

Bobina de Tesla: dos Circuitos Ressonantes LC aos Princípios das Telecomunicações

(Tesla coil: from the LC networks to the principles of the telecommunications)

Adenilson J. Chiquito* e Francesco Lanciotti Jr.†

Departamento de Física, Universidade Federal de São Carlos

Rodovia Washington Luiz, Km 235, CP 676, CEP 13565-905, São Carlos - São Paulo

Recebido em 15 de julho, 1999

Neste trabalho, são descritos o funcionamento e o projeto de uma bobina de Tesla usada para demonstrações em feiras de ciências. Ainda que seu principal objetivo esteja ligado a exibições fascinantes, este transformador de alta voltagem pode ser usado como uma ilustração de um sistema ressonante de dois circuitos acoplados e através de seu modelamento teórico, podemos explorar conceitos como transferência de energia acumulada em capacitores e indutores; ainda mais, técnicas matemáticas de solução de equações diferenciais acopladas podem ser também exploradas. Apresentamos ainda, detalhes da construção de um protótipo que pode alcançar um quarto de milhão de volts. Efeitos espetaculares, como descargas corona ou “relâmpagos artificiais” podem ser claramente observados em nosso protótipo.

In this work, we describe the construction and the operation of a Tesla coil used for science exhibitions. Although intended as spectacular exhibitions, this high-voltage transformer can be used as an illustration of a resonant system and we can explore the concepts of energy transfer; the mathematical technique of the solution of coupled differential equations can be explored as well. Additionally, we present some construction details of a prototype which can generate about a quarter of million of volts. The spectacular effects of high-voltage currents like corona discharges and artificial lightnings can be observed in our Tesla coil.

I Introdução

Na segunda metade do século passado, Nikola Tesla, engenheiro iugoslavo radicado nos Estados Unidos (depois de trabalhar nos telégrafos da Áustria, emigrou para os Estados Unidos e lá se naturalizou em 1884), realizou muitas experiências com correntes alternadas de altas frequências (acima de 100 kHz) buscando inicialmente, uma forma de gerar e transmitir correntes elétricas a grandes distâncias sem o inconveniente das enormes perdas causadas por efeito Joule associada à utilização de corrente contínua nos condutores empregados na época. Neste sentido, Tesla foi responsável pela construção dos primeiros alternadores, os quais foram usados posteriormente pela companhia de George Westinghouse na geração de eletricidade. Alguns anos antes (por volta de 1882), Tesla trabalhava na *Continental Edison Corporation* em Paris e ironicamente, Thomas A. Edison sempre colocou empecilhos no trabalho de Tesla dizendo ser impossível o uso de correntes alternadas na geração e distribuição de eletricidade em

escala comercial. Entretanto, em 1885 a companhia de eletricidade de Westinghouse, concorrente de Edison nos Estados Unidos, apresentou com sucesso seu *alternador* para a produção de eletricidade que posteriormente foi instalado nas Cataratas do Niágara. São muito interessantes os estudos de Tesla com respeito à eletricidade, desde seus princípios físicos, até a sua utilização comercial [1]. Neste trabalho, será discutida uma de suas invenções mais populares - um transformador elevador de alta frequência e núcleo de ar conhecida como bobina de Tesla (BT) - desenvolvida por volta de 1892. Detalhes acerca da vida e das contribuições científicas de Tesla podem ser encontradas nas referências [2, 3].

Os efeitos produzidos pelas altas voltagens geradas pela BT são uma das mais espetaculares ilustrações que se pode realizar em Física ou Engenharia Elétrica e ainda, as suas aplicações industriais e científicas são igualmente importantes e largamente utilizadas. Vale destacar como exemplos, alguns tipos de fornos industriais de indução, geradores de descargas elétricas em

* e-mail: pajc@power.ufscar.br

† e-mail: pfra@iris.ufscar.br

gases, detecção de vazamentos em sistemas de vácuo e muitos outros. Em medicina, as correntes de altas frequências produzidas por uma BT foram usadas em uma técnica chamada diatermia na qual submete-se o paciente a correntes de altas frequências e em virtude do efeito Joule, os órgãos internos são aquecidos. A primeira aplicação realmente importante da BT foi na transmissão de sinais elétricos entre dois pontos através de ondas eletromagnéticas (previstas teoricamente por Maxwell em 1865 e confirmadas experimentalmente por Hertz em 1886), realizada por Marconi em 1907. Estes foram os primórdios da radiodifusão tal como a conhecemos atualmente.

Apesar de parecer algo complicada, a compreensão do funcionamento de uma BT não necessita mais que o domínio dos conceitos físicos básicos utilizados no estudo de circuitos oscilantes RLC. A adequação destes conceitos à operação de uma BT pode ser feita diretamente, sendo necessários apenas alguns cuidados devido à forma particular de construção deste dispositivo. Neste artigo, descrevemos uma bobina de Tesla clássica, apresentando um modelamento teórico para descrever o seu funcionamento juntamente com uma parte experimental dedicada à construção e operação de um protótipo para a realização de algumas experiências. Em nosso protótipo todos os componentes, exceto o transformador primário (veja descrição a seguir), foram por nós construídos. Algumas das propriedades notáveis de correntes de alta voltagem e frequência serão delineadas no decorrer do texto juntamente com as explicações pertinentes.

