

Fenômenos Críticos em Sistemas Magnéticos: Teoria*

Sergio L. A. de Queiroz

Instituto de Física, Universidade Federal do Rio de Janeiro,
Cx P 68528, 21945-970 Rio de Janeiro RJ, Brazil

Recebido em 25 de Fevereiro, 2000. Aceito em 25 de maio, 2000

Revisamos a teoria moderna de transições de fase e fenômenos críticos, introduzindo os conceitos básicos de universalidade e teoria de escala em transições de segunda ordem. As conexões entre sistemas-modelo e experiência são analisadas no caso específico de fluoretos de rubídio e cobalto, descritos pelo modelo de Ising bidimensional. Introduzimos a teoria de escala de sistemas finitos, e alguns aspectos conceituais de invariância conforme, em suas conexões com sistemas magnéticos. Aplicações a sistemas desordenados, em particular aqueles com diluição e em campo aleatório, são consideradas.

I Introdução

As teorias modernas de transições de fase e fenômenos críticos tiveram sua origem na década de 60, quando os conceitos básicos de *universalidade* e *escala de funções termodinâmicas* foram introduzidos, bem como os princípios do procedimento de cálculo associado, o *grupo de renormalização*. Referências pioneiras clássicas são o artigo de Kadanoff e colaboradores [1], e o livro de Stanley [2]. Livros-texto mais recentes incorporam progressos posteriores [3], e detalham implementações do grupo de renormalização. A coleção Domb/Green (hoje Domb/Lebowitz) [4] é um registro dos principais avanços no campo desde os anos 70. Todas as referências acima tratam tanto de fluidos quanto de magnetos. Especializando para sistemas magnéticos, o artigo de De Jongh e Miedema [5] é uma excelente fonte de dados experimentais e comparação com a teoria cobrindo o período até 1974. Tanto acima quanto no que segue, as referências antigas citadas têm sua falta de atualidade compensada pela clareza de exposição de princípios básicos.

II Fenomenologia; conceitos básicos

Uma transição de fase em um sistema é caracterizada por singularidades nas suas funções termodinâmicas: energia livre e derivadas correspondentes, como magnetização e susceptibilidade [2]. Nos casos mais simples, estas singularidades ocorrem para valores críticos bem-especificados dos parâmetros externos; especializando no resto desta seção para *ferromagnetos* homogêneos, os

parâmetros externos relevantes (tanto no sentido usual da palavra quanto no contexto do grupo de renormalização [3]) são: temperatura T e campo magnético uniforme H . O *parâmetro de ordem* é a quantidade (magnetização a campo zero, nos casos de interesse aqui) que é não-nula na fase ordenada, de baixa temperatura, e zero na fase desordenada a altas temperaturas. A magnetização é singular (o que não implica necessariamente divergência, nem descontinuidade) à temperatura crítica T_c , que divide o eixo T entre as duas fases citadas.

A *ordem* de uma transição é a ordem mais baixa de derivada da energia livre que apresenta descontinuidade; uma transição de *primeira ordem* é caracterizada por descontinuidade da magnetização, enquanto para uma transição de *segunda ordem* a magnetização vai a zero continuamente quando a temperatura se aproxima de T_c por valores inferiores ($T \rightarrow T_c^-$), mas a susceptibilidade a campo uniforme é descontínua (na verdade, diverge, nos casos de interesse). No primeiro caso tem-se coexistência de duas fases distintas (ordenada e desordenada) no ponto de transição: é semelhante ao fenômeno de vaporização da água a 100° C e pressão de 1 atmosfera, onde líquido e gás ocorrem ao mesmo tempo em pontos diversos da amostra. No segundo caso, a fase ordenada se transforma continuamente na fase de alta temperatura quando $T \rightarrow T_c^-$, e vice-versa quando $T \rightarrow T_c^+$; acontece aqui que a fase ordenada se torna indistinguível daquela desordenada porque as *flutuações* do parâmetro de ordem (a serem definidas quantitativamente a seguir) ocorrem em todas as escalas de distância quando o sistema se aproxima do ponto crítico. Em uma transição de primeira ordem, as flutuações têm um alcance finito (tamanho típico das

* Apresentado na 2a. Escola Brasileira de Magnetismo Jorge André Swieca, Rio de Janeiro, agosto de 1999

bolhas, na analogia com a transição líquido-gás).

