

Estudio de un oscilador de densidad mediante medidas de potencial eléctrico

(*Study of the density oscillator by electrical potential measurements*)

N.E. Rincon¹ y F. Fajardo

Departamento de Física, Universidad Nacional de Colombia, Bogotá, Colombia

Recibido em 28/9/2005; Aceito em 16/11/2006

Un oscilador de densidad u oscilador salino, es un sistema no lineal que presenta cambios alternantes del sentido de flujo en el tiempo, como efecto de las restricciones espaciales entre dos fluidos de diferente densidad. Los fluidos están en recipientes separados, los cuales están interconectados por medio de un tubo capilar vertical. En este trabajo se construye un oscilador de densidad para estudiar la influencia de la variación de algunos de sus parámetros sobre las oscilaciones en el sentido de flujo. Sean dichos parámetros, la concentración de la sal (NaCl) del electrolito y la longitud del capilar. Para medir el efecto de la variación de los parámetros, se coloca un electrodo de aluminio en cada una de las soluciones y la señal de potencial eléctrico es registrada mediante un multímetro digital, lo que permite observar como evoluciona temporalmente la inversión en el sentido de flujo del oscilador de densidad. El análisis se efectuó mediante la interpretación gráfica de las series de potencial eléctrico en función del tiempo, encontrando relaciones fenomenológicas entre el período de oscilación y la diferencia de potencial pico a pico respecto a los parámetros experimentales: concentración de la sal y longitud del capilar.

Palabras-clave: oscilador densidad, oscilador salino, potencial eléctrico.

A density oscillator or saline oscillator is a nonlinear system. It presents alternating changes on the direction of time flow, as effect of the space restrictions between two flows of different densities. The fluids are contained in different vessels interconnected by a vertical capillary. In this work a density oscillator is constructed, and the oscillation is studied in function of some parameters. Those parameters are the concentration of the electrolyte salt (NaCl) and the length of the capillary tube. In order to measure the variation parameters effect, an aluminum electrode is placed in each solution and the electrical potential signal is registered with a digital multimeter. The variation of electrical potential allows us to observe how the flow direction evolves with time for the density oscillator. The analysis was made by interpretation of the electrical potential signal as function of time. We found phenomenological relationships between the oscillation period and the difference of the peak-to-peak potential in function of some experimental parameters, like: salt concentration and length of the capillary tube.

Keywords: density oscillator, saline oscillator, electrical potential.

1. Introducción

En la naturaleza, los fenómenos con comportamientos oscilatorios son comunes, como se observa en los procesos biológicos, ecológicos, climáticos y geológicos. Los rangos de variación en el tiempo de las oscilaciones es muy amplio. Por ejemplo, en los procesos biológicos los períodos de estas oscilaciones pueden variar en fracciones de segundos, como en la transmisión de información entre las neuronas de los mamíferos. En los procesos geológicos los rangos oscilatorios varían entre un día y miles de años, como los de origen climático y de las eras geológicas. Una cantidad de estos comportamientos oscilatorios son no lineales y para su estudio es de gran importancia encontrar sistemas mas sencillos,

con los cuales se les pueda comparar y de esa forma visualizar relaciones físicas con las cuales se puedan plantear analogías.

En este trabajo, se presenta un estudio experimental de un oscilador no-lineal sencillo, conocido como oscilador de densidad, el cual consiste de dos líquidos de diferente densidad colocados en recipientes distintos e interconectados a través de un capilar vertical [1-5]. El recipiente con el líquido de menor densidad (agua) es el externo y dentro de este se coloca otro recipiente que contiene el líquido de mayor densidad (solución salina de NaCl). A través del capilar se tiene un flujo de solución salina descendiendo y después de un tiempo, agua pura ascendiendo por este, en un ciclo que se alter-

¹E-mail: nerinconq@gmail.com.

na sucesivamente. Con lo cual se establece un ciclo de oscilaciones entre líquidos de diferente densidad, como efecto del gradiente de presión descrito por un flujo de Poiseuille [1]. Este flujo oscilatorio puede persistir por tiempos amplios, hasta de varias semanas, dependiendo de las condiciones experimentales. Las oscilaciones se pueden registrar colocando un electrodo en cada uno de los fluidos para medir la señal de potencial eléctrico originada por la corriente de iones.

Si los aspectos esenciales de un oscilador no lineal, como es el oscilador de densidad, se pueden describir experimentalmente y en términos matemáticos simples, pueden ser provechosos para entender fenómenos oscilantes no lineales en la Física, la Química, y la Biología. En este trabajo para la comprensión del fenómeno oscilante presente en el flujo alternante entre dos líquidos de diferente densidad; se realiza un estudio experimental mediante el registro en el tiempo de la diferencia de potencial eléctrico, en función de la variación de algunos parámetros físicos del sistema, tales como: la concentración de la sal y la longitud del tubo capilar.

A continuación se describen algunos conceptos básicos del oscilador de densidad y el montaje experimental.

2. El oscilador de densidad

Un oscilador de densidad u oscilador salino, es un sistema no lineal que consiste en dos líquidos de diferente densidad que están en recipientes distintos e interconectados a través de un tubo capilar vertical [1]. La Fig. 1 muestra un diagrama esquemático del oscilador de densidad. El recipiente con el líquido de menor densidad ρ_2 (agua) es el recipiente exterior y en este se coloca el recipiente interior que contiene el líquido de mayor densidad ρ_1 (solución salina de NaCl). El experimento se inicia haciendo coincidir los niveles de los líquidos de los recipientes a la misma altura ($h = H$) y liberando un tapón que obstruye el flujo en el capilar, con lo cual un chorro de solución salina fluye en sentido descendente a través del tubo capilar, como efecto del gradiente de presión. Después de un tiempo se observa un cambio en el sentido de flujo del chorro y del líquido que está fluyendo. De esta forma se establece un ciclo de oscilaciones entre líquidos de diferente densidad, primero se tiene un flujo de solución salina descendiendo por el capilar y después de un tiempo agua ascendiendo por este, en un ciclo que se alterna sucesivamente.