II Circuitos Ressonantes e Transferência de Energia

Vamos considerar o esquema elétrico mostrado na Fig. 1, onde estão os diagramas usual de uma bobina de Tesla (a) e o equivalente (b) proposto para seu estudo. Como é visto na Fig. 1a, temos dois circuitos acoplados por uma indutância mútua entre os indutores L_P e L_S . O circuito primário é composto por um transformador de núcleo de ferro (T_P), responsável pela corrente elétrica através do capacitor C_P e do indutor L_P . Note que existe uma interrupção neste circuito, representada por A e B cuja principal função é otimizar a transferência de energia do circuito primário para o circuito secundário. Este último é composto basicamente por um indutor, L_S , formado por milhares de espiras de fio de cobre. Para estudar o comportamento destes dois circuitos acoplados quando a corrente é ligada, utilizaremos o circuito elétrico equivalente mostrado na Fig. 1b. Note que foram incluídos três novos componentes, que são as resistências R_P e R_S , nos circuitos primário e secundário, respectivamente e uma capacitância C_S no circuito secundário. C_S representa a capacitância distribuída ao longo de todo o indutor L_S como pode ser

visto na Fig. 1c; R_P e R_S representam as resistências dos condutores [4].

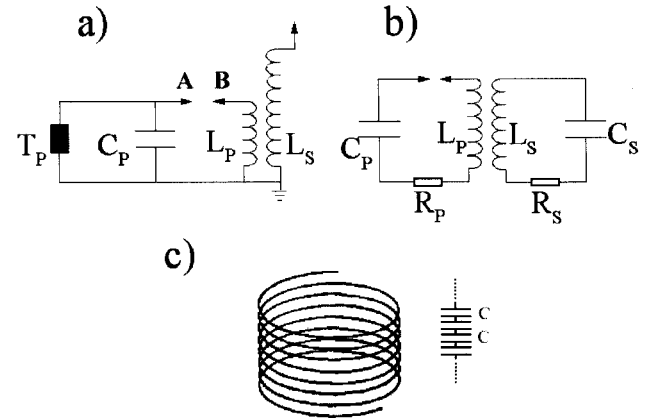


Figura 1. (a) Diagrama elétrico completo do circuito de uma bobina de Tesla; (b) Circuito utilizado para a descrição do funcionamento da BT. Note que foram incluídos um capacitor no circuito secundário (representando a capacitância distribuída no indutor L_S) e dois resistores, representando a resistências dos fios à passagem de corrente; (c) Capacitância distribuída ao longo do indutor secundário.

Antes de resolver propriamente as equações que descrevem a operação dos circuitos acoplados da Fig. 1, vamos tentar compreender qualitativamente o funcionamento da BT quando a corrente é ligada. Suponha, inicialmente, que a distância entre os pontos A e B seja pequena para que a voltagem da fonte (da ordem de dezenas de kV , fornecidos pelo transformador T_P) seja suficiente para romper a rigidez dielétrica do ar (campo elétrico máximo suportado por um isolante) e produzir uma centelha entre A e B . Quando ocorre a centelha, o ar é ionizado e passa a conduzir corrente elétrica, fechando o circuito primário e a carga armazenada no capacitor flui para o indutor L_P que é percorrido por um pulso de corrente o qual gera um campo eletromagnético ao redor do indutor L_S , que absorve a energia do campo e amplifica a voltagem, produzindo até centenas de milhares de volts nos extremos do indutor secundário. A razão de amplificação de voltagem seria, no caso ideal e independente da geometria dos indutores, do acoplamento e da frequência, dada por [5]

$$V_S = V_P \times \frac{N_S}{N_P}. \quad (1)$$

No caso de uma BT, o ganho em voltagem é conseguido de uma forma menos óbvia ligada à relação entre as indutâncias primária e secundária. Basicamente, a relação de amplificação da voltagem depende da qualidade do acoplamento entre os indutores, ou seja, da transferência de energia do circuito primário para o secundário como será mostrado mais adiante.

Por hora, vamos considerar a situação do circuito primário, subsequente à centelha entre A e B . Quando ocorreu a centelha, o capacitor C_P foi descarregado e

toda a energia armazenada pelo campo elétrico no capacitor foi transferida para o indutor L_P , que por sua vez a transfere para o circuito secundário. Imediatamente após, o capacitor primário é novamente carregado até o ponto que outra centelha ocorra e todo o processo anterior se repita. Temos então, um circuito oscilador tipo LC operando numa frequência dada por

$$f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{1}{L_P C_P}}. \quad (2)$$

A frequência de operação do transformador T_P é igual a 60 Hz (determinada pela rede elétrica), que é inferior à frequência de oscilação do circuito primário, definida pela equação (2) (em nosso caso, $f = 175 \text{ kHz}$ como será calculado mais adiante). Isso significa que o tempo de carga do capacitor é maior que o tempo característico de oscilação da corrente entre L_P e C_P e, em virtude disso, a energia acumulada no capacitor (e posteriormente transferida ao circuito secundário) não

será máxima. Porém, com a introdução do centelhador somente haverá a descarga do capacitor através do indutor L_P , e conseqüentemente a oscilação das cargas no circuito, quando a rigidez dielétrica do ar for alcançada, permitindo assim que a energia no circuito primário seja maximizada. Portanto, a energia do circuito primário é transferida para o secundário de forma pulsada (toda a energia acumulada no capacitor (C_P) passa ao indutor (L_P) em cada pulso).