Para estudar flutuações, vamos definir a *função de correlação* $G(R)$ entre dois spins σ_0 e σ_R situados a uma distância R entre si como:

$$G(R) = \langle \sigma_0 \sigma_R \rangle - \langle \sigma_0 \rangle \langle \sigma_R \rangle, \quad (1)$$

onde $\langle \cdot \cdot \rangle$ é a média termodinâmica de uma quantidade; portanto $G(R)$ é a probabilidade condicional de que o spin em R aponte em uma certa direção, dado que o spin na origem também aponta para lá. O segundo termo à direita na Eq. (1) garante que se está descontando a possibilidade de os spins serem paralelos não devido à correlação direta entre eles, mas por se estar numa fase de baixa temperatura, onde a magnetização espontânea tende a alinhar todos os spins na mesma direção. Com esta definição, espera-se que $G(R)$ se comporte como:

$$G(R) \sim \frac{\exp(-R/\xi(T))}{R^{d-2+\eta}}, \quad (2)$$

onde η é um dos *expoentes críticos* e $\xi(T)$ é o *comprimento de correlação*, o qual dá a escala do *alcance das correlações entre flutuações* (da magnetização, no caso). De fato, como a magnetização é $M \equiv \sum_R \sigma_R$, $G(R)$ está relacionada à dispersão $\Delta M^2 \equiv \langle M^2 \rangle - \langle M \rangle^2$ pelo *teorema de flutuação-dissipação* [2, 3].

Próximo a uma transição de segunda ordem, com $t \equiv T/T_c - 1$, o comprimento de correlação (ou seja, o alcance das correlações entre flutuações) diverge como

$$\xi(t) \sim |t|^{-\nu} \quad (3)$$

onde em princípio poderia haver dois expoentes críticos distintos ν e ν' dependendo se $t > 0$ ou < 0 , porém as teorias de escala prevêem, e a experiência confirma [2, 3], $\nu = \nu'$. Em T_c a Eq. (2) mostra que as correlações decaem como uma lei de potência, $G(R) \sim R^{-(d-2+\eta)}$ onde o expoente η tem o nome de *dimensão anômala* (as antigas teorias de campo médio previam $\eta \equiv 0$ em qualquer sistema). A consequência disto é que correlações ocorrem em todas as escalas de distância, e o sistema se torna *invariante por transformações de escala* [1, 2, 3]. Este fato provê o fundamento das idéias do grupo de renormalização (GR), a partir das quais se pode construir procedimentos calculacionais para obter estimativas numéricas de parâmetros e expoentes críticos. Tais procedimentos se dividem em dois tipos principais de implementação: GR no espaço de momento (ver [3], [6]) e no espaço real [3]; para uma revisão deste último até 1982, ver [7].

Outros expoentes críticos importantes são: α do calor específico C , β da magnetização M , γ da susceptibilidade inicial $\chi \equiv (\partial M / \partial H)_{H=0}$, δ da magnetização em T_c , definidos por:

$$\begin{aligned} C &\sim |t|^{-\alpha}; & M(t, H=0) &\sim (-t)^\beta; \\ \chi &\sim |t|^{-\gamma}; & M(t=0, H) &\sim H^{1/\delta} \end{aligned} \quad (4)$$

onde β só pode ser definido para $t \rightarrow 0^-$, porque o parâmetro de ordem (magnetização) é $\neq 0$ ali, e $\equiv 0$ para $t > 0$; para α e γ valem as mesmas observações que para ν . A termodinâmica prevê relações entre expoentes na forma de desigualdades [2]; por exemplo, a desigualdade de Rushbrooke $\alpha + 2\beta + \gamma \geq 2$. A teoria de escala dos fenômenos críticos prevê, e a experiência confirma, que estas relações devem ser na verdade *igualdades*: as *relações de escala* (por exemplo $\alpha + 2\beta + \gamma = 2$).

Outra previsão da teoria de escala, também amplamente confirmada por dados experimentais, é a da *universalidade dos expoentes críticos*. De maneira resumida, para sistemas com interações de curto alcance, independente da forma específica destas, os valores dos expoentes críticos dependem apenas de propriedades gerais de simetria, a saber: a *dimensionalidade espacial* d e a *dimensionalidade D do parâmetro de ordem* [2, 3]. Além de $d = 3$, sistemas com dimensionalidades efetivas $d = 1$ ou 2 podem ser realizados experimentalmente (veremos em detalhe sistemas com $d = 2$ mais à frente). Embora o mais natural para magnetos seja considerar $D = 3$ como no modelo de Heisenberg, anisotropias variadas induzem valores efetivos $D = 1$ (Ising) ou 2 (XY). Ver [5].