El sistema presenta cambios alternantes del sentido de flujo en el tiempo, como efecto de las restricciones espaciales en la circulación del flujo a través del capilar, mediante el cual están interconectados los fluidos. En el tubo capilar se presentan variaciones en la magnitud de la presión de los extremos, lo que se manifiesta en una variación del sentido del gradiente de presión [6-8]. Estas variaciones en la presión y sentido de circulación

están ligadas a la altura del líquido del recipiente interno; ya que cuando disminuye el volumen de este, se está cambiando el peso de dicha columna de líquido y por lo tanto la presión en tal extremo del capilar. A su vez, cuando asciende agua pura se vuelve a cambiar el peso de la columna de líquido del recipiente interno. La cantidad de solución salina desalojada, o de agua pura introducida en el recipiente es muy poca, basta con soltar unas gotas en la superficie del recipiente interno para cambiar el sentido de flujo.

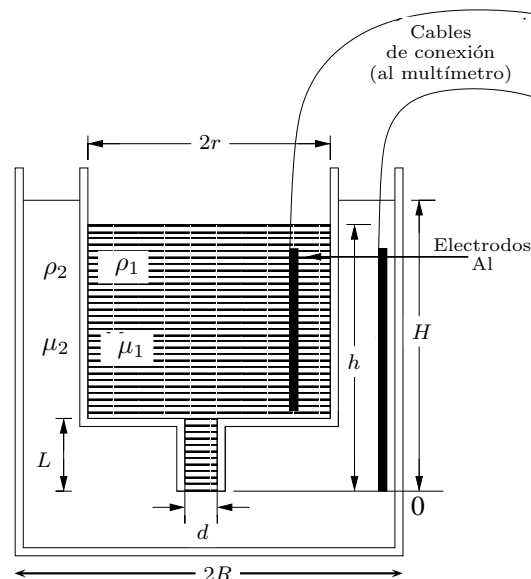


Figura 1 - Diagrama del oscilador de densidad: la solución salina se encuentra en el recipiente interno de radio r y el agua en el recipiente externo de radio R . La diferencia de potencial es registrada mediante electrodos de Al que se colocan en cada uno de los líquidos. Las variables de interés son: la densidad ρ_1 y la viscosidad μ_1 de la solución salina; ρ_2 , μ_2 la densidad y viscosidad del agua; el radio a del capilar de diámetro d y longitud L . H es la altura inicial del agua en el recipiente externo y h es la altura inicial de la solución salina en el recipiente interno.

Estrictamente hablando, la densidad de los líquidos no es constante, pues los líquidos de los recipientes interno y externo se están mezclando gradualmente durante cada oscilación, hasta que eventualmente todo el sistema llega a una densidad de equilibrio ($\rho \approx (\rho_1 + \rho_2)/2$), donde cesan las oscilaciones [1, 8]. Si uno tiñe la solución salina, se puede observar la ubicación de las capas de los líquidos, a medida que el sistema oscila. Se puede observar que el líquido más denso ρ_1 se deposita en forma de capa en el fondo del recipiente exterior, cuando desciende por el capilar como una fina corriente hacia abajo (chorro). De otra parte, el fluido menos denso ρ_2 se deposita como una capa cerca de la superficie del recipiente interior, cuando asciende como un chorro a través del capilar. Este hecho permite suponer que en las proximidades del capilar los dos líquidos en sus extremos permanecen con densidades constantes y que fluyendo a través del capilar solo se tiene uno de los dos fluidos. Esto se puede asegurar, pues el recorrido de los dos líquidos es fácilmente

observable por cambios en el índice de refracción, debido a la diferencia de densidad entre la solución salina y el agua.

2.1. Estados de flujo en el capilar

Dos situaciones inestables se pueden distinguir para el sentido de flujo en un oscilador de densidad, en las cuales la presión estática es balanceada [1]. Estas situaciones inestables, se conocen como estados meta-estables [5], pues perturbaciones infinitesimales crecen de forma espontánea. En ocasiones, las perturbaciones pueden crecer hasta una amplitud fija y alcanzar un equilibrio, en un nuevo estado estacionario invariante durante algún intervalo de tiempo. En el experimento esto se observa cuando sacamos o agregamos de 1 a 3 gotas de alguno de los dos líquidos en la superficie del recipiente interno, e inmediatamente el sentido de flujo en el capilar cambia.

Descenso de la solución salina: se tiene cuando la solución salina fluye hacia abajo, a través del capilar. En estos momentos la altura $h(t)$ va disminuyendo hasta llegar al equilibrio meta-estable donde se igualan las presiones que ejercen las soluciones interna y externa en el extremo inferior del capilar. La Fig. 2 es una representación esquemática de esta situación.

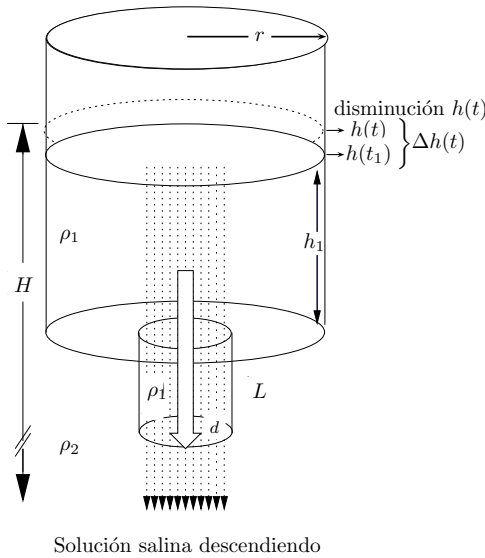


Figura 2 - Situación de inestabilidad para el balance de la presión estática, en el estado meta-estable de descenso.

La presión de equilibrio inestable esta dada por:

$$\rho_2 g H = \rho_1 g h_1, \tag{1}$$

donde h_1 es la altura en la que se obtiene el balance de presión estática.

Ascenso de agua pura: en el segundo estado, el agua pura asciende por el capilar y la altura $h(t)$ se comporta de manera diferente (aumenta), situación que se representa esquemáticamente en la Fig. 3. El estado de

equilibrio o de balance de presión se obtiene a la altura h_2 , donde se tiene:

$$\rho_2 g (H - L) = \rho_1 g (h_2 - L). \tag{2}$$

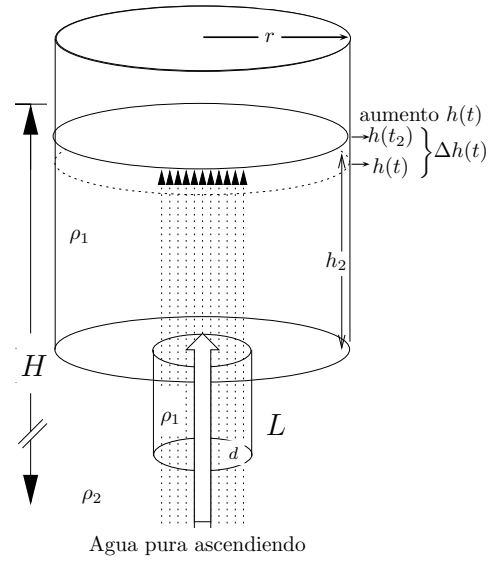


Figura 3 - Situación de inestabilidad para el equilibrio de la presión estática, en el estado meta-estable de ascenso.