Uma das principais características de um transformador como a BT é a voltagem extremamente elevada que pode ser conseguida. Assim, vamos resolver o circuito da Bobina de Tesla com o objetivo de calcular a voltagem em L_S e as frequências normais de oscilação, considerando o modelo representado na figura 1b: aplicando a Lei de circuitos de Kirchoff para os dois circuitos e derivando em relação ao tempo as equações assim obtidas, encontramos o seguinte sistema de equações diferenciais lineares de segunda ordem acopladas:

$$\begin{aligned} \frac{i_p(t)}{C_P} + R_P \frac{di_p(t)}{dt} + L_P \frac{d^2 i_p(t)}{dt^2} + L_{PS} \frac{d^2 i_s(t)}{dt^2} &= 0, \\ \frac{i_s(t)}{C_S} + R_S \frac{di_s(t)}{dt} + L_S \frac{d^2 i_s(t)}{dt^2} + L_{PS} \frac{d^2 i_p(t)}{dt^2} &= 0, \end{aligned} \quad (3)$$

onde $i_p(t)$ e $i_s(t)$ são as correntes nos circuitos primário e secundário, respectivamente. L_{PS} é o coeficiente de indutância mútua, dado por (veja [5])

$$L_{PS} = k \sqrt{L_P L_S} = \frac{\mu_0}{4\pi} \times \oint_{L_P} \oint_{L_S} \frac{d\mathbf{l}_P \cdot d\mathbf{l}_S}{|\mathbf{r}_S - \mathbf{r}_P|}. \quad (4)$$

onde $d\mathbf{l}_P, d\mathbf{l}_S$ são elementos de corrente nos indutores e $\mathbf{r}_P, \mathbf{r}_S$ são vetores que ligam $d\mathbf{l}_P, d\mathbf{l}_S$ à origem.

As condições iniciais a que estão sujeitas as equações (3) podem ser escritas como

$$\begin{aligned} i_p(0) &= 0; \\ i_s(0) &= 0; \\ \frac{di_p(0)}{dt} &= \frac{V_{C_P}}{L_P(1-k^2)}; \\ \frac{di_s(0)}{dt} &= \frac{-kV_{C_P}}{\sqrt{L_P L_S}(1-k^2)}. \end{aligned} \quad (5)$$

onde V_{C_P} é a voltagem no capacitor primário quando da descarga e k ($0 < k < 1$) é uma constante ligada ao acoplamento entre as indutâncias L_P e L_S [5, 6]. A solução de um sistema de equações como o encontrado (equações (3)) pode ser achada de várias maneiras (veja, por exemplo, referências [7, 8]). Como as duas equações diferenciais têm a mesma forma, vamos escrever uma solução genérica, pela qual os dois circuitos oscilam em uma mesma frequência (ω):

$$i(t) = \exp[(j\omega - \gamma)t] = e^{qt} \quad (6)$$

$$= e^{-\gamma t} \times [\cos(\omega t) + j \text{sen}(\omega t)], \quad (7)$$

sendo γ o amortecimento das oscilações devido à perdas no circuito, $q = j\omega - \gamma$ e $j = \sqrt{-1}$.

Substituindo as correntes no sistema de equações (3) pela forma geral e^{qt} , encontramos um sistema de equações homogêneas cujo determinante fornece o seguinte polinômio característico [8]:

$$(L_{PS}^2 - L_P L_S) q^4 - (R_P L_S + R_S L_P) q^3 + \left(\frac{L_S}{C_P} + R_S R_P + \frac{L_P}{C_S} \right) q^2 - \left(\frac{R_S}{C_P} + \frac{R_P}{C_S} \right) q - \frac{1}{C_P C_S} = 0. \quad (8)$$

Antes de resolver a equação acima, podemos fazer algumas considerações que permitem simplificá-la. Por exemplo, os valores das resistências R_S e R_P podem ser desconsideradas por serem pequenas ($R_P \approx 2 \Omega$ e $R_S \approx 100 \Omega$) se comparadas com as reatâncias capacitivas e indutivas presentes no circuito (ver cálculos na seção experimental). Esta é equivalente a um amortecimento desprezível ou $\gamma \approx 0$. Assim, a equação (8) se reduz à forma

$$(L_P^2 - L_P L_S) q^4 - \left(\frac{L_S}{C_P} + \frac{L_P}{C_S} \right) q^2 - \frac{1}{C_P C_S} = 0, \quad (9)$$

cujas soluções são (reduzindo a ordem com a ajuda de $q^2 = p$)

$$q = \pm \sqrt{\frac{\omega_P \omega_S}{2(k^2 - 1)} \left[\frac{\omega_P^2 + \omega_S^2}{\omega_P \omega_S} \pm \sqrt{\frac{(\omega_P^2 + \omega_S^2)^2}{\omega_P^2 \omega_S^2} + 4(k^2 - 1)} \right]}, \quad (10)$$

onde utilizamos as seguintes definições:

$$\omega_P = \sqrt{\frac{1}{L_P C_P}} \quad (11)$$

$$\omega_S = \sqrt{\frac{1}{L_S C_S}} \quad (12)$$

Podemos agora justificar a consideração de uma única frequência de oscilação para os dois circuitos feita na equação (7). Se as frequências de ressonância para os circuitos primário e secundário são próximas, a transferência de energia é máxima; então, vamos usar $\omega_P = \omega_S = \omega$ e assim, as soluções aceitáveis para q (equação (10)) podem ser escritas como [9]

$$q_{++} = +\sqrt{p_+} = j \frac{\omega}{\sqrt{1-k}}, \quad (13)$$

$$q_{+-} = +\sqrt{p_-} = j \frac{\omega}{\sqrt{1+k}}. \quad (14)$$

Como supomos que $\omega_P = \omega_S$, sempre é possível construir dois circuitos LC sintonizados numa mesma frequência de oscilação. Comparando as equações (13) e (14) com a equação (6), encontramos as frequências características de oscilação para o sistema dentro das aproximações consideradas:

$$\omega_{01} = \frac{\omega}{\sqrt{1-k}}, \quad (15)$$

$$\omega_{02} = \frac{\omega}{\sqrt{1+k}}. \quad (16)$$

A partir deste ponto, temos o problema praticamente resolvido. O próximo passo é encontrar as expressões para as correntes nos circuitos primário e secundário e então, a voltagem máxima que pode ser alcançada no indutor L_S . Sabemos das condições iniciais

(equação (5)) que $i_1 = i_2 = 0$ o que pode significar que as cargas correspondentes devem ser nulas ou constantes. Como carga nula no circuito primário fornece um resultado trivial, consideremos que a mesma seja constante. Levando em conta esta observação, parece mais interessante tratar o problema com relação à carga e depois, através de uma simples derivação, será obtida a corrente [10].

