

MONOPOLOS MAGNÉTICOS

J. Frenkel e M.L. Frenkel

Instituto de Física, Universidade de São Paulo

Há cinquenta anos, em 1931, o físico inglês Paul A. M. Dirac sugeriu a existência de partículas elementares do magnetismo, chamadas de monopolos magnéticos⁽¹⁾. Dirac estava interessado em entender a razão pela qual as cargas elétricas das partículas elementares são quantizadas. Por exemplo, podemos observar que as cargas elétricas destas partículas aparecem sempre como múltiplos inteiros da carga do elétron = -e; carga do próton = +e; carga do nêutron = 0; carga do pósitron = +e, etc. Ao procurar uma resposta para esta pergunta, ele foi levado a considerar a interação entre uma carga elétrica q e um monopolo magnético de intensidade g . Neste caso, Dirac mostrou que:

$$q = N \frac{h c}{2} \frac{1}{g} \quad (1)$$

onde N é um número inteiro, h é a constante de Planck e c representa a velocidade da luz. Assim, a existência dos monopolos magnéticos explicaria a natureza discreta da carga elétrica.

Para chegar à idéia do monopolo, Dirac partiu da observação da aparente assimetria das equações do eletromagnetismo em relação aos campos elétricos e magnéticos. Como é conhecido, estas equações foram formuladas por James Clerk Maxwell em 1862 e são:

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = 4\pi\rho_E \quad (2a)$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0 \quad (2b)$$

$$-\frac{1}{c} \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} + \vec{\nabla} \times \vec{B} = \frac{4\pi}{c} \vec{J}_E \quad (2c)$$

$$-\frac{1}{c} \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} - \vec{\nabla} \times \vec{E} = 0 \quad (2d)$$

A equação (2a), que expressa a lei de Gauss, mostra a relação entre o campo elétrico \vec{E} e a densidade de carga ρ_E que origina o campo. A equação (2b) expressa a aparente inexistência de cargas magnéticas. A equação (2c) expressa a lei de Ampère e mostra a relação entre um campo elétrico variável e o campo magnético associado a este na presença da densidade da corrente elétrica \vec{J}_E . Finalmente, a quarta e-

quação (2d), que expressa a lei da indução de Faraday, reflete, analogamente a (2b), a inexistência de correntes magnéticas.

Claramente, estas equações não são simétricas nos campos elétricos e magnéticos. Neste caso, o magnetismo aparece como um simples subproduto da eletricidade: existe somente como um resultado do movimento de cargas elétricas. A existência do monopolo magnético restauraria à teoria do eletromagnetismo uma completa simetria entre os campos elétricos e magnéticos. Neste caso, por simetria, deveriam existir partículas magnéticas que, analogamente, quando em movimento, produziriam campos elétricos. Em termos das densidades de carga e corrente magnéticas, ρ_M e \vec{J}_M , as novas equações simétricas teriam então a forma:

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = 4\pi\rho_E \quad (3a)$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 4\pi\rho_M \quad (3b)$$

$$-\frac{1}{c} \frac{\partial E}{\partial t} + \vec{\nabla} \times \vec{B} = \frac{4\pi}{c} \vec{J}_E \quad (3c)$$

$$-\frac{1}{c} \frac{\partial B}{\partial t} - \vec{\nabla} \times \vec{E} = \frac{4\pi}{c} \vec{J}_M \quad (3d)$$

A primeira vista, estas equações estariam em contradição com a experiência, pois cargas e correntes magnéticas não são observadas macroscopicamente. Contudo, como Dirac mesmo argumentou, não há necessariamente nenhuma inconsistência.

Para ver isto, consideremos a equação (1) no caso $q=e$, $N=1$. Teremos então:

$$g = \frac{\hbar c}{2} \frac{1}{e} = \frac{e}{2} \left(\frac{\hbar c}{e^2} \right) \quad (4)$$

Usando o resultado experimental de $\hbar c/e^2 = 137$, vemos que, neste caso, a intensidade do monopolo g é 68,5 vezes maior que o valor da carga elétrica e . Portanto, um par de monopolos norte e sul exerceria entre si uma força de atração $68,5 \times 68,5 = 4962,5$ vezes maior que a força exercida entre duas cargas elétricas opostas, separadas pela mesma distância. Assim, um par de monopolos norte e sul formaria um sistema fortemente ligado, com carga magnética total zero, de dimensões muito menores, da ordem de $1/4.962$ vezes, que um átomo comum, o que evidentemente não poderia ser observado macroscopicamente.