Em uma transição de primeira ordem o comprimento de correlação é finito, portanto não ocorre invariância de escala; no entanto, progressos podem ser feitos ao longo de linhas similares. Ver Ref. [8] para artigos introdutórios ao problema. Por falta de tempo e espaço, vamos nos concentrar aqui apenas em transições de segunda ordem.

III Sistemas modelo ↔ experiência

O paradigma teórico é um sistema de spins localizados em pontos de uma rede cristalina regular, portanto a estatística relevante no caso é a de Maxwell-Boltzmann. Em consequência, realizações experimentais devem em princípio ser procuradas em magnetos isolantes, onde os momentos magnéticos desemparelhados correspondam a níveis d ou f . Na prática, elétrons f apresentam efeitos mais complexos, portanto para fixar idéias aqui é mais conveniente ter elétrons d em mente.

Nesta seção vamos estudar um sistema com $d = 2$, $D = 1$. Isto é porque (i) é interessante entender como surge uma realização experimental com dimensões respectivas espacial e de spin diferentes das esperadas $d = D = 3$; (ii) o modelo de Ising ($D = 1$) em $d = 2$ é um dos poucos modelos teóricos não-triviais que podem ser resolvidos exatamente (temperatura crítica, todos os expoentes críticos, função de partição a campo zero, funções de correlação) [2]; (iii) em parte devido a (ii), muitos estudos experimentais foram feitos dos sistemas reais correspondentes. Outros valores de d e D também podem ser realizados experimentalmente, ver Ref. [5].

No cristal Rb_2CoF_4 os átomos de Co perdem seus dois elétrons 4s; a camada mais externa fica sendo $3d^7$. Devido à anisotropia espacial (ver Fig.12 da Ref. [5]), os íons Co^{2+} situados no mesmo plano (dispostos segundo uma rede quadrada) interagem antiferromagneticamente entre si, enquanto entre íons em planos vizinhos: (i) a interação (também antiferromagnética) é muito mais fraca porque a distância interplanos é maior do que o parâmetro da rede quadrada; e (ii) há um cancelamento das interações antiferromagnéticas interplanos, pois cada íon está imediatamente acima do *centro* de um quadrado no plano vizinho. O campo cristalino é responsável por uma anisotropia uniaxial no espaço de spin, resultando em que a hamiltoniana efetiva de spin é

$$\mathcal{H} = \sum_{\langle i,j \rangle} [J_z s_i^z s_j^z + J_{\parallel} (s_i^x s_j^x + s_i^y s_j^y)] \quad (5)$$

onde a soma é sobre pares $\langle i, j \rangle$ de spins primeiros vizinhos no mesmo plano, $J_z \simeq 15.4$ meV, $J_{\parallel} \simeq 8.5$ meV [9]. Este sistema tem uma transição de fase antiferro-paramagnética à temperatura de Néel $T_N = 100.1$ K.

Para um sistema de spins de Ising numa rede quadrada, com interação J entre primeiros vizinhos (ferro-ou antiferromagnética, é irrelevante pois não há efeitos de frustração no caso) a temperatura crítica é $T_c/k_B|J| = 2.269\dots$. Portanto, como $2.269J_z/k_B \simeq 101$ K, o acordo é muito bom no que diz respeito à temperatura crítica.

Estudos por espalhamento de neutrons [10] fornecem o expoente $\beta = 0.119 \pm 0.008$, a ser comparado com o resultado exato $\beta = 1/8$; medidas de calor específico (na verdade, birefringência, relacionada à contribuição *magnética* ao calor específico [11]) mostram [12] uma divergência logarítmica simétrica ($C_{\pm}(t) = A_{\pm} \ln|t|$, $t \rightarrow 0^{\pm}$, com $A_+ = A_-$), em inteiro acordo com o resultado exato do modelo de Ising bidimensional.

Outro aspecto importante deste cristal é que ele aceita muito bem desordem substitucional aleatória com íons não magnéticos: pode-se produzir amostras de $\text{Rb}_2\text{Co}_x\text{Mg}_{1-x}\text{F}_4$ para qualquer x entre 0 e 1. Mais à frente, quando virmos sistemas desordenados, estes compostos mostrarão ser realizações de sistemas-modelo correspondentes.