Podemos escrever as soluções para as cargas no circuito primário e secundário da seguinte forma:

$$Q_P(t) = A_1 \cos(\omega_{01}t) + B_1 \cos(\omega_{02}t), \quad (17)$$

$$Q_S(t) = A_2 \cos(\omega_{01}t) + B_2 \cos(\omega_{02}t). \quad (18)$$

onde A_1 , B_1 , A_2 e B_2 são amplitudes que podem ser determinadas por condições de contorno.

Considerando $Q_P(0) = Q_0$, e $Q_S(0) = 0$, facilmente obtemos que

$$Q_P(t) = \frac{Q_0}{2} (\cos(\omega_{01}t) + \cos(\omega_{02}t)), \quad (19)$$

$$Q_S(t) = \frac{Q_0}{2} (\cos(\omega_{01}t) - \cos(\omega_{02}t)). \quad (20)$$

Assim, usando a definição de corrente $i = \frac{dQ}{dt}$, temos que

$$i_P(t) = \frac{Q_0}{2} (\omega_{01} \text{sen}(\omega_{01}t) + \omega_{02} \text{sen}(\omega_{02}t)), \quad (21)$$

$$i_S(t) = \frac{Q_0}{2} (\omega_{01} \text{sen}(\omega_{01}t) - \omega_{02} \text{sen}(\omega_{02}t)), \quad (22)$$

e Q_0 pode ser determinado pelas condições de contorno dadas na equação (5). Assim,

$$\begin{aligned} i_P(t) &= \frac{V_{C_P}}{\omega \sqrt{L_P L_S}} \times \left[\frac{1}{\sqrt{1-k}} \text{sen}(\omega_{01}t) + \frac{1}{\sqrt{1+k}} \text{sen}(\omega_{02}t) \right] \\ i_S(t) &= \frac{V_{C_P}}{\omega \sqrt{L_P L_S}} \times \left[\frac{1}{\sqrt{1-k}} \text{sen}(\omega_{01}t) - \frac{1}{\sqrt{1+k}} \text{sen}(\omega_{02}t) \right] \end{aligned} \quad (23)$$

Cada uma das equações acima mostra uma corrente senoidal descrita por duas frequências muito próximas, fenômeno conhecido como batimento [11]. Dessa forma, podemos caracterizar as oscilações elétricas no circuito por um única frequência definida por:

$$\omega_{\text{batimento}} = \omega_{01} - \omega_{02} \quad (24)$$

Como dissemos no início, queremos calcular a amplitude da voltagem nos extremos do indutor secundário L_S . Sabemos que para qualquer indutância vale a relação

$$V_L = L \frac{di}{dt} \longrightarrow V_{L_S} = L_S \frac{di_S(t)}{dt}, \quad (25)$$

e aplicando esta relação, obtemos que

$$V_{L_S} = \frac{V_{C_P} L_S}{\sqrt{L_P L_S}} \left[\frac{1}{1-k} \cos(\omega_{01} t) - \frac{1}{1+k} \cos(\omega_{02} t) \right]. \quad (26)$$

Assim, a amplitude da voltagem em L_S é tal que

$$V_{L_S} \simeq V_{C_P} \sqrt{\frac{L_S}{L_P}}. \quad (27)$$

Antes de discutir este último resultado, vamos completar esta descrição teórica a respeito do funcionamento da bobina de Tesla, calculando a voltagem máxima no indutor secundário através do argumento de transferência de energia entre os dois circuitos, como já foi citado anteriormente. De toda a discussão realizada até agora, parece claro que o ganho de voltagem em uma BT está relacionada com o acoplamento entre diferentes impedâncias (circuitos primário e secundário). O ganho em voltagem é obtido através da transferência de energia de um circuito de baixa impedância e alta corrente para um circuito de alta impedância e baixa corrente. Vamos ver este comportamento matematicamente: supondo transferência total de energia de um para outro circuito, podemos escrever

$$\begin{aligned} E_{MP} &= E_{MS}, \\ &\text{ou} \\ \frac{1}{2} I_P^2 L_P &= \frac{1}{2} I_S^2 L_S, \end{aligned} \quad (28)$$

onde E_{MP}, E_{MS} são as energias armazenadas nos campos magnéticos das indutâncias L_P, L_S , respectivamente. Assim,

$$I_S = I_P \sqrt{\frac{L_P}{L_S}}. \quad (29)$$

Por outro lado, lembrando que $V_S = L_S \frac{dI_S}{dt}$, podemos calcular a voltagem no secundário usando a equação (29), derivando-a em relação ao tempo

$$\frac{dI_S}{dt} = \frac{dI_P}{dt} \sqrt{\frac{L_P}{L_S}} \quad (30)$$

e assim obter

$$V_S = V_P \sqrt{\frac{L_S}{L_P}}. \quad (31)$$

Por exemplo, em nosso caso, $L_S = 56,4 \text{ mH}$, $L_P = 437,1 \text{ } \mu\text{H}$, $I_P = 30 \text{ mA}$ e $V_P = 12 \text{ kV}$ o que fornece $I_S = 2,6 \text{ mA}$ e $V_S = 136 \text{ kV}$. Esta última equação é idêntica àquela expressão da amplitude da voltagem no indutor secundário (equação (27)) e como esperávamos, associada à baixa corrente (equação (29)), temos uma elevada voltagem no circuito secundário resultante da transferência de energia do campo eletromagnético. Note que em comparação com a equação (1), a voltagem no secundário depende da relação entre as indutâncias e não *diretamente* do número de espiras.