Vamos agora apresentar um argumento semi-clássico simplificado⁽²⁾, que nos permite uma melhor compreensão da condição de quan-

tização de Dirac (equação 1). Consideremos a interação entre uma partícula de carga q e velocidade v com o campo do monopolo magnético estacionário g , conforme mostra a Figura 1.

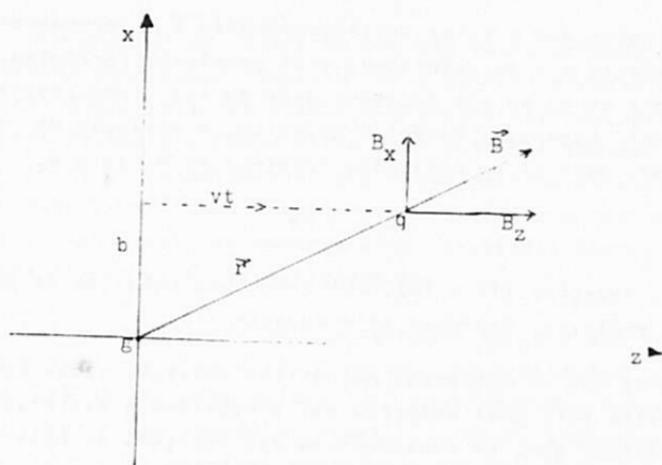


Figura 1

A partícula elétrica se move paralelamente ao eixo z , com parâmetro de impacto b , que suporemos, por simplicidade, ser suficientemente grande para que a carga elétrica seja muito pouco defletida pelo campo magnético \vec{B} do monopolo. Nesta situação, a única força atuando sobre a carga elétrica é a componente y da força de Lorentz:

$$\vec{F} = \frac{q}{c} \vec{v} \times \vec{B} = \frac{q}{c} \vec{v} \times g \frac{\vec{r}}{r^3} \quad (5a)$$

Portanto teremos:

$$F_y = q \frac{v}{c} B_x = q g \frac{b}{(b^2 + v^2 t^2)^{3/2}} \frac{v}{c} \quad (5b)$$

Assim, o impulso Δp_y transmitido por esta força será:

$$\Delta p_y = \int_{-\infty}^{+\infty} F_y(t) dt = q g \frac{vb}{c} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dt}{(b^2 + v^2 t^2)^{3/2}} = 2 \frac{qg}{cb} \quad (6)$$

Sendo que o impulso está na direção y , a partícula será defletida para fora do plano da Figura 1. Evidentemente, neste caso, o momento angular da partícula será modificado. Inicialmente, não havia compo-

nente do momento angular \vec{L} segundo o eixo z, mas, finalmente, devido ao impulso exercido pelo monopolo, existirá uma componente L_z . Portanto, a variação da componente do momento angular será:

$$\Delta L_z = b \Delta p_y = 2 \frac{qg}{c} \quad (7)$$

É importante notar que o valor desta componente é independente do parâmetro de impacto b e da velocidade v da partícula carregada. Ela depende somente de q , de g e da velocidade da luz, tendo, portanto, um valor universal. Segundo a Mecânica Quântica, a variação do momento angular só pode ocorrer em múltiplos inteiros de \hbar , isto é,

$$\Delta L_z = N\hbar \quad (8)$$

Comparando as equações (7) e (8), obteremos uma condição de quantização da carga elétrica, expressa pela equação (1).

Supondo que os monopolos magnéticos existam, vamos agora descrever a maneira pela qual poderiam ser produzidos e detectados. Para isto observemos que, em consequência das equações de Maxwell generalizadas (3), da mesma forma como a carga elétrica, a carga magnética também deve ser conservada. Então, uma vez criados, os monopolos magnéticos não podem desaparecer sozinhos, mas devem ser aniquilados e criados em pares. Por exemplo, os monopolos poderiam ser criados em pares nas colisões de partículas de grandes energias. Um tipo de colisão que poderia produzir um par de monopolos seria a interação de um foton de altíssima energia com um proton, representado na Figura 2.