Estos dos estados se pueden visualizar fácilmente en el experimento gracias a la diferencia en el índice de refracción de líquidos con densidades diferentes. El estudio de estos estados se realizó en este trabajo midiendo curvas de potencial eléctrico, tal como se muestra en la Fig. 4. Visualmente fue verificado que las variaciones en el potencial eléctrico acompañan las variaciones en el flujo a través del capilar, y consecuentemente las oscilaciones de la altura $h(t)$ del recipiente interior, donde el estado de descenso es representado por el perfil de subida de la diferencia potencial y el estado de ascenso queda representado por el perfil de bajada del potencial.

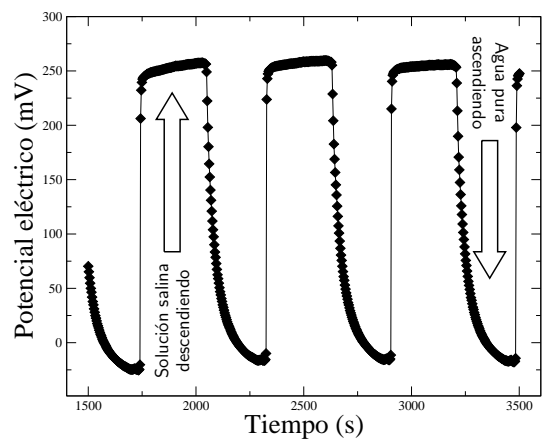


Figura 4 - Relación entre el perfil del potencial eléctrico y sentido de flujo de cada líquido. Se observa que en el estado de descenso de la solución salina el voltaje es prácticamente constante y comienza a disminuir hasta un mínimo durante el estado de ascenso.

Otra forma de estudiar las oscilaciones es midiendo las variaciones en la altura del recipiente interior, a medida que evoluciona en el tiempo el oscilador de densidad. Por ejemplo en el trabajo de Steinbock, miden la variación de la altura en el recipiente interior en función del tiempo mediante el empleo de una cámara CCD (Charge Coupled Device) con interfase al computador [1]. Steinbock encuentra que los valores obtenidos para la altura en función del tiempo $h(t)$, se modelan a partir de la ecuación de Hagen-Poiseuille para el flujo volumétrico de masa en un capilar, y muestra que el tiempo de relajación τ de la altura $h(t)$ está dado por:

$$\frac{1}{\tau} = \frac{a^4 \rho g}{8r^2 \mu L}, \quad (3)$$

donde τ corresponde al tiempo de relajación, g la notación para la aceleración de la gravedad y $\rho = \rho_i$, $\mu = \mu_i$ la densidad y el coeficiente de viscosidad dinámica asociado a cada fluido. Para $i = 1$ se tiene el caso de la solución salina fluyendo hacia abajo a través del capilar de radio a y de longitud L , desde el recipiente interno de radio r . Para $i = 2$ se tiene el estado en que el agua asciende por el capilar.

Las oscilaciones en la altura del volumen de la solución salina $h(t)$, están relacionadas con las variaciones en el potencial eléctrico entre las dos soluciones [8-11]. Con observaciones simultáneas de la superficie del nivel del agua en el recipiente interno y las medidas del potencial eléctrico en el oscilador de densidad, se confirma la correspondencia entre los perfiles de bajada y subida del potencial y los perfiles de disminución y aumento de la altura de la solución salina en el recipiente interno. En la serie de experimentos que se llevaron a cabo en este trabajo y que se describen a continuación, comprobamos que esto sucedía observando el perfil del potencial en los momentos en que los diferentes chorros fluían en su respectivo sentido, tal como se esquematizó en la Fig. 4.

Una de las suposiciones que se hacen para derivar la expresión 3 es que el flujo sea laminar. Para un flujo a velocidades bajas, las partículas del fluido siguen líneas de corriente o flujo laminar y los resultados experimentales coinciden en buen acuerdo con las predicciones teóricas para el movimiento de un fluido a través de un tubo capilar [12,13]. La Fig. 5(a) es una fotografía donde se observa el flujo laminar en el caso específico del oscilador de densidad. La Fig. 5(b) ilustra el flujo turbulento, que se obtiene por aumento de la velocidad de salida. El flujo turbulento también se observa cuando el diámetro del capilar es grande.

En los resultados que mostramos en este trabajo con el oscilador salino, siempre vamos a tener un flujo laminar como el que se muestra en la Fig. 5(a), por lo que la aproximación del flujo de Poiseuille en un tubo capilar tiene validez. La aproximación de flujo laminar se denomina flujo de Hagen-Poiseuille y a partir de ella

se obtiene la siguiente expresión conocida como ley de la cuarta potencia [12,13], de la cual se obtiene el flujo volumétrico de masa:

$$\frac{dm}{dt} = \dot{m} = \frac{\pi \rho G}{8\mu} a^4 = Q \quad (4)$$

$$Q = \frac{\pi \rho \frac{p_1 - p_2}{L}}{8\mu} a^4.$$

Esta última expresión es importante en el presente trabajo, si se tiene en cuenta que las oscilaciones de los fluidos, implican transporte de masa (m), el cual está relacionado con el transporte de carga en los iones del electrólito. La G hace referencia al gradiente de presión, como la diferencia de las presiones (p_i) en los extremos de un capilar de radio a , y sobre la longitud del recorrido (L), μ es el coeficiente de viscosidad dinámica.

Por lo tanto, un registro en el tiempo de la diferencia de potencial, da cuenta del transporte de carga de los iones del electrólito, lo cual permite relacionar la variación de masa en el tiempo (expresión 4) con algunos parámetros del sistema. Algunos de estos parámetros son: longitud L y radio $a = d/2$ del capilar; así como la densidad ρ_1 del electrólito. La longitud y la densidad son los parámetros que vamos a variar en este experimento, teniendo en cuenta que la densidad será tomada en función de la concentración molar de la sal.

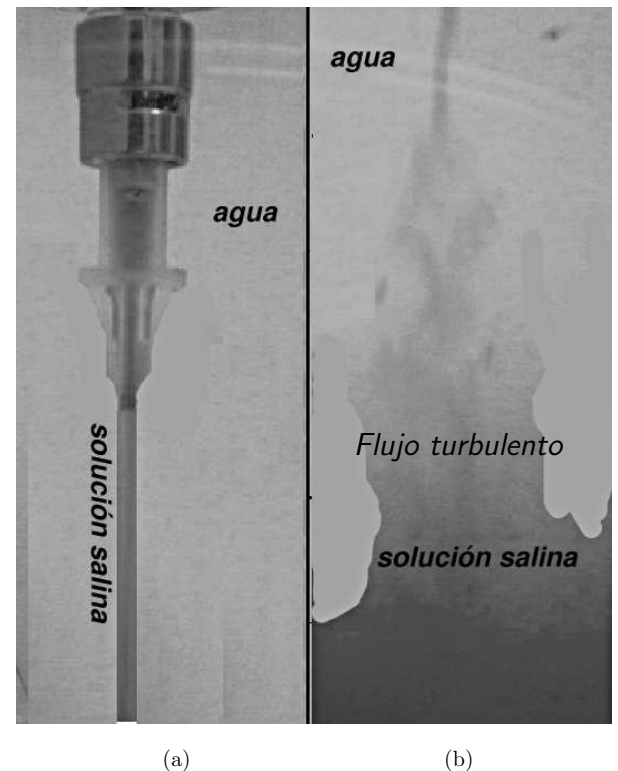


Figura 5 - De izquierda a derecha tenemos: a) flujo laminar, b) flujo turbulento (por aumento de la velocidad de salida o un diámetro de salida grande). La solución salina se ha teñido para observar el fenómeno.

3. Experimento

El montaje de laboratorio consiste en dos recipientes que contienen fluidos de distinta densidad (ρ_1, ρ_2) como se observa en la Fig. 1. El recipiente interno, contiene el fluido más denso ρ_1 y tiene un capilar en su parte inferior que está orientado verticalmente, lo que permite el intercambio de fluidos entre los dos recipientes. El sistema presenta oscilaciones de ascenso y descenso en el sentido del flujo a través del capilar, resultado del intercambio alternante entre dos líquidos de diferente densidad. Cada sentido de flujo se representa por un estado de equilibrio meta-estable, los cuales son: i) cuando la solución salina fluye hacia abajo; a través del capilar, y este solo contiene tal solución y ii) un segundo estado donde el agua pura asciende por el capilar, llenándolo completamente con esta.

La descripción y evolución de estos dos estados en el tiempo es el objeto de estudio de este experimento. Cada estado del oscilador está asociado con el sentido en que fluye algún líquido por el capilar, en la Fig. 4 se indicó que este sentido cambia en el tiempo de la misma forma como cambia la diferencia de potencial, donde se observa que la inversión en el sentido de flujo va acompañada de una disminución o aumento de la diferencia de potencial entre los electrodos colocados en los recipientes del oscilador de densidad. Este hecho da cuenta del porque se decidió medir el potencial eléctrico para estudiar los estados de flujo del oscilador de densidad.

3.1. Montaje experimental

El montaje experimental de los recipientes que contienen los fluidos es esquematizado en la Fig. 6. El recipiente menor de radio r es una jeringa de cristal cuya capacidad es $V_{int} = 20$ mL. El recipiente externo de radio R es un beaker de capacidad $V_{ext} = 2000$ mL. Los niveles de los líquidos contenidos en cada uno de los recipientes se hacen coincidir para el inicio de cada toma de datos.

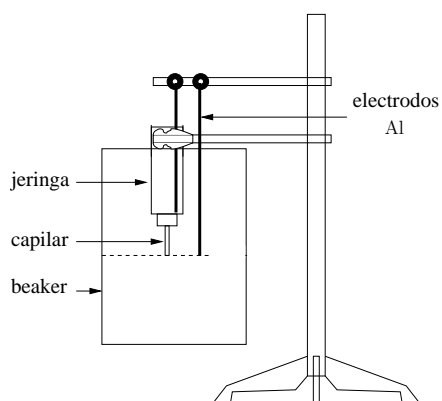


Figura 6 - Montaje utilizado en el laboratorio para el oscilador de densidad. El electrodo del recipiente interno se ubica en el fondo y el electrodo del recipiente externo se hace coincidir a la misma profundidad del capilar.

El registro de las mediciones de las diferencias de potencial se llevó a cabo colocando un electrodo de Al en cada uno de los recipientes. En la Fig. 6 también se observa la disposición utilizada de los electrodos a lo largo del experimento. Los electrodos son conectados al multímetro digital Protek 506, que dispone de una interfase y software para conectarlo a un computador a través del puerto serial.

Una curva característica de las obtenidas en estos experimentos, se puede observar en la Fig. 7, donde se representan tan solo unos pocos períodos, en los cuales podemos observar que la amplitud de variación del potencial permanece prácticamente constante en el tiempo. Todas las medidas relacionadas en este trabajo se hicieron a temperatura ambiente.

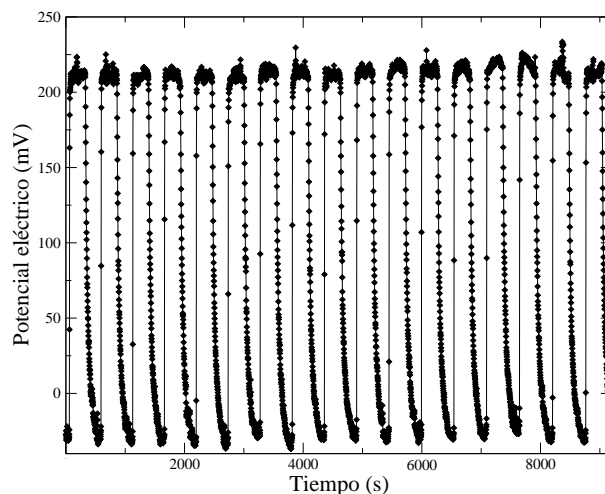


Figura 7 - Curva experimental del comportamiento del potencial eléctrico para el oscilador salino en función del tiempo.

3.2. Variación de parámetros

Se realizaron dos tipos de variaciones, en la primera se varió la concentración molar de la solución salina y en la segunda se varió la longitud del capilar que une los dos recipientes. A continuación se describen detalles experimentales de como se llevó a cabo la variación de los parámetros.