Observando a equação (31) vê-se que quanto maior for a razão $\frac{L_S}{L_P}$, maior será a voltagem induzida em L_S . Entretanto, lembrando que esta voltagem depende da energia acumulada no primário, o capacitor torna-se importante. A energia do circuito primário pode ser também escrita em função da carga acumulada no capacitor é dada por

$$E_{C_P} = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C}, \quad (32)$$

ou seja, mais carga significa mais energia. Dessa forma, devemos ter em mente que um desempenho ótimo será obtido quando as grandezas L_S, L_P, C_P forem devidamente ajustadas.

III Construção de uma Bobina de Tesla

Nesta seção, será descrito um protótipo simples e de baixo custo que pode ser facilmente construído. Entretanto, devido aos valores extremamente elevados das voltagens que podem ser encontradas neste circuito, é estritamente necessária a presença de uma pessoa capacitada tecnicamente para a realização da montagem. **Não é, portanto, recomendada a construção de um dispositivo como este por pessoas que não tenham conhecimentos técnicos e de segurança relacionados com altas voltagens.** Uma versão da BT que opera com baixas voltagens pode ser encontrada na referência [6].

Na Fig. 2 vê-se o protótipo montado e usado neste trabalho. A seguir, faremos uma descrição sucinta de cada um de seus componentes (indicados na Fig. 2) mostrando os detalhes mais significativos para a construção de cada um deles.

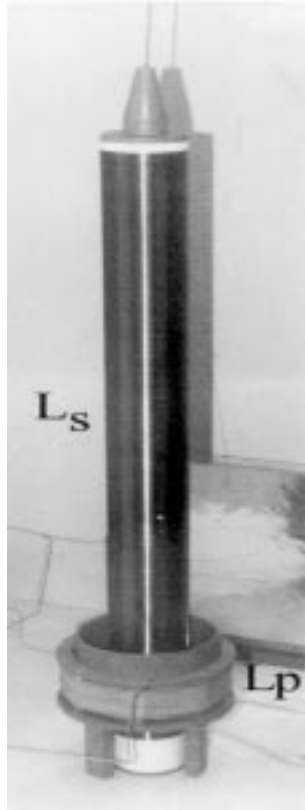


Figura 2. Aspecto do protótipo construído para a realização deste trabalho.

IV Circuito primário

Esta parte da BT é formada por 4 componentes. Somente um deles, o transformador T_P , foi adquirido por se tratar de um componente de difícil construção, dadas as suas características: voltagem de saída de 12 kV , com uma corrente nominal de 30 mA . Os outros itens são o capacitor C_P , a indutância L_P , e o “centelhador”.

O capacitor foi construído com uma lâmina de 1600 cm^2 de vidro comum (usado normalmente em janelas), servindo como um dielétrico (isolante), revestido por folhas de papel alumínio próprio para uso culinário. A capacitância foi calculada a partir da expressão usual para capacitores de placas paralelas [12]:

$$C_P = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 A}{d} \quad (33)$$

onde ε e ε_0 são as constantes dielétricas do vidro e do vácuo, respectivamente. A área das folhas é representada por A , e d é a distância entre elas. Para o capacitor construído, obtivemos

$$C_P = 1,89\text{ nF}. \quad (34)$$

É importante destacar a necessidade de que as dimensões das folhas de alumínio sejam menores que as da placa de vidro para que não ocorra fugas de corrente (faísca) entre as folhas de alumínio do capacitor devido

ao potencial extremamente elevado do circuito primário (12 kV).

O indutor é construído com algumas espiras (aproximadamente 40) de fio rígido de cobre usado em instalações elétricas residenciais enroladas em uma fôrma de madeira de 28 cm de diâmetro externo. O número de espiras não é crítico, mas alguns parâmetros devem ser observados quando da construção do indutor L_P . Por exemplo, como foi demonstrado na descrição teórica deste trabalho, a voltagem no secundário depende da relação entre as indutâncias L_P e L_S , e portanto, de acordo com a escolha do número de espiras (tanto em L_P como em L_S) será obtida uma voltagem maior ou menor em L_S . Para o cálculo da indutância podemos usar a expressão

$$L = \frac{N^2 R^2}{9R + 10H}, \quad (35)$$

onde N é o número de espiras, R e H são o raio e o comprimento do indutor, respectivamente. Essa equação é válida quando $H > 0,8R$ [13]. Para o indutor primário, encontramos que

$$L_P = 437,1\ \mu\text{H}. \quad (36)$$

O último componente do circuito primário é o que chamamos de centelhador que é uma interrupção em um dos ramos que liga o capacitor C_P ao indutor L_P (veja Figs. 1 e 3). No protótipo, utilizamos um “semi-anel” de acrílico com terminais (hastes de cobre) móveis.

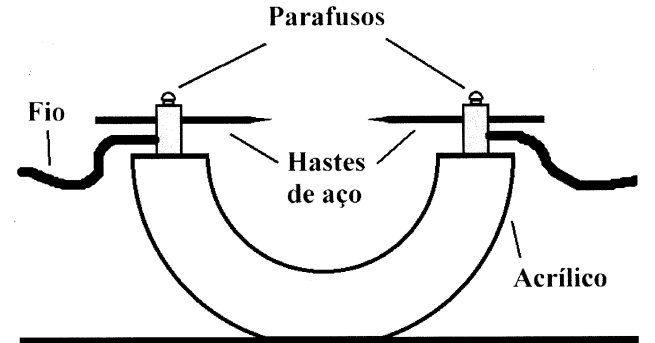


Figura 3. Detalhe do centelhador, que maximiza a transferência de energia do circuito primário para o secundário.

Antes de prosseguir, cabe aqui um comentário: se considerarmos a equação (1), válida para o caso ideal, e a equação (35) imediatamente obtemos

$$L \propto N^2 \longrightarrow V_S \propto V_P \sqrt{\frac{L_S}{L_P}}. \quad (37)$$

Então, porque a razão $\frac{N_S}{N_P} V_P$ não pode ser usada? O motivo é relativamente simples e já foi implicitamente discutido no final da seção teórica. Se tomarmos esta relação como válida não importando a geometria do indutor, podemos conseguir qualquer voltagem em L_S .

Fisicamente isto não é possível pois a voltagem em L_S depende da energia acumulada no conjunto L_P, C_P que é transferida a L_S, C_S . Agora sim, é fácil ver porque a equação (1) não fornece um resultado correto, desde que a quantidade de energia acumulada depende diretamente da indutância do circuito primário (equação (28)) que por sua vez se relaciona com o número de espiras (N_P, N_S) de uma forma particular.

V Circuito Secundário

A segunda parte do circuito é formada somente pelo indutor L_S . Assim como no caso de L_P , este componente é simples de ser construído e no protótipo apresentado utilizamos um tubo de PVC de 10 cm de diâmetro (comumente usado em instalações hidráulicas) e 1,30 m de comprimento como base para o enrolamento de aproximadamente 2560 espiras de fio de cobre. Usando a equação (35) e os dados acima, podemos calcular a indutância L_s e obter

$$L_s = 56,4 \text{ mH}. \quad (38)$$

Como discutido anteriormente, deve-se levar em conta uma capacitância distribuída em toda a extensão do indutor secundário (ver Fig. 1c). Esta capacitância pode ser escrita como [14]

$$C_S \simeq 0,29H + 0,41R + 1,94\sqrt{\frac{R^3}{H}} = 14,1 \text{ pF}. \quad (39)$$

VI Resultados - experiências, medidas e discussão

A presença de alta voltagem nos terminais de L_S pôde ser facilmente comprovada: imediatamente após ligar-se a BT, uma “coroa” azul-violeta formada por pequenos relâmpagos (efeito corona) aparece em torno do terminal superior de L_S . Aproximando-se uma peça metálica (devidamente isolada) deste terminal ocorre uma descarga intensa de aproximadamente 19 cm produzindo um ruído característico e um forte cheiro de ozônio devido à ionização do ar.

Para tratar teoricamente o problema, as resistências foram desprezadas por serem menores que as reatâncias envolvidas no problema. No cálculo das reatâncias capacitiva ($X_C = \frac{1}{\omega C}$) e indutiva ($X_L = \omega L$), precisamos do valor da frequência de oscilação do circuito. Das equações (15) e (16) obtém-se que

$$\begin{aligned} \omega_{01} &= 1,10\omega, \\ \omega_{02} &= 0,91\omega, \end{aligned} \quad (40)$$

supondo $k = 0,2$, com $\omega (= 2\pi f)$ dado por ω_S ou ω_P [6]. Dos dados já citados:

$$f = f_S = 175 \text{ kHz} \longrightarrow \text{ressonância} \quad (41)$$

$$X_{C_S} = X_{L_S} = 63 \text{ k}\Omega \quad (42)$$

$$X_{C_P} = X_{L_P} = 480 \Omega \quad (43)$$

$$f_{\text{batimento}} = f_{01} - f_{02} = 33 \text{ kHz}. \quad (44)$$

Comparando-se estes valores com $R_s \approx 100 \Omega$ e $R_P \approx 2 \Omega$, justifica-se a suposição de resistências desprezíveis (mesmo para uma variação de 50% na frequência, esta suposição continua válida).

A partir da equação (27) ou equação (31), e dos dados já fornecidos obtemos o valor teórico de V_S

$$V_S \approx 136 \text{ kV}. \quad (45)$$

Testes realizados com o protótipo forneceram um valor experimental para V_S , dado por

$$V_S^{E_{XP}} \approx 115 \text{ kV}. \quad (46)$$

Este valor foi obtido através da medida do tamanho da faísca nos terminais de L_S e da consideração da voltagem de ruptura do ar (VR). Conhecendo-se a voltagem V_P e o tamanho da faísca no centelhador (2 cm) foi possível estimarmos VR em 6 kV/cm. Deve ficar claro que a rigidez dielétrica do ar nas CNTP é de 30 kV/cm [15]; porém, devido às condições específicas como a presença de pontas, atmosfera não controlada, etc., é muito improvável que tal valor seja conseguido.

Numa tentativa de medida direta da frequência de operação da BT, construímos uma “antena” tipo dipolo (ver abaixo) de fio de cobre com 10 m de comprimento em cada braço, ligados a um osciloscópio (como a BT é um gerador de rádio-frequência (ondas eletromagnéticas), uma antena parece um dispositivo adequado para este tipo de medida). Com esta antena conseguimos medir a frequência de operação da BT, variando em uma faixa compreendida entre $f = 28 \text{ kHz}$ e $f = 40 \text{ kHz}$, dentro da qual está a frequência de batimento que foi calculada teoricamente (Fig. 4). A título de informação, vale citar que um processo semelhante é usado para a medida do campo elétrico associado a um relâmpago natural [16]. A forma de onda que foi registrada pelo osciloscópio está na Fig. 5 e assemelha-se a uma oscilação amortecida como pode ser facilmente visto das equações (23), quando consideramos que $\gamma \neq 0$ mas pequeno. É fácil mostrar que se esta condição é válida, as correntes no circuito primário e secundário podem ser escritas como

$$\begin{aligned} i_P(t) &= \frac{V_{C_P} e^{-\gamma t}}{\omega \sqrt{L_P L_S}} \left[\frac{1}{\sqrt{1-k}} \text{sen}(\omega_{01} t) + \frac{1}{\sqrt{1+k}} \text{sen}(\omega_{02} t) \right] \\ i_S(t) &= \frac{V_{C_P} e^{-\gamma t}}{\omega \sqrt{L_P L_S}} \left[\frac{1}{\sqrt{1-k}} \text{sen}(\omega_{01} t) - \frac{1}{\sqrt{1+k}} \text{sen}(\omega_{02} t) \right] \end{aligned} \quad (47)$$

onde γ é a constante de amortecimento. Na referência [17] são derivadas as expressões para as correntes nos circuitos primário e secundário no caso mais geral, onde existem duas constantes de amortecimento, relacionadas com as frequências características ω_{01} e ω_{02} . Como no caso de osciladores mecânicos (ou outros) amortecidos, temos uma onda cuja amplitude decai no tempo e, como já esperávamos, há uma sucessão de pulsos que são atenuados: esta é a ação de centelhador. Quando C_P atinge sua carga máxima ocorre uma faísca no centelhador e tem início uma oscilação na corrente i_P (com $f = 175 \text{ kHz}$) que é rapidamente amortecida (Fig. 5).

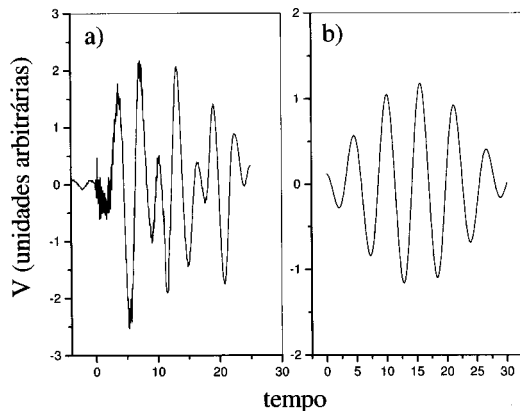


Figura 4. (a) Voltagem induzida na antena dipolo e medida pelo osciloscópio (mostramos apenas um pulso do centelhador); (b) Voltagem calculada para o circuito secundário, levando em conta que o circuito não é ideal (equação (3.11)). A concordância é razoável, dada a simplicidade do circuito de recepção.

Quando dissemos que usar uma antena parece ser um método adequado para medidas com a BT, estamos esbarrando no princípio fundamental de geração e recepção de ondas eletromagnéticas usado em telecomunicações. As faíscas induzidas nos terminais do indutor secundário irradiam um campo eletromagnético caracterizado por campos elétricos e magnéticos propagando-se (com velocidade igual a da luz) perpendicularmente entre si e em relação a direção de sua propagação, constituindo-se em um dipolo oscilante (Fig. 6a) [18]. Na Fig. 6a temos dois dipolos, um ligado à BT (chamado de emissor) e outro ligado a um voltímetro (chamado de receptor); se o emissor entra em funcionamento, as ondas eletromagnéticas que são emitidas induzem oscilações elétricas no dipolo receptor, cuja intensidade depende de alguns fatores geométricos como a distância

entre emissor e receptor, orientação relativa entre eles, extensão do receptor, entre outros. Quando a voltagem indicada no voltímetro é máxima, os dois circuitos estão em ressonância, ou seja, “sintonizamos” o receptor ao emissor. Este processo não é nada mais do que aquele que fazemos quando sintonizamos uma estação de rádio ou televisão e os dipolos oscilantes, emissor e receptor, são apenas as antenas da estação transmissora e de nosso rádio, respectivamente [5, 18, 19].

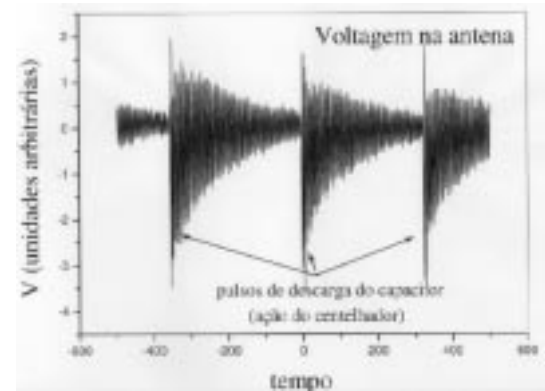


Figura 5. Voltagem induzida na antena dipolo para vários pulsos do centelhador. Nesta figura fica clara a ação do centelhador de transferir toda a energia armazenada no capacitor C_P para o indutor L_P em cada pulso, produzindo assim, pulsos de alta voltagem no circuito secundário.

Dessa forma, parece claro que o uso de uma antena tipo dipolo pode ser bastante útil nas medidas experimentais realizadas com a BT. Ainda com o propósito de captar as ondas eletromagnéticas geradas pela bobina de Tesla (mostradas nas Figs. 4 e 5), podemos incrementar o sistema de recepção para varreremos cuidadosamente uma certa faixa de frequências na qual está inserida a frequência característica de nosso sistema. Tal sofisticação está na figura 6b e constitui-se de um circuito LC no qual a capacitância é variável. Sabemos da equação (11) que a frequência natural de oscilação deste circuito depende inversamente do produto LC, e portanto variando C, podemos sintonizar exatamente a BT (é exatamente assim que os circuitos de recepção de rádios e televisores operam).

As medidas realizadas com a antena tipo dipolo descritas acima são apenas uma versão moderna dos experimentos de Hertz (1886), no qual foram comprovadas as hipóteses de Maxwell [5] da existência de ondas eletromagnéticas, portadoras de energia.

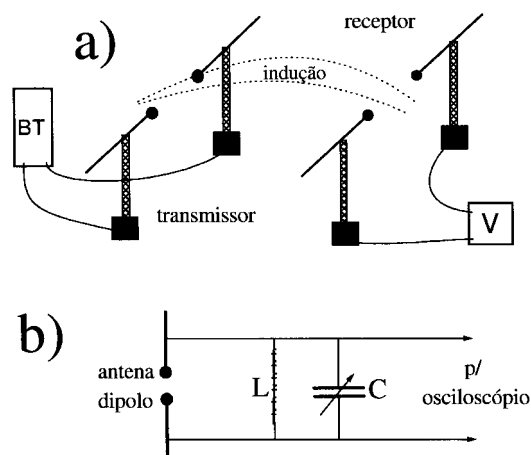


Figura 6. (a) Esquema simplificado do sistema de geração e recepção de ondas eletromagnéticas através de dipolos; (b) “Sofisticação” do sistema de sintonia usado nas medidas experimentais deste trabalho.

VII Conclusão

Neste artigo foram descritos o funcionamento e a construção de um transformador elevador de núcleo de ar - a Bobina de Tesla. Partindo da Lei de Kirchoff para circuitos, descrevemos o comportamento de dois circuitos RLC acoplados por uma indutância mútua: como resultados deste tratamento, pudemos usar e discutir tanto conceitos físicos envolvidos no problema, quanto a importância deles no tratamento matemático empregado na resolução dos circuitos. Outro ponto importante que deve ser enfatizado diz respeito à parte experimental do trabalho, no qual dispositivos “acadêmicos” como um capacitor de placas paralelas ou um indutor cilíndrico puderam ser usados na prática. Além disso, o protótipo foi construído basicamente com material reciclado e portanto, o custo envolvido é extremamente reduzido. Adicionalmente, alguns princípios da geração, transmissão e recepção de ondas eletromagnéticas puderam ser discutidos.

Novamente, enfatizamos que a construção de um dispositivo como a Bobina de Tesla necessita de pessoal qualificado em operação de circuitos de altas voltagens. A não observação desta recomendação pode resultar em acidentes fatais.

Agradecimentos

Os autores agradecem a sugestão da construção de uma BT dada pelo Prof. Dr. José M. Póvoa para demonstrações realizadas no evento “**Universidade Aberta**” promovido pela Universidade Federal de São Carlos em junho de 1999. O apoio técnico dado pelos Srs. Edgar Diagonel e José C. Ortega na construção de alguns dos módulos usados também foi apreciado.

Finalmente, gostaríamos de destacar que o protótipo construído foi baseado em uma série de sugestões pessoais que nos foram compartilhadas.

References

- [1] N. Tesla, *Experiments with alternate currents of high potential and high frequency*, Omni Hawthorne, California (1979).
- [2] Nikola Tesla and David H. Childress (Editor), *The fantastic inventions of Nikola Tesla*, Adventures Unlimited Pr. New York, (1993).
- [3] M. Cheney, *Tesla: Man out of time*, Prentice-Hall, New Jersey (1981).
- [4] *Sempre que necessário serão usados valores de capacitância, indutância e resistência característicos do projeto (protótipo) considerados importantes para o desenvolvimento da teoria. Posteriormente, estes valores e os detalhes de cálculo dos componentes utilizados no protótipo serão apresentados na seção experimental deste trabalho.*
- [5] John R. Reitz, Frederick J. Milford and Robert W. Christy, *Fundamentos da Teoria Eletromagnética*, Editora Campus, Rio de Janeiro (1982).
- [6] Donald G. Bruns, *Am. J. Phys.*, **60**(9), 797 (1992).
- [7] Eugene Butkov, *Física Matemática*, Guanabara Dois, Rio de Janeiro (1978).
- [8] William E. Boyce e Richard C. DiPrima, *Equações Diferenciais Elementares e Problemas de Valores de Contorno*, Guanabara Dois, Rio de Janeiro (1979).
- [9] C. R. J. Hoffmann, *Rev. Sci. Instr.*, **46**, 1 (1975).
- [10] *Na realidade, não é necessário o cálculo da carga porque temos todas as informações (dadas pelas condições iniciais) para a solução do problema (determinação da corrente).*
- [11] D. Halliday and R. Resnick, *Física*, Vol. 2, Livros Técnicos e Científicos Editora, Rio de Janeiro (1991).
- [12] D. Halliday and R. Resnick, *Física*, Vol. 3, Livros Técnicos e Científicos Editora, Rio de Janeiro (1991).
- [13] H. A. Wheler, *Proc. IRE* **30**, 412 (1942).
- [14] R. G. Medhurst, *W. Eng.* **21**, 80 (1947).
- [15] *Handbook of Chemistry and Physics*, 58ª edição, CRC Press Inc., Cleveland.
- [16] Martin A. Uman, *Lightning*, Dover Publications, New York (1982).
- [17] K. D. Skeldon, A. I. Grant, and S. A. Scott, *Am. J. Phys.* **65**(8), 744 (1997).
- [18] John D. Jackson, *Classical Electrodynamics*, Wiley International, New York (1998).
- [19] H. Moysés Nussenveig, *Curso de Física Básica - Eletromagnetismo*, Edgard Blücher Ltda, São Paulo (1997).