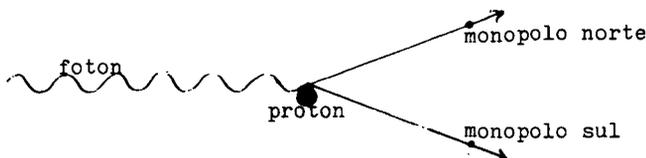


Figura 2

Sendo M a massa do monopolo, por conservação de energia, o foton, neste caso, deverá ter uma energia E_γ , no mínimo duas vezes maior que a energia de repouso do monopolo:

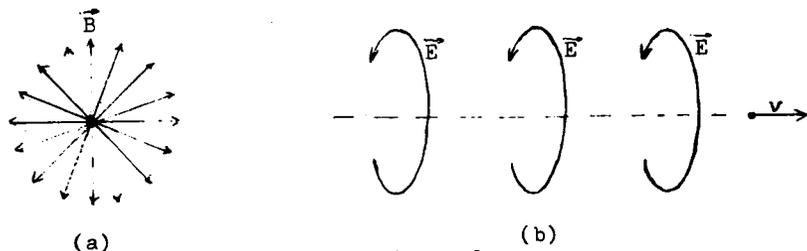
$$E_\gamma \geq 2Mc^2 \quad (9)$$

Experiências realizadas em 1962 no acelerador de Brookhaven, nos Estados Unidos⁽³⁾, com feixes de ftons de energia $E_\gamma \approx 30 m_p c^2$, onde m_p é a massa do proton, não conseguiram produzir monopolos magnéticos. Consequentemente, se existirem, os monopolos devem ter uma massa maior que $15 m_p$. Nesta altura, poderíamos perguntar qual seria a massa do monopolo magnético.

Até o final da década de 60, não havia nenhuma teoria que pudesse prever este valor. Somente com o desenvolvimento das teorias unificadas das interações fracas e eletromagnéticas, propostas em 1967 por Steven Weinberg e Abdus Salam, foi possível mostrar que os monopolos magnéticos devem possuir uma massa centenas de vezes maior que a massa do proton⁽⁴⁾. Este resultado explicaria a não observação dos monopolos magnéticos nas experiências realizadas com as energias atualmente disponíveis nos aceleradores.

Uma possibilidade mais promissora seria a procura de monopolos magnéticos na atmosfera, como uma componente dos raios cósmicos. Em 1973 nos Estados Unidos, foi realizada uma experiência num balão situado a uma grande altitude⁽⁵⁾. Nesta experiência foi observado um indício da possível existência dum monopolo magnético, extremamente pesado, com carga magnética $137e$. A detecção e identificação da partícula foi feita através da análise do traço deixado por ela numa emulsão nuclear fotográfica.

A fim de entendermos melhor esta experiência, vamos discutir brevemente a interação do monopolo com a matéria. Inicialmente, lembremos que uma carga elétrica parada só tem um campo elétrico radial, produzindo, quando em movimento, um campo magnético circular, proporcional à velocidade da partícula elétrica. Da mesma forma, como as equações de Maxwell generalizadas são simétricas nos campos elétricos e magnéticos, um monopolo magnético em repouso só produz um campo magnético radial, mas, quando em movimento, produzirá também um campo elétrico circular, proporcional à sua velocidade. Estas propriedades são esquematizadas na Figura 3.



Consideremos agora o movimento do monopolo na matéria, como mostra a Figura 4.

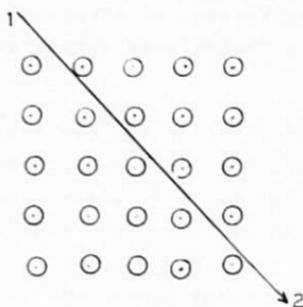


Figura 4

Durante sua passagem, devido à interação do monopolo com os átomos da matéria, este perderá energia, de modo que sua velocidade irá diminuindo: $v_2 < v_1$. Conforme vimos, o monopolo exercerá uma força elétrica proporcional à sua velocidade, $F_E \propto g v$. Por outro lado, o tempo efetivo de interação será inversamente proporcional à velocidade de, $\Delta t \propto \frac{1}{v}$. Assim, o impulso transferido pelo monopolo à matéria ao longo de sua trajetória será:

$$\Delta p_M \propto F_E \Delta t \propto g \quad (10a)$$

A ionização resultante no material, devido à ação do campo elétrico do monopolo, será proporcional a este impulso, sendo, portanto, independente da velocidade. Consequentemente, o traço do monopolo na matéria será uniforme, como indicamos esquematicamente na Figura 5a.



Figura 5

É interessante comparar este traço com aquele produzido por uma partícula com carga elétrica q . Neste caso, a força elétrica é proporcional à carga, $F_E = q$, o tempo efetivo de interação também é inver-

samente proporcional à velocidade, de forma que o impulso transferido será:

$$\Delta p_E \propto F_E \Delta t \propto \frac{q}{v} \quad (10b)$$

Assim, neste caso, quanto menor a velocidade, maior será a ionização e, portanto, o traço se alargará à medida que a partícula for desacelerada na sua passagem pela matéria, o que é indicado esquematicamente na Figura 5b.

O dispositivo usado na experiência é constituído essencialmente por um detector de Cerenkov e um grande número (da ordem de 30) de placas que medem a ionização. Nesta experiência foi observado um traço duma partícula muito energética, que atravessou todo o dispositivo experimental, conforme indicado na Figura 6.

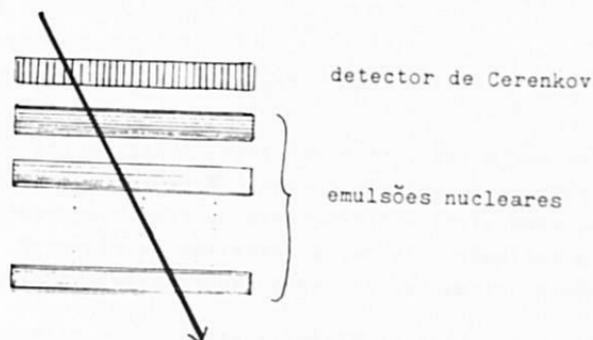


Figura 6

Este traço foi analisado pelos autores durante dois anos e o resultado desta análise é mostrado na Figura 7. Nesta figura, no eixo horizontal está indicada a ionização e no eixo vertical indicamos a profundidade do traço, medida em unidades convenientes.

Os pontos experimentais estão alinhados essencialmente ao longo duma reta correspondente a uma ionização constante de valor 137e. Este resultado é totalmente consistente com a ionização devido ao monopolo magnético de intensidade g , cujo valor, segundo a equação (10a) é dado por $g = 137e$. Este valor corresponde ao caso $N=2$ na equação de Dirac (1).

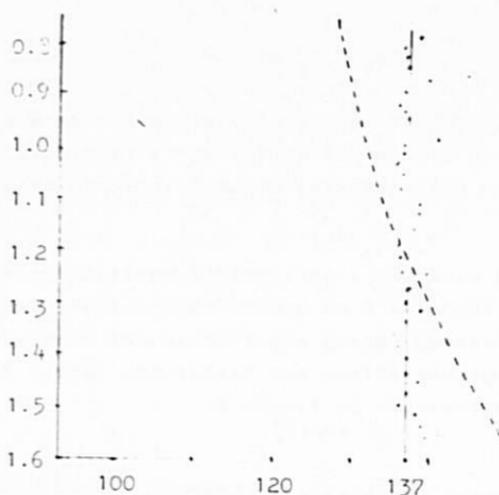


Figura 7

Por outro lado, se a ionização fosse devida à passagem dum carga elétrica, esta deveria aumentar à medida que a partícula perdesse energia, como vimos anteriormente. O resultado esperado, neste caso, seria o indicado pela curva tracejada da Figura 7. Claramente, esta curva não concorda com os dados experimentais obtidos.

Portanto, esta experiência apresentou, pela primeira vez, um indício da possível existência dos monopolos magnéticos. Para que esta partícula pudesse atravessar todas as placas do aparelho, foi estimado que sua energia cinética T deveria ser, no mínimo, trinta vezes maior que a energia de repouso do próton:

$$T \equiv \frac{Mc^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} - Mc^2 > 30 m_p c^2 \quad (11)$$

O detector de Cerenkov indicou, para esta partícula, uma velocidade v da ordem de $c/2$. Assim, resulta que sua massa deve ser:

$$M \left[\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{1}{4}}} - 1 \right] > 30 m_p \quad (12)$$

Desta relação concluímos que a partícula é extremamente pesada, com massa $M > 200 m_p$. É interessante notar que este resultado é consis-

te com o valor predito para a massa do monopolo pelas teorias unificadas.

Devemos, no entanto, ser muito cautelosos antes de concluir que esta partícula representa, com toda a certeza, um monopolo magnético. A razão é que foram realizadas outras pesquisas muito extensas à procura dos monopolos magnéticos, com resultados totalmente negativos. Esta experiência precisará ser repetida até obtermos um número expressivo de confirmações experimentais. Se isto acontecer, teremos, então, uma prova mais conclusiva da existência dos monopolos magnéticos na natureza.

REFERÊNCIAS

- (1) P.A.M.Dirac, Proc. Roy. Soc. A133, 60 (1931).
- (2) "Classical Electrodynamics", J.D.Jackson (2nd edition) (1975).
- (3) K.W.Ford, Scient. American 209, 30 (1963).
- (4) G.'t Hooft, Nucl. Phys. B79, 276 (1974).
- (5) P.B.Price, E.K.Shirk, W.Z.Osborne e L.S.Pinsky, Phys. Rev. Lett. 35, 487 (1975).