IV Escala em sistemas finitos

Enquanto as amostras usadas em experimentos têm $\sim 10^{20}$ partículas ou mais, garantindo a aplicabilidade do limite termodinâmico, a situação é bem diferente quando se trata de cálculos numéricos em sistemas-modelo. Hoje (1999), os números máximos típicos usados p. ex. em simulações são $\sim (10^6)^2$ em $d = 2$, $\sim (130)^3$ em $d = 3$.

A teoria de escala de tamanhos finitos (*finite-size scaling*) mostra como tirar partido das limitações mencionadas, para obter informação pertinente ao limite termodinâmico partindo das propriedades correspondentes em sistemas finitos [13]. Em particular, um sistema finito não exhibe transição de fase, porque as singularidades das funções termodinâmicas que caracterizam a criticalidade não podem ocorrer ali (lembrar que a função de partição é uma soma de exponenciais reais, portanto não poderá ter nenhum comportamento não-analítico se corresponder a um sistema com número finito de graus de liberdade).

Para um sistema com dimensão linear L , a quantidade básica a ser considerada é a *razão* $x \equiv L/\xi_{\infty}(t)$ onde $\xi_{\infty}(t)$ é o comprimento de correlação do sistema infinito correspondente, com $t \equiv T/T_c - 1$. Longe de T_c , $x \gg 1$ e o sistema “não sabe que é finito”: o alcance das correlações é muito curto para que a existência dos limites seja sentida. Portanto aí as várias quantidades se comportam como no limite termodinâmico, independentes de L . Para $x < 1$ a dependência em L aparece combinada com a dependência em t através do (ainda finito) $\xi_{\infty} \sim |t|^{-\nu}$ [Eq. (2)], até que em T_c , $x = 0$: a única dependência que pode restar é em L . Lembrando que as quantidades de interesse em geral apresentam singularidades tipo lei de potência (ver Eq. (4)), propõe-se o seguinte *ansatz* [13]:

$$X(t, L) = L^a f(L/\xi_{\infty}(t)) = L^a f(Lt^{\nu}) \quad (6)$$

com

$$f(x) = \begin{cases} \text{const} & x \ll 1 \\ x^b & x \gg 1 \end{cases} \quad (7)$$

onde a e b devem ser determinados. Se $X(t, \infty) \sim t^{\rho}$, imediatamente obtém-se $a = -b = -\rho/\nu$, ou seja:

$$X(t = 0, L) = L^{-\rho/\nu} f(0) \quad (8)$$

Da Eq. (8), conhecendo-se a temperatura crítica por estimativas ou por argumentos de simetria, o coeficiente angular de um gráfico log-log de $X(0, L)$ contra L dá o valor de ρ/ν . Na Fig. 1 mostramos um exemplo.

Ainda mais, para $t \neq 0$ devemos ter

$$L^{\rho/\nu} X(t, L) = f(Lt^{\nu}) \quad (9)$$

o que sugere que gráficos de $L^{\rho/\nu} X(t, L)$, para vários t e L coincidirão quando colocados em termos da variável Lt^{ν} . Mais à frente veremos exemplos do uso dos procedimentos sugeridos pelas Eqs. (8) e (9) para a obtenção de quantidades críticas. Ver também Ref. [14].

Em geral, os estudos numéricos são conduzidos em sistemas: (i) totalmente finitos (L^d), ou (ii) finitos em todas as direções menos uma ($L^{d-1} \times \infty$: tiras em $d = 2$, barras em $d = 3$). Para a geometria (i) métodos Monte Carlo em diversas versões são usados [14, 15]; ver artigos selecionados em [16]. A geometria (ii) é especialmente apropriada ao uso de métodos de matriz de

transferência [17]. Estes últimos, por envolverem uma contagem exata dos fatores de Boltzmann de todas as configurações de spins, não apresentam problemas de termalização e aprisionamento em configurações meta-estáveis, frequentes em simulações Monte Carlo; o preço que se paga, de restrição a valores máximos de L menores do que nestas últimas, é usualmente compensado por uma convergência uniforme já aparecendo para sistemas com L relativamente pequeno.

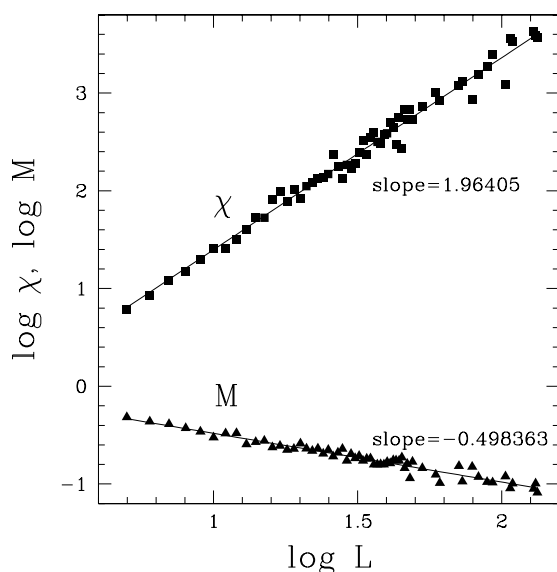


Figura 1. Resultados de simulações numéricas para susceptibilidade χ e magnetização M do modelo de Ising em sistemas $L \times L \times L$ à temperatura crítica, em gráfico log-log contra L (cortesia de Burkhardt Müller, via D Stauffer (Köln, Alemanha)). $3 \leq L \leq 130$. Os valores previstos para os coeficientes angulares são: χ : $\gamma/\nu = 1.97$; M : $-\beta/\nu = -0.485$.

V Invariância conforme em $d = 2$

Um magneto à temperatura crítica de uma transição de segunda ordem é invariante não só sob transformações de *escala*, como já vimos, mas também sob transformações *conformes*, isto é, aquelas que preservam ângulos, mas cujo fator de escala pode depender localmente da posição (as transformações de escala são um caso particular, com fator de escala espacialmente homogêneo).

As consequências deste fato para o estudo de sistemas de spins são várias, e expostas na Ref. [18]. Em $d = 2$, uma implicação imediata é que, como o plano complexo $z = x + iy$ é transformado em uma tira horizontal infinita de largura 2π pela transformação conforme $w = \ln z = \ln |z| + i \arg z$, uma tira de spins de largura L sítios (com condições de contorno periódicas) pode ser considerada como a *transformada* de um sis-

tema bidimensional de spins por:

$$w = \frac{L}{2\pi} \ln z \quad (10)$$

Em T_c , a invariância referida implica que toda a informação sobre a criticalidade do sistema bidimensional estará contida, embora de forma convoluída, na tira que é transformada conforme deste. As considerações necessárias para se extrair resultados práticos daí podem ser vistas nas Refs. [18, 19]. Obtém-se

$$L/\pi\xi_L(T_c) = \eta \quad (11)$$

onde $\xi_L(T_c)$ é o comprimento de correlação (ver Eq. (2) na tira de largura L , calculado à temperatura crítica do sistema bidimensional, e η é o expoente definido também na Eq. (2), com o valor apropriado ao sistema bidimensional (os spins na tira, sendo esta essencialmente unidimensional, só se ordenam a $T = 0$ [2]). Esta é a chamada relação expoente-amplitude, e ilustra a existência de amplitudes universais, em analogia a expoentes com esta propriedade. A rigor, a Eq. (11) só deveria ser válida assintoticamente, para $L \rightarrow \infty$, mas já se tem valores numéricos muito bons para $L \simeq 10$ em muitos casos, como pode ser visto por exemplo na Ref. [20].

Aplicações de idéias de invariância conforme a sistemas de spins em outras geometrias confinadas, por exemplo $L \times L$ podem ser vistas na Ref. [21]. Para extensões a $d = 3$, ver Ref. [22].

VI Sistemas magnéticos desordenados

Uma excelente revisão de sistemas desordenados até 1983 está na Ref. [23]. Um problema muito interessante nesta classe é o de vidros de spin, em que o conceito de *frustração* tem um papel dominante; aqui vamos nos concentrar no caso mais simples de desordem não-frustrada.

Tomando o composto $\text{Rb}_2\text{Co}_x\text{Mg}_{1-x}\text{F}_4$ mencionado na Seção 3, em que átomos não-magnéticos de Mg substituem átomos magnéticos de Co em posições aleatórias na rede, duas questões surgem: (i) para que grau de diluição (valores da concentração $1 - x$ de impurezas não-magnéticas) continuará havendo uma transição de fase entre uma fase ordenada de baixa temperatura, e uma outra paramagnética a alta temperatura? E (ii) nos casos que que houver uma transição, ela será caracterizada pelos mesmos expoentes da transição do sistema puro, ou pertencerá a outra classe de universalidade? As respostas são dadas respectivamente através do conceito de *percolação* [23, 24] e do *critério de Harris* [23, 25]: continua havendo transição enquanto a concentração de átomos magnéticos x estiver acima do limiar de percolação x_c , ou seja, enquanto houver uma “ilha infinita” de spins (átomos de Co,

no caso) conectados por ligações entre sítios primeiros-vizinhos (no exemplo, em que a rede é bidimensional quadrada, $x_c \simeq 0.59$); e o critério de Harris estabelece que a classe de universalidade será (não será) a mesma do sistema puro se o expoente α da singularidade do calor específico (ver Eq. (4)) for negativo (positivo).

O critério de Harris deixa de fornecer um resultado conclusivo para o modelo de Ising em $d = 2$, caso em que $\alpha = 0$ (o calor específico diverge logaritmicamente). Por isto, muito esforço teórico [26, 27], numérico [28, 29, 30] e experimental [31] tem sido devotado a sistemas descritos pelo modelo de Ising com diluição.

Ainda hoje (1999) não se pode dizer que a questão tenha sido definitivamente resolvida. As teorias mais recentes [27] prevêem que o comportamento crítico seja o mesmo que do sistema puro, mas com *correções logarítmicas*; grande quantidade de resultados numéricos é consistente esta previsão [28]; outros trabalhos numéricos têm sido interpretados no contexto de *universalidade fraca*, em que os expoentes (p. ex. γ , ν) dependeriam continuamente da intensidade da desordem (grau de diluição), mas com a *razão* γ/ν permanecendo constante com o mesmo valor que para o sistema puro. A evidência experimental disponível [31] aponta para expoentes iguais aos do caso puro, porém é muito difícil extrair dali provas definitivas da existência de correções logarítmicas. A Ref. [30] dá uma coleção ampla de referências recentes, em especial de trabalho numérico.

Outra questão é saber se os conceitos de invariância conforme, como por exemplo a relação amplitude- expoente Eq. (11), ainda são válidos em sistemas desordenados. As indicações são de uma resposta afirmativa [32, 33], desde que sejam calculadas médias configuracionais apropriadas das quantidades envolvidas, e que não haja frustração. Ver a Fig. 2.

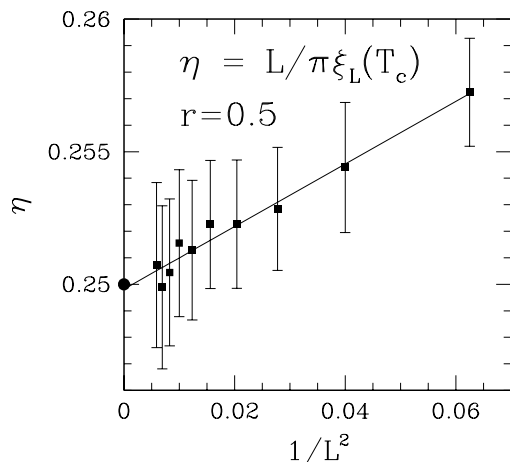


Figura 2. Teste da relação expoente-amplitude, Eq. (11) para sistemas desordenados. Adaptado da Ref. [32]. O valor esperado, para $L \rightarrow \infty$, é $\eta = 1/4$.

Para sistemas frustrados, como vidros de spin, a Eq. (11) parece não mais ser válida [34]. Este último ponto necessita ser mais elaborado.

Como ilustração da versatilidade das Eqs. (8) e (9), vamos apresentar uma adaptação ao problema de ferromagnetos de Ising em campo aleatório. Para o momento, lembramos que o modelo consiste de um ferromagneto puro com interações entre spins de Ising primeiros vizinhos, e mais um campo externo que varia de sítio a sítio, tendo seu valor em cada sítio retirado de uma distribuição com média nula. O caso mais simples é uma distribuição binária:

$$P(h) = \frac{1}{2}[\delta(h - h_0) + \delta(h + h_0)] \quad (12)$$

onde h_0 é a intensidade do campo aleatório. Em $d = 3$ este sistema exhibe ordem a T e h_0 suficientemente pequenos, enquanto em $d = 2$ a ordem é destruída (a fase ordenada se quebra em domínios tanto mais extensos quanto menor h_0) [35]. Este modelo pode ser realizado experimentalmente através de sua correspondência com antiferromagnetos diluídos em um campo externo uniforme [36].

Recentemente [37] analisamos as distribuições de probabilidade de funções de correlação para um sistema em $d = 2$, usando tiras de largura $3 \leq L \leq 15$ sítios. Ao longo do eixo $T \rightarrow T_c, h_0 = 0$, o sistema tem o comportamento crítico bem conhecido. No entanto, fixando $T = T_c(h_0 = 0)$ e fazendo $h_0 \rightarrow 0$ o comportamento será distinto e, segundo previsões teóricas [38], