

MAPEAMENTO DE CAMPOS ELETROSTÁTICOS EM UMA CUBA ELETROLÍTICA

Dietrich Schiel

Instituto de Física e Química de São Carlos - USP

INTRODUÇÃO

Medidas quantitativas com campos eletrostáticos são bastante difíceis de serem realizadas em um laboratório de ensino. Além de exigirem instrumentos de altíssima impedância interna (voltímetro eletrostático) elas necessitam de condições atmosféricas especiais (baixo teor de umidade). Recorre-se, por isso, a um fenômeno análogo, a distribuição de correntes em um eletrólito.

Seja um eletrólito com eletrodos a potenciais diferentes. Teremos que em cada ponto do espaço entre os eletrodos a corrente terá a direção do campo local. Pontos de mesmo potencial eletrostático em relação aos eletrodos serão pontos de mesmo potencial no campo de correntes. Se verificarmos, por meio de uma sonda, as linhas equipotenciais do campo de correntes, estaremos, portanto, medindo as linhas equipotenciais do campo eletrostático.

Este método já é conhecido e apresentado em diversos livros didáticos (1,2). Neste artigo o reproduzimos com algumas alterações, acrescido e complementado por um dispositivo para a medida da intensidade e direção do campo, assim como uma discussão dos resultados obtidos, com auxílio da equação de Laplace (3).

MAPEAMENTO DE LINHAS EQUIPOTENCIAIS

Consideremos o sistema da Fig. 1, com os eletrodos nos potenciais indicados. Medimos um potencial aV_B num certo ponto entre os eletrodos ($a < 1$). Se agora alterarmos V_B , continuaremos medindo no ponto em questão o valor aV_B alterado apenas em V_B . Isto nos mostra que podemos usar um sinal alternado em V_B , desde que meçamos também

AGRADECIMENTO: - Agradecemos ao Prof. Renê Ayres Carvalho, por diversas sugestões que foram usadas no desenrolar deste trabalho.

os potenciais com uma sonda sensível a sinais alternados.

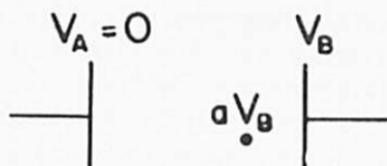


Fig. 1 - Princípio de funcionamento

O uso de corrente alternada tem a vantagem de evitar que se formem depósitos na superfície dos eletrodos. É claro que a frequência do sinal deve ser baixa bastante para que valha a lei de Ohm e não se interfira com os tempos de relaxação do meio. Por outro lado, é sempre necessário que a condutividade dos eletrodos seja muito maior que do eletrólito para garantir que a superfície daqueles seja uma equipotencial.

No circuito esquematizado na Fig. 2, temos que quando a sonda encontra um ponto que está no mesmo potencial que o cursor do reostato, o sinal do osciloscópio se anula. O uso do "trigger" externo permite que se observe também a fase do sinal, ou seja, permite verificar se a sonda está a um potencial mais alto ou mais baixo que o cursor do reostato. O transformador de audio-frequências (Willkason 4370) tem a finalidade de possibilitar que as massas do gerador e do osciloscópio sejam colocadas a um mesmo potencial. A cuba eletrolítica é de vidro pirex, medindo 19 cm x 30 cm. À água foram adicionados alguns grãos de CuSO_4 .

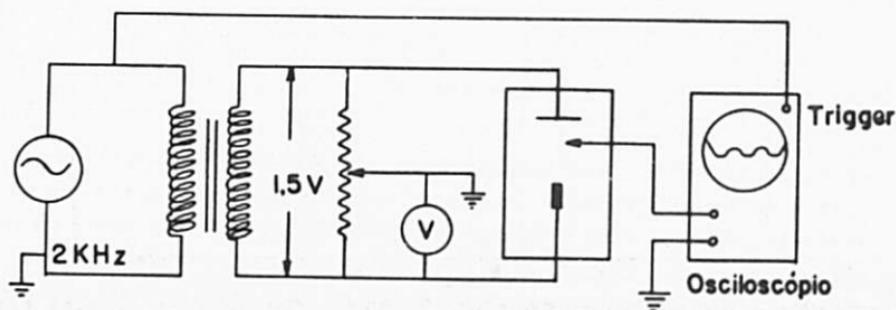


Fig. 2 - Circuito para o levantamento de equipotenciais

Na Fig. 3 são reproduzidas as linhas de equipotenciais obtidas em um arranjo particular de eletrodos. Nota-se o acúmulo destas linhas na ponta, numa região de campo alto e o gradativo desaparecimento do efeito desta, quando nos aproximarmos da placa. Devido ao tamanho finito da cuba, observa-se uma distorção das linhas nos bordos da figura, provocada, provavelmente, por uma polarização do vidro. Os dados nesta região não são muito reprodutíveis, razão pela qual indicamos apenas algumas linhas mais interessantes.

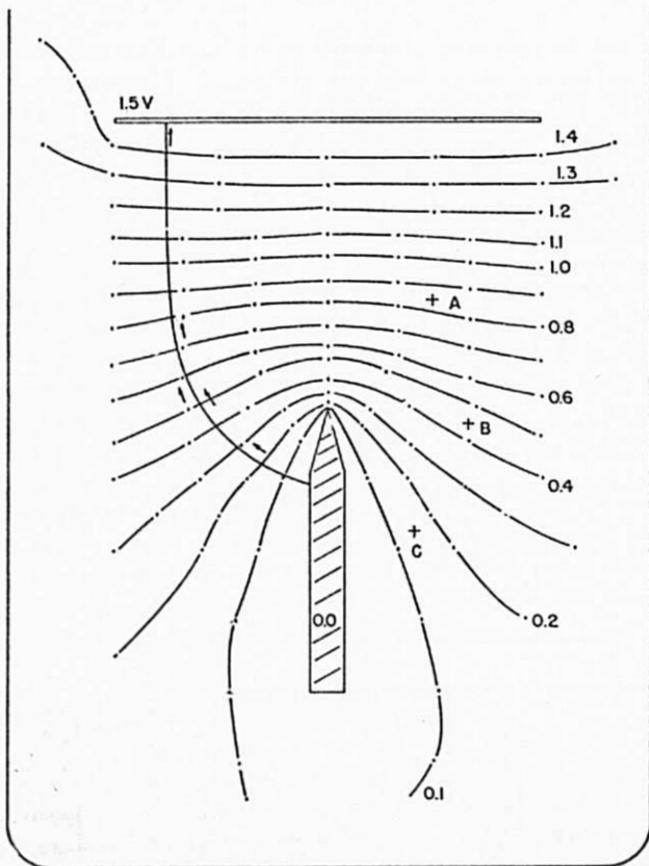


Fig. 3 - Linhas equipotenciais a partir dos valores medidos com o voltímetro. Nos pontos A, B e C foram medidos os campos da Tabela 1. As setas na parte superior indicam pontos onde foi medida a direção do campo, para poder-se traçar uma linha de campo.

CAMPO ELÉTRICO

Uma sonda dupla (Fig. 4), especialmente construída, permite medir-se a diferença de potencial entre dois pontos do eletrólito. Dividindo este valor pela distância entre os eletrodos da sonda, obtemos a componente do campo elétrico na direção em que a sonda se encontra. Girando a sonda até que o sinal se torne máximo, obtemos o gradiente de potencial, ou seja, o módulo e a direção do campo local.

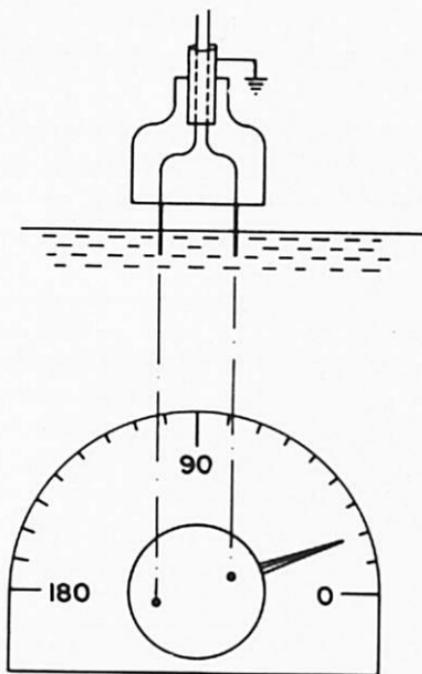


Fig. 4 - Sonda de campo vista de lado e de cima

Em alguns pontos (pontos A, B e C na parte inferior da Fig. 3) o campo foi medido com auxílio da sonda, e obtido também a partir do mapa de equipotenciais. Como o osciloscópio mede o valor pico a pico (V_{pp}) do sinal e o voltímetro mede o valor eficaz do potencial do cursor, devemos corrigir um destes valores se quisermos conferir os valores do mapa de equipotenciais com a sonda de campo. Calculamos o "valor eficaz do campo" a partir do valor pico a pico da sonda através de

$$E = \frac{V_{pp}}{2\sqrt{2} d}$$

onde $d = 0,55$ cm é a distância entre os eletrodos da sonda. Obtivemos os valores da Tabela 1. O erro do campo é de cerca de 10%, principalmente devido a dificuldades na leitura do osciloscópio. A concordância pode ser considerada boa, portanto.

PONTO	V _{pp}	E _s (V/cm)	E _m (V/cm)
A	0,18	0,12	0,13
B	0,15	0,098	0,10
C	0,086	0,055	0,055

Tabela 1 - Campo elétrico obtido com auxílio da sonda (E_s) e a partir do mapa (E_m).

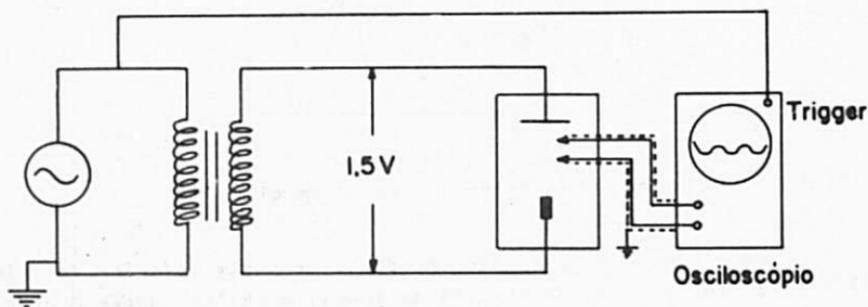


Fig. 5 - Circuito para a medida do campo. Ambos os eletrodos devem ser isolados da terra, o que torna necessário usar um osciloscópio com entrada diferencial. Na ausência deste, teríamos de intercalar um circuito ou transformador na entrada do osciloscópio.

Para a medida da direção do campo adaptamos um transferidor à nossa sonda de campo (Fig. 4), obtendo um instrumento que mede a direção do campo quando o sinal da sonda é máximo. Podemos, com isso, fazer um mapa de setas que indicam o campo em cada ponto do nosso mapa. As linhas de campo poderão ser traçadas mantendo-as sempre paralelas às setas. Obtivemos uma linha de campo, indicada juntamente com as setas, na parte superior da Fig. 3. Nota-se que a linha de campo, que procuramos obter apenas a partir das setas, se mantém sempre normal às equipotenciais.

DISCUSSÃO DO MÉTODO COM AUXÍLIO DA EQUAÇÃO DE LAPLACE

Poderia persistir a dúvida se o campo de correntes realmente coincide com o campo eletrostático, ou seja, se realmente mapeamos um campo eletrostático. Ora, um campo eletrostático deve satisfazer a equação de Laplace, em regiões onde não haja distribuição de cargas estáticas ($\rho=0$).

Se o nosso mapa satisfizer esta equação temos mais um argumento a favor do método.

Consideraremos o campo em um ponto $V(x, y)$ e nos pontos $V(x+\delta, y)$; $V(x-\delta, y)$; $V(x, y+\delta)$; $V(x, y-\delta)$. Se desenvolvermos estes potenciais em série teremos que os termos que contêm derivadas parciais mistas se anulam por sô variarmos uma coordenada de cada vez. Obtemos

$$V(x+\delta, y) = V(x, y) + \frac{\partial V}{\partial x} \delta + \frac{1}{2!} \frac{\partial^2 V}{\partial x^2} \delta^2 + \frac{1}{3!} \frac{\partial^3 V}{\partial x^3} \delta^3 + \frac{1}{4!} \frac{\partial^4 V}{\partial x^4} \delta^4 + \dots$$

$$V(x-\delta, y) = V(x, y) - \frac{\partial V}{\partial x} \delta + \dots$$

⋮

Somando estes potenciais teremos que os termos ímpares se cancelam e os termos quadráticos serão zero pois sua soma dá a equação de Laplace. Podemos, pois, concluir que:

$$\frac{1}{4} \Sigma V(x \pm \delta, y \pm \delta) = V(x, y)$$

ou em palavras:

"A média aritmética dos potenciais nos vértices de um quadrado que se encontra em um campo plano que satisfaça a equação de Laplace é igual ao potencial no centro deste quadrado a menos de termos de quarta ordem ou ordem superior".

Este teorema que é a base da obtenção de mapas de potenciais

por métodos numéricos (4) pode assim, ser usado para verificar o nos
so mapa.

Na Fig. 6 foram traçados dois quadrados, intencionalmente si-
tuados em regiões de campo não homogêneo, e observou-se, conforme os
dados contidos na própria figura, que, a menos do erro experimental,
o teorema está satisfeito.

$A_1 = 0,37$		$B_1 = 0,10$	
$A_4 = 0,59$		$B_2 = 0,30$	
$A_3 = 0,53$	$A_C = 0,43 V$	$B_3 = 0,55$	$B_C = 0,32 V$
$A_2 = 0,27$		$B_4 = 0,40$	
$\Sigma A_i = 1,76$	$\bar{A} = 0,44 V$	1,35	$\bar{B} = 0,34 V$

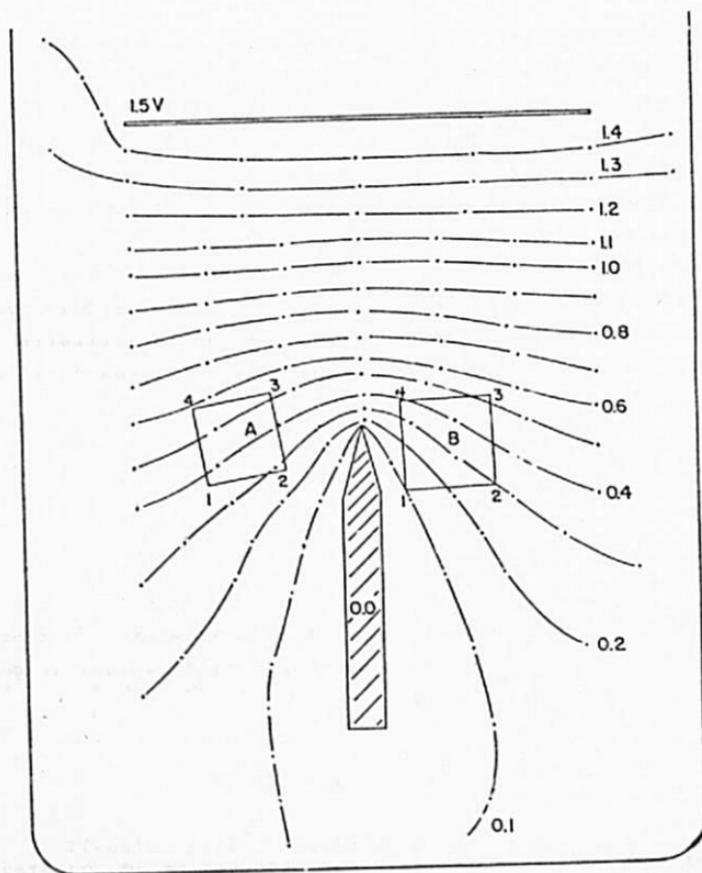


Fig. 6 - Comparação da média dos potenciais nos vértices dos qua-
drados (\bar{V}) com o potencial no centro (V_C).

OBSERVAÇÃO:- O desenvolvimento em série de Taylor somente é válido para funções contínuas em todas as derivadas. Além disso, a equação de Laplace supõe ausência de cargas. Por estas razões o quadrado não deve conter pontos de condutor. O quadrado da Fig. 7 é um exemplo onde obviamente o potencial no centro é diferente da média dos potenciais nos vértices.

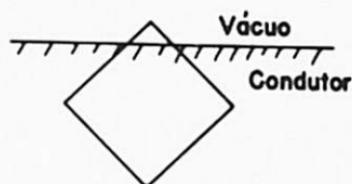


Fig. 7 - Contra-exemplo

CONCLUSÃO

Este trabalho, de forma alguma esgotou todas as possibilidades deste experimento. Podem ser feitas, entre outras, experiências sobre perturbações do campo por outros condutores e campo no interior de "gaiolas". Pode ser calculada a capacitância. Acreditamos, entretanto, que este trabalho permite dar uma visão das vantagens didáticas deste experimento.

REFERÊNCIAS

1. H.F.Meiners - Physics Demonstration Experiments II - The Ronald Press, N.York, 1970.
2. S.G.Kalashnikov - Electricidad - Ed. Grijaldo, México, DF, 1959.
3. D.Schiel, R.A.Carvalho - Cl.Cult. 29 (7) Supl. 333.
4. E.M.Purcell - Electricity and Magnetism - Mc Graw Hill, 1965 ("The Berkeley Physics Course II").