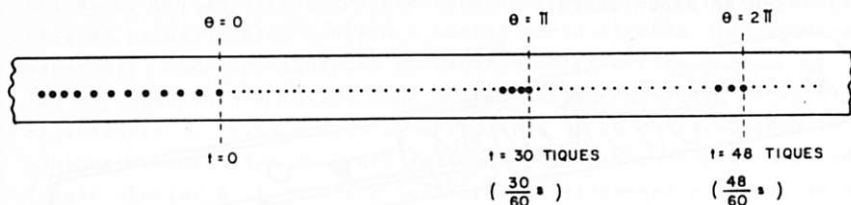


Fig. 6 - Pedaco de uma fita correspondente a uma corrida. O conjunto maior de marcas escuras corresponde ao tempo que o ímã permaneceu encostado no aparador de madeira, uma vez ligado o marcador de tempo.

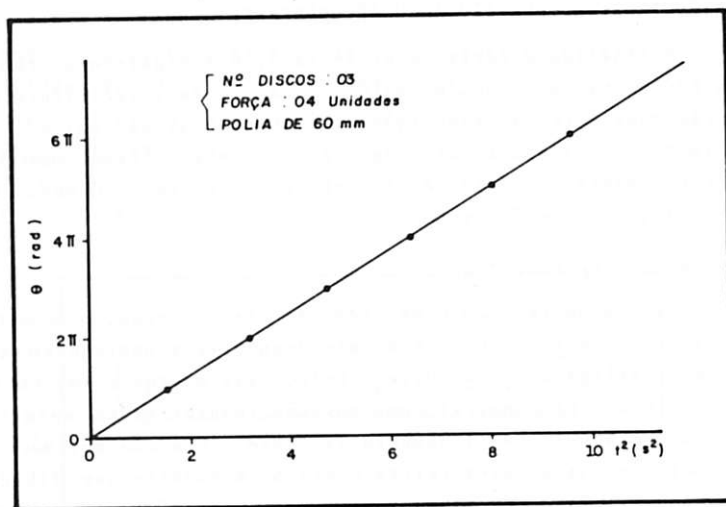


Fig. 7 - Dependência entre o deslocamento angular e o tempo, quando três discos são acelerados às custas de uma força de quatro unidades, atuando tangencialmente na polia de 60 mm de diâmetro.

EXPERIÊNCIA 2: ACELERAÇÃO ANGULAR E TORQUE

Com esta experiência pretendemos mostrar qual é o agente responsável pela aceleração angular. A experiência é dividida em duas partes. Na primeira, um disco é acelerado por forças variando de 1 a 5 unidades e atuando no barbante enrolado sempre numa mesma polia. Na segunda parte uma mesma força é aplicada sucessivamente nas po-

lias de 20, 30, ... , 60 mm de diâmetro. Resultados típicos estão re-
presentados nos gráficos das figuras 8a e 8b.

A partir destes gráficos o aluno é levado a concluir que, fi-
xado o número de discos, i) ϕ é proporcional à força (F), quando se
utiliza sempre a mesma polia, e ii) ϕ é proporcional ao diâmetro da
polia e, portanto, ao raio (r), quando se aplica sempre a mesma for-
ça. De i) e ii) pode concluir, finalmente, que

$$\phi \propto r.F .$$

(Tanto na 1ª quanto na 2ª parte, começamos o experimento escolhendo
um torque unitário. Se esse torque for muito maior que o torque mí-
nimo necessário para movimentar o(s) disco(s), as retas passarão pra-
ticamente pela origem; é o que aconteceu na Fig. 8. Caso contrário
as retas poderão passar à direita da origem, o que não invalida, en-
tretanto, a conclusão final).

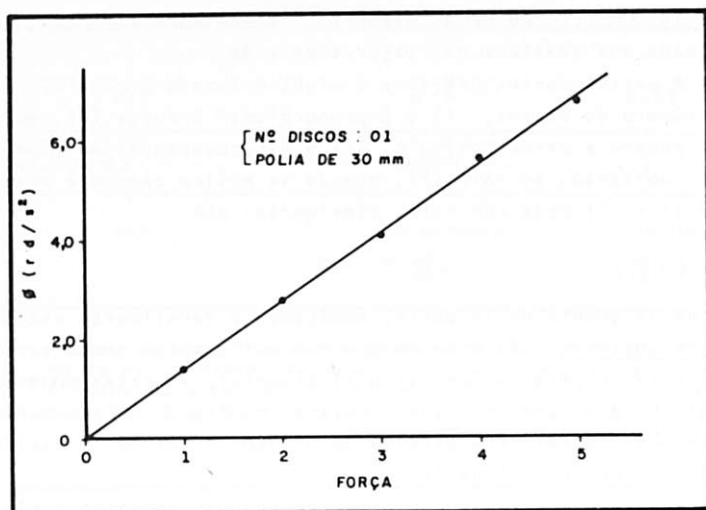
Com isso mostramos que o agente responsável pela aceleração
angular é o produto rF que é definido como o torque (τ). Resumindo:

$$r.F \equiv \tau \quad \text{e} \quad \phi \propto \tau .$$

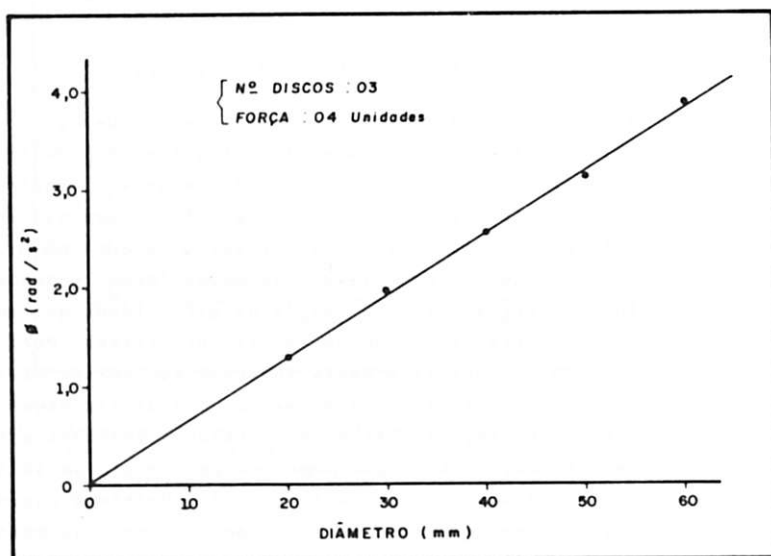
EXPERIÊNCIA 3: ACELERAÇÃO ANGULAR E MOMENTO DE INÉRCIA

Com esta experiência pretendemos responder à questão: Que
grandeza, na rotação, faz o mesmo papel da massa inercial na trans-
lação? Para auxiliar na resposta lembramos aos alunos, seguindo o
PSSC⁽⁴⁾, que a massa inercial é uma medida da dificuldade que encon-
tramos para acelerar um corpo numa certa direção, na qual não esteja
sujeito a qualquer vínculo. Na rotação, da mesma forma, podemos de-
finir o momento de inércia como uma medida da dificuldade que encon-
tramos para girar um corpo em torno de um eixo pré-fixado. Para que
percebam que momento de inércia e massa inercial são coisas distin-
tas, mostramos que dois discos de mesma massa, mas de dimensões di-
ferentes, adquirem acelerações diferentes, quando submetidos a tor-
ques iguais. Admitimos, também, que momentos de inércia se adicio-
nam da mesma forma que massas inerciais, isto é, admitimos que dois
discos idênticos têm, em relação a um eixo dado, o dobro do momento
de inércia que tem um disco.

Para estabelecer a relação entre a aceleração angular (ϕ) e
o momento de inércia (I) pedimos que, seguindo o procedimento da ex-
periência 1, acelerem sucessivamente conjuntos de 1, 2, ... , 5 dis-
cos idênticos, aplicando sempre um mesmo torque. Como a aceleração
angular e o momento de inércia obedecem a alguma relação inversa ten-



(a)



(b)

Fig. 8 - Dependência entre a aceleração angular (a) de um disco e a força, quando atua na polia de 30 mm de diâmetro e (b) de três discos e o diâmetro da polia, quando uma força de quatro unidades atua tangencialmente na polia.

tamos um gráfico (o mais simples) de $1/\phi$ contra o número de discos (por que não fazer ϕ contra $1/n^2$ de discos?). A Fig. 9 mostra um resultado típico.

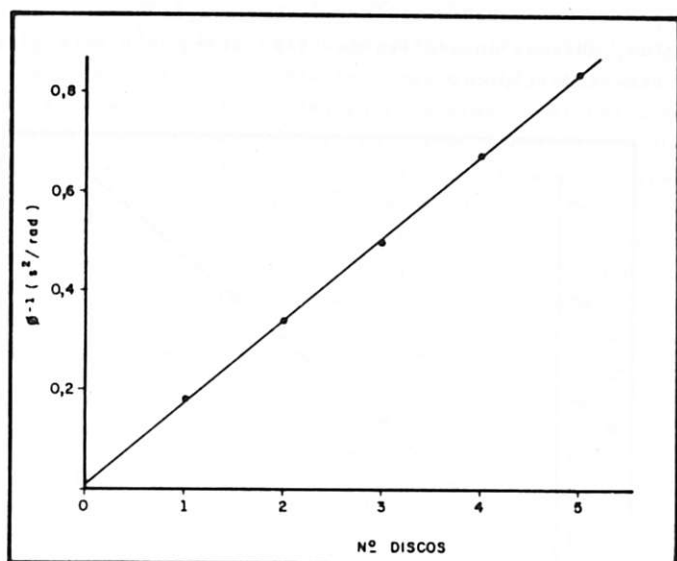


Fig. 9 - Dependência entre a aceleração angular e o número de discos.

Se o aparelho, sem os discos, não tivesse um momento de inércia próprio a reta passaria pela origem. A partir deste fato podemos concluir que $1/\phi \propto n^2$ de discos e, portanto, que $\phi \propto 1/l$. Reunindo este resultado com o obtido na Exp. 2 ($\phi \propto \tau$) concluímos, finalmente, que $\phi \propto \tau/l$ e, se for escolhido um sistema de unidades conveniente, a relação entre as três grandezas será escrita como

$$\tau = l\phi$$

EXPERIÊNCIA 4: DE QUE DEPENDE I ?

Na experiência anterior, o aluno já percebeu que o momento de inércia de um corpo rígido em relação a um eixo depende da forma como sua massa está distribuída em torno do eixo. Logo, o momento de inércia de uma partícula deve depender do quanto ela está distante do eixo de rotação.

Começamos, então, com um elemento de massa Δm a uma distância r do eixo. Mantendo r constante, $I \propto \Delta m$ pois momentos de inércia

cia se adicionam como massas inerciais. Mantendo Δm constante, investigamos a dependência entre I e r medindo as acelerações angulares de um pequeno bloco de latão, colocado em diferentes pontos de uma barra fixa no prato do aparelho (na verdade, utilizamos duas massas colocadas em posições simétricas em relação ao eixo de rotação). Em seguida, obtemos um gráfico de $1/\phi$ contra r^2 . A figura 10 mostra um resultado típico.

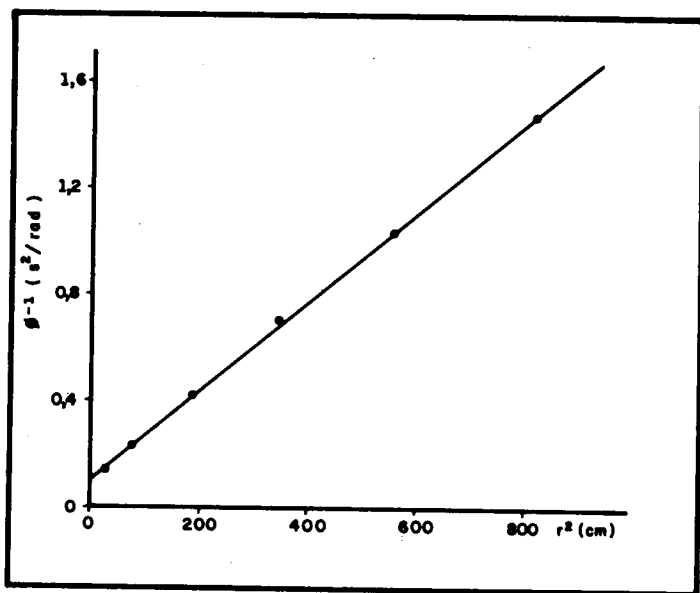


Fig. 10 - Dependência entre a aceleração angular de um elemento de massa Δm e sua distância ao eixo de rotação.

Se o aparelho, uma vez excluído o elemento de massa Δm , não tivesse um momento de inércia próprio a reta passaria pela origem, daí podemos dizer que $1/\phi \propto r^2$. Como, para um torque constante, $1/\phi \propto I$, concluímos que $I \propto r^2$. Desta forma o momento de inércia do elemento Δm a uma distância r do eixo será proporcional à $r^2 \cdot \Delta m$.

EXPERIÊNCIA 5: MOMENTO ANGULAR

Podemos associar a um corpo rígido, girando em torno de um eixo fixo, alguma grandeza análoga ao momento linear? Se isto for possível, por analogia com a definição de momento linear, deverá ser igual a lw e deverá se conservar, se o torque externo resultante atuando no sistema for nulo. Seja, então, $L = lw$ a nova grandeza,

denominada momento angular.

A experiência mais simples que podemos idealizar para verificar a conservação do momento angular é equivalente à Exp. III-9 do PSSC⁽⁵⁾, em que um tijolo é deixado cair sobre um carrinho em movimento. Sô que agora deixamos cair um disco sobre um outro que está girando, fixo no prato B às custas de um plano (Fig. 11), e medimos as velocidades angulares do conjunto antes e após a colisão. Calculando o momento angular do sistema antes e após a colisão saberemos se houve conservação (o momento de inércia do conjunto sem discos pode ser incluído nos cálculos, pois é conhecido como uma fração do momento de inércia de um dos discos, a partir do gráfico da Fig. 9). Nos testes que efetuamos a diferença entre os momentos angulares final e inicial do sistema não chega (em geral) a 2% do momento angular inicial. Para velocidades grandes a diferença é menor que 1%.

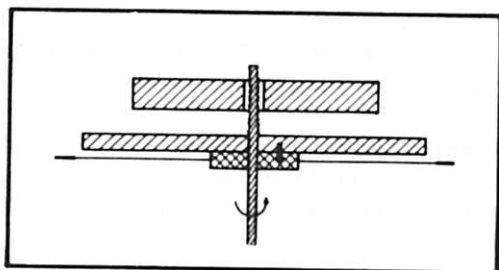


Fig. 11 - Arranjo experimental para uma experiência de colisão.

4. DISCUSSÃO FINAL

A finalidade das experiências descritas é introduzir os conceitos básicos de dinâmica das rotações para que o professor nas aulas de teoria tenha condições de desenvolver formalmente o assunto com mais proveito. Se conseguirmos isto o objetivo terá sido atingido. A sequência adotada não pretende esgotar o tema, mesmo porque a máquina idealizada não permite isso. Ela não se presta, por exemplo, para explorar a natureza vetorial do momento angular e do torque.

Em nossa escola a programação do laboratório tem sido feita em colaboração com o professor de teoria que, em algumas ocasiões, tem participado como um elemento a mais da equipe. As três primeiras experiências já foram testadas em 1982 e as duas restantes em 1983. Este primeiro teste nos mostrou que é possível programar as três primeiras para duas sessões de laboratório (de 4 h cada uma, sen

do que uma hora em cada sessão é reservada para discussões). Para cumprir toda a sequência está previsto um total de três sessões de laboratório.

Um fato digno de nota é que a montagem em si e o funcionamento de seus diversos componentes têm despertado grande interesse nos alunos, que levantam questões ou tentam aplicar a máquina em outras situações. Outro fato positivo é que, mesmo sem muito esforço, os resultados obtidos são bons, de modo que não é preciso "forçar" as respostas; os alunos, de maneira geral, saem satisfeitos pelo fato de terem participado de uma experiência que "deu certo". E se o resultado não é aquele esperado, toda a experiência pode ser repetida rapidamente.

Para finalizar, resta dizer que esta máquina pode também ser usada para medir momentos de inércia, conduzindo a resultados com um erro máximo de 10%.

Agradecemos a Comissão de Projetos Especiais da UNESP pela ajuda financeira recebida e ao aluno Carlos H. Bonadio, que construiu os protótipos e ajudou a testá-los, pela dedicação e empenho demonstrados. Agradecemos, também, aos professores Roberto N. Domingos e Gilson Coutinho Jr., por se disporem a testar os aparelhos com seus alunos, e ao Prof. Dr. Alfredo P.N.R. Galeão pelas discussões úteis que manteve conosco durante toda a fase da elaboração deste artigo. Se não fossem essas colaborações, o projeto não teria sido levado a cabo.

REFERÊNCIAS

- (1) PSSC (Physical Science Study Committee) - Física. São Paulo, EDART, 1967, parte III, p. 160-186.
- (2) PSSC - Physics: Advanced Topics Supplement. Boston, D.C. Heath and Company, 1966, p. 153-6.
- (3) HESSEL, R. - "Novas aplicações para o marcador de tempo do PSSC". Rev. Ens. Fís., 3(2), 1981, p. 26-38.
- (4) Ref. 1, p. 17-20.
- (5) Ref. 1, p. 177-8.