3.2.1. Variación de la concentración molar

Se varió la concentración de la solución salina en el rango de 1.0 a 5.0 M, a intervalos de 0.5 M. La aguja o jelo² empleada como capilar tenía un diámetro $d = 2a \approx 2,1$ mm y una longitud $L \approx (20 \pm 0,1)$ mm.

Vale la pena resaltar que para los fluidos descritos por el sistema de ecuaciones de Navier-Stokes (NS), una de las variables de estado más importantes es la densidad (ρ), puesto que es un fluido viscoso. Los efectos de la variación de la densidad quedan implícitos mediante la variación de la concentración de la sal del electrólito,

²Valores suministrados por los fabricantes de los jelos o agujas que usan en medicina para transfusiones de líquidos.

ya que el cálculo de la densidad en función de la concentración de la sal de la solución salina ($\text{H}_2\text{O} + \text{NaCl}$), se puede determinar por medio de la concentración molar que se fija en cada experimento. En el Apéndice A (Fig. 15), se muestra la relación entre la densidad (ρ) y la concentración molar de la sal.

3.2.2. Variación de la longitud del capilar

Se utilizaron como capilares agujas hipodérmicas de diferentes diámetros (jelcos), utilizadas en diversas áreas médicas y cuyas dimensiones son suministradas por el fabricante. En el experimento las dimensiones de interés de las agujas son diámetro d y longitud L . En la variación de la longitud del capilar se efectuaron cortes en los jelcos desde 1.0 hasta 7.0 cm, con intervalos de 1 cm y con un rango de error de $\pm 0,1$ mm. Se desarrolló el experimento de la variación de la longitud utilizando un jelco de diámetro $d = 2.1$ mm, la concentración de la sal se mantuvo fija en 2.5 M.

3.3. Reproducibilidad en las medidas de potencial eléctrico

Para determinar el error experimental, se tomaron repetidamente medidas de curvas de potencial eléctrico para los mismos parámetros experimentales, exceptuando la variación de la temperatura ambiente.

Se registró el comportamiento de algunas series de potencial eléctrico oscilando en el tiempo bajo las mismas condiciones iniciales: concentración molar de la sal 1.5 M, diámetro $d = 2.1$ mm y longitud del capilar $L = 1.1$ cm. Para cuatro curvas que se tomaron con las anteriores condiciones, se midió el potencial pico a pico promedio y se obtuvo

$$\bar{V}_{PP} = (30 \pm 4) \text{ mV}$$

para el período promedio de oscilación se midió

$$\bar{T} = (32 \pm 3) \text{ s}$$

De acuerdo con lo anterior, se establece como error experimental en las medidas de período ± 3 s y de potencial ± 4 mV, correspondientes al valor de la desviación estándar obtenida de las mediciones realizadas.

4. Resultados y análisis

En esta sección se presentan los resultados de los experimentos desarrollados para estudiar la influencia de los parámetros del sistema, a partir de las curvas de la diferencia de potencial eléctrico ($\Delta\phi$) en función del tiempo. Se buscan relaciones con el tiempo promedio empleado en recorrer un estado de descenso y uno de ascenso, tiempo que denominamos un período (T) de la curva de potencial *vs.* tiempo (ver Fig. 8), incluyendo

los semiperíodos T_{Down} y T_{Up} , que corresponden respectivamente al tiempo promedio de duración de un estado de ascenso y uno de descenso.

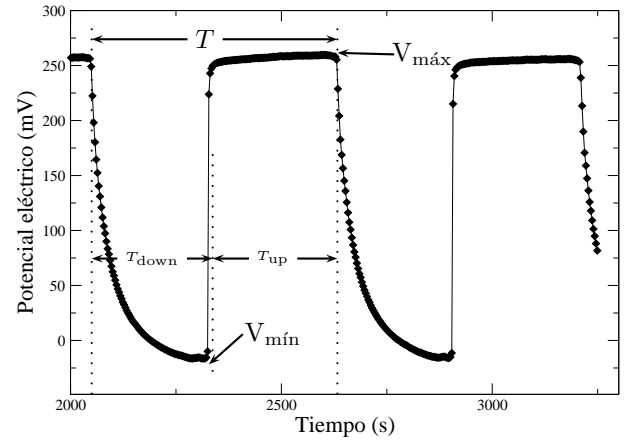


Figura 8 - Curva de potencial eléctrico ($\Delta\phi$) en función del tiempo (t) que indica el significado de los períodos T , T_{Down} , T_{Up} y los valores de potencial V_{min} y V_{Max} . Los perfiles de bajada describen el estado de ascenso, agua pura fluyendo por el capilar hacia arriba, tienen una duración promedio descrita por T_{Down} . El estado de descenso, solución salina fluyendo por el capilar hacia abajo, es descrito por el perfil de subida mediante T_{Up} .

Para esto se han tomado dos perfiles de descenso y dos de ascenso en algún par de períodos de oscilaciones de $\Delta\phi$ en un rango al azar, como se muestra en la Fig. 8 y se ha medido el valor de T , T_{Down} , T_{Up} , V_{Max} , V_{min} . Con estos valores se trazan gráficas respecto a cada parámetro variado, en la serie de experimentos correspondientes.

4.1. Variación de la concentración de NaCl en el electrolito

En las gráficas de la Fig. 9 se muestra el comportamiento del potencial eléctrico en función del tiempo para diferentes concentraciones de la solución salina, las cuales se indican en cada curva de la figura. Tanto la escala de tiempo, como la escala de potencial eléctrico se escogen del mismo intervalo en todas las curvas, para facilitar la comparación. Nótese que solo se muestran algunos ciclos de la oscilación, ya que la mayoría de las curvas que se tomaron en el experimento son similares a las que se muestran en la Fig. 7. Como se puede observar, no se nota una gran dependencia del período de oscilación a medida que se varía la concentración molar de la sal.

A partir de las curvas de la Fig. 9 se tomaron los datos de T , T_{Down} , T_{Up} , V_{min} , V_{Max} . La Fig. 10 muestra la dependencia de T , T_{Down} , T_{Up} en función de la concentración molar de la sal. Observe que la dependencia de los diferentes períodos a medida que aumenta la concentración molar de la sal es prácticamente constante, encontrando que el período de oscilación entre estados T es de aproximadamente 60 s. Esto se puede

entender con el hecho de que en la relación del cambio de masa en el tiempo dado para flujos de Poiseuille (Ec. 4), se tiene que la razón del cambio de la masa depende de la razón entre la densidad y el coeficiente de viscosidad dinámica de la forma:

$$\frac{dm}{dt} \propto \frac{\rho(C)}{\mu(C)}.$$

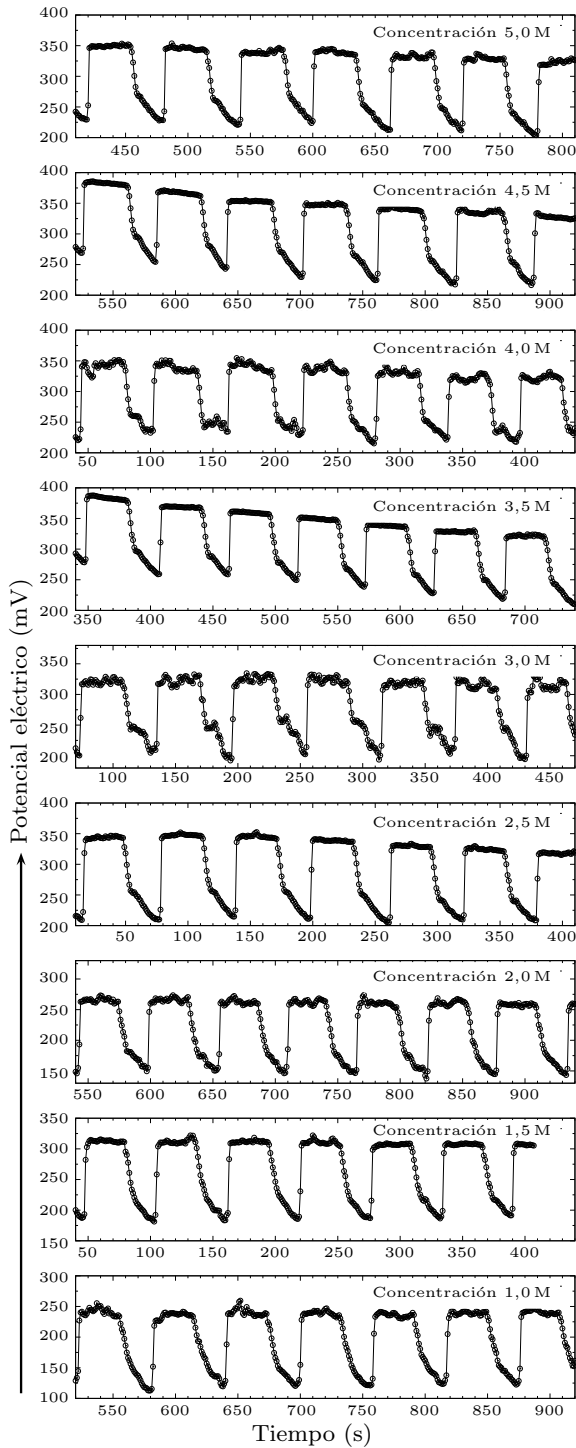


Figura 9 - Variación de concentración en el rango: (1.0 - 5.0) M, $d = 2.1$ mm.

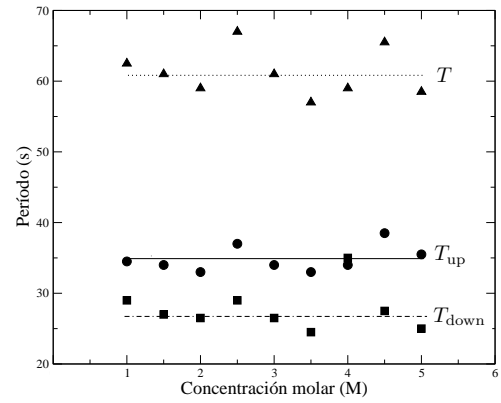


Figura 10 - Período en función de la concentración para un capilar de dimensiones constantes: diámetro $d = 2,1$ mm y longitud $L = 2,1$ mm. Las líneas son una guía para el lector. T es el período de oscilación entre estados, T_{Down} es el tiempo empleado en el estado de ascenso y T_{Up} el tiempo empleado en el estado de descenso del oscilador de densidad.

Ambas magnitudes dependen de la concentración molar de la sal del electrolito, ya que tanto $\rho(C)$ como $\mu(C)$ se incrementan con el aumento de la concentración de la sal. En el apéndice A, la Fig. 15 ilustra la dependencia lineal entre la densidad y la concentración molar de la sal, con una pequeña pendiente positiva. Esto muestra que $\rho(C)$ se incrementa poco en el rango en que se varían las concentraciones en este trabajo, y que tal incremento es compensado por el aumento esperado para $\mu(C)$. Por lo tanto T en función de la concentración permanece casi constante. Se observa que el comportamiento de T_{Down} , T_{Up} tienen las mismas características, lo cual se esperaba pues $T = T_{Down} + T_{Up}$.

A partir de las curvas de la Fig. 9, también se toman los datos del potencial eléctrico en función de la concentración molar de la sal, los cuales se muestran en la Fig. 11. En estas curvas se observa que los comportamientos de V_{min} y V_{max} son similares y con una tendencia creciente, lo cual nos indica la existencia de una relación entre el potencial eléctrico y la concentración. Se puede entender este crecimiento de las magnitudes de los potenciales debido al incremento de iones generados por el aumento de la concentración de la sal del electrolito. La curva que describe el comportamiento que tiene V_{pp} , es prácticamente constante, pues la diferencia entre los potenciales máximo y mínimo se mantiene a medida que aumenta la concentración. Se observa que el potencial eléctrico tiende a un valor constante para valores grandes en la concentración molar de la sal (> 4 M), lo que se puede deber a la proximidad del límite de saturación del soluto en la dilución electrolítica.

4.2. Variación de la longitud del capilar

La Fig. 12 muestra la dependencia de las oscilaciones de potencial a medida que se incrementa la longitud del capilar del oscilador salino. Observe que el período de la oscilación total (T) se incrementa a medida que

aumenta la longitud L del capilar.

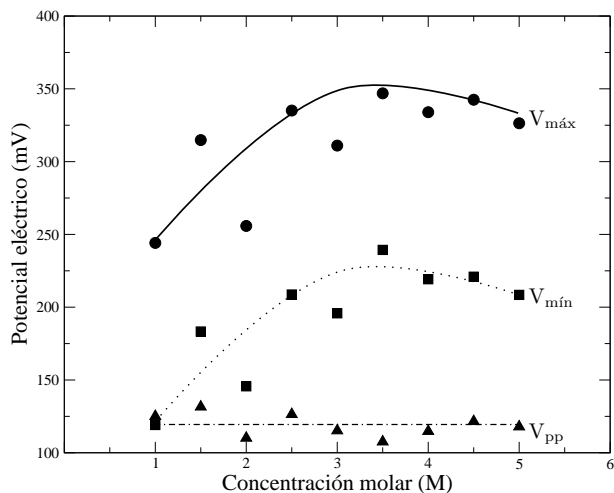


Figura 11 - Potencial eléctrico en función de la concentración para un capilar de dimensiones de diámetro $d = 2,1$ mm y longitud $L = 2,1$ mm. Las líneas son una guía para el ojo. V_{pp} es la diferencia de potencial pico a pico, V_{min} es el potencial mínimo y V_{Max} el potencial máximo.

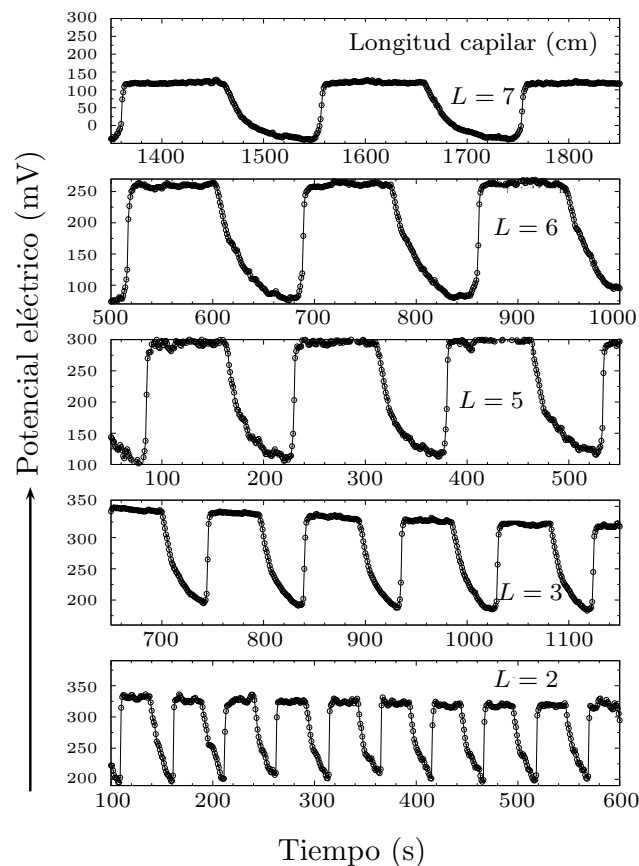


Figura 12 - Potencial eléctrico en función de la longitud del capilar, para una concentración molar de 2.5 M y capilar de diámetro $d = 2.1$ mm. La longitud del capilar, en cm, se indica en cada curva.

En las curvas de la Fig. 12, como en los anteriores experimentos, se ha efectuado la toma de datos en dos perfiles de descenso y dos de ascenso, en algún par de

períodos para determinar: el período T de intercambio entre estados de flujo, los tiempos característicos de duración de cada estado T_{Down} , T_{Up} y la diferencia de potencial $V_{pp} = V_{Max} - V_{min}$.

En la Fig. 13 se muestra el período de oscilación entre estados en función de la longitud del capilar, de donde se tiene:

1. El comportamiento del tiempo característico del estado de ascenso T_{down} (agua pura fluyendo hacia arriba), en función de la longitud, presenta una tendencia lineal con pendiente positiva, lo cual nos indica un aumento del tiempo de duración, característico de este estado.

$$T_{down}(L) \propto L$$

2. El comportamiento del tiempo característico del estado de descenso T_{up} (electrolito fluyendo hacia abajo), en función de la longitud, describe el mismo comportamiento.

$$T_{Up}(L) \propto L$$

3. Los resultados obtenidos para el período de oscilación entre estados $T = T_{down} + T_{up}$ vs. longitud concuerdan en que para el aumento de la longitud se tiene un aumento del tiempo característico de duración de los estados de flujo.

$$T(L) \propto L$$

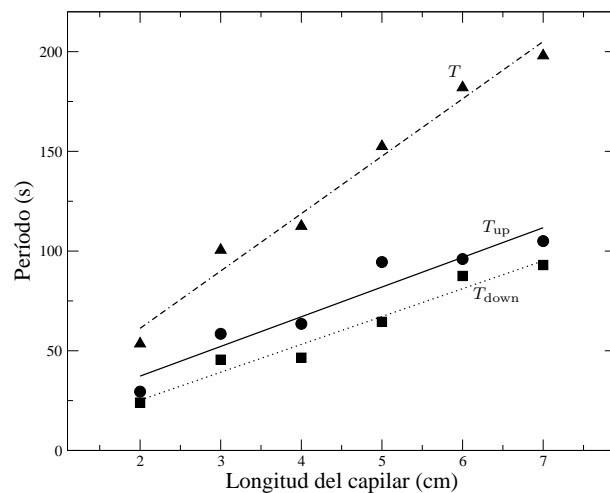


Figura 13 - Período vs longitud del capilar para una concentración de 2.5 M, el diámetro de los capilares es $d = 2,1$ mm. Las líneas son una guía para el ojo. T es el período de oscilación entre estados, T_{Down} es el tiempo empleado en el estado de ascenso y T_{Up} el tiempo empleado en el estado de descenso del oscilador de densidad.

Este aumento del tiempo de duración de las oscilaciones esta en concordancia con el hecho de que el flujo de masa es proporcional al inverso de la longitud del capilar $\frac{dm}{dt} \propto \frac{1}{L}$, como se deduce de la relación 4. Entonces al aumentar la longitud L , el flujo de masa disminuye, lo cual es un comportamiento propio del flujo

a través de un capilar. Este comportamiento también se registra en el incremento de tiempo descrito para el tiempo de relajación de la altura $h(t)$ (Ec. 3) en función de la longitud L , ya que el aumento del tiempo de relajación τ es directamente proporcional al aumento de longitud L , $\tau \propto L$ [1].

La Fig. 14 muestra la dependencia del potencial eléctrico en función de la longitud del capilar L . Se observa que el comportamiento de $V_{min}(L)$ y $V_{Max}(L)$ es decreciente a medida que se aumenta la longitud, y que lo hacen en la misma proporción, razón por la que V_{pp} es prácticamente constante. La disminución en V_{Max} y V_{min} al aumentar la longitud del capilar se puede deber a la disminución del flujo de masa al aumentar L , lo que produce una disminución de la concentración de iones.

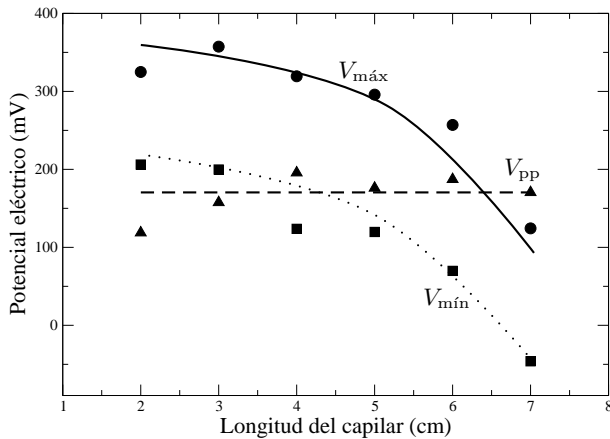


Figura 14 - Comportamiento de V_{pp} , V_{Max} y V_{min} vs. la longitud del capilar; para una concentración de 2.5 M. Las líneas son una guía para el lector. V_{pp} es la diferencia de potencial pico a pico, V_{min} es el potencial mínimo y V_{Max} el potencial máximo.

5. Conclusión

Para el estudio de la dinámica del oscilador de densidad se escogieron dos magnitudes físicas en las cuales se observa la influencia de la variación de los parámetros, las cuales son: el período de oscilación entre estados y potencial eléctrico. Las relaciones fenomenológicas entre estas variables físicas y su dependencia con parámetros del sistema, como la concentración molar de la sal y la longitud del capilar, están en concordancia con el flujo de masa a través de un capilar.

El período de oscilación entre los estados de ascenso y descenso a través del capilar son prácticamente constantes a medida que se aumenta la concentración molar de la sal. Ya en cambio, la señal de potencial eléctrico muestra una tendencia creciente al incrementarse la concentración salina, debido a un aumento en el número de iones.

Así mismo, al aumentar la longitud del capilar que interconecta los fluidos, el período de oscilación entre estados se incrementa, como consecuencia de que el flujo de masa es proporcional al inverso de la longitud del

capilar (L). Al disminuir el flujo de masa con el incremento de L , se tiene una menor concentración de iones y por lo tanto la señal de potencial eléctrico muestra una tendencia decreciente.

Apéndice A - Dependencia de la densidad con la concentración molar de la solución salina

En la Ref. [14], Garcia determina la densidad de soluciones binarias como:

$$\frac{1}{\rho} = n_1 \frac{X_1}{\rho_1} + n_2 \frac{X_2}{\rho_2} \quad (5)$$

con $X_i = \frac{n_i M_i}{n_1 M_1 + n_2 M_2}$ como la fracción de masa de la especie i -ésima, donde 1 es el agua y 2 la sal. Se obtiene la siguiente curva para la densidad en función de las concentraciones de sal usadas en el experimento.

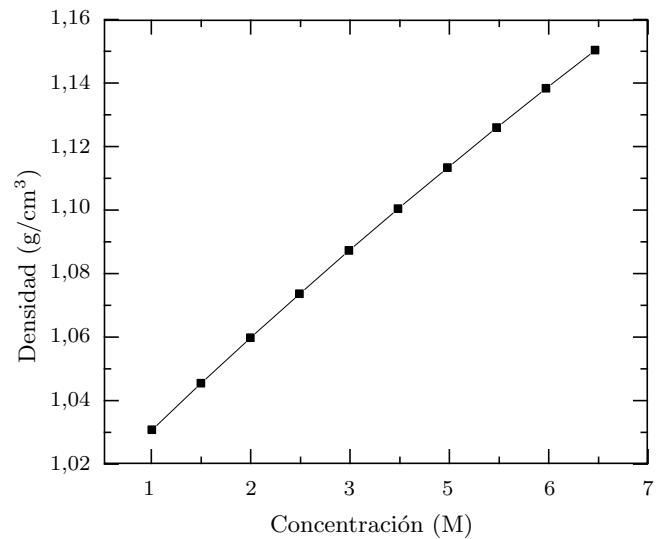


Figura 15 - Relación entre la densidad y la concentración molar de un electrólito (solución salina).

Referencias

- [1] O. Steinbock, A. Lange and I. Rehberg, *Phys. Rev. Lett.* **81**, 798 (1998).
- [2] M. Okamura and K. Yoshikawa, *Phys. Rev. E* **61**, 2445 (2000).
- [3] R. Cervellati and R. Solda, *Am. J. Phys.* **69**, 543 (2001).
- [4] K. Yoshikawa, O. Noburu, S. Masaru and S. Nakata, *Am. J. Phys.* **58**, 570 (1992).
- [5] D. Barragan, M. Suarez y G. Hernandez, *Fisicoquímica Experimental, Procesos de Transporte y Cinética Química* (notas de clase, Facultad de Ciencias, Universidad Nacional de Colombia, Bogotá, 2002).
- [6] K. Aoki, *Physica D: Nonlinear Phenomena.* **147**, 187 (2000).

- [7] K. Yoshikawa, S. Nakata, M. Yamaka and T. Waki, *J. Chem. Educ.* **66**, 205 (1989).
- [8] R. Noyes, *J. Chem. Educ.* **66**, 207 (1989).
- [9] K. Miyakawa and K. Yamada, *Physica D: Nonlinear Phenomena* **127**, 177 (1999).
- [10] K. Miyakawa and K. Yamada, *Physica D: Nonlinear Phenomena* **151**, 217 (2001).
- [11] J. Moron, H. Brum da Costa, F. Kokubun, L. Schmitz and A. Castro, *Computers & Chemical Engineering* **24**, 1753 (2000).
- [12] L.D. Landau and E.M. Lifschitz, *Fluid Mechanics* (Ed. Pergamon Press, London, 1959).
- [13] F.M. White, *Mecanica de Fluidos* (Ed. McGraw-Hill, Mexico, 1983).
- [14] J.E. García, *Density of Aqueous Solutions of CO₂* (Earth Sciences Division, Lawrence Berkeley National Laboratory, Berkeley, 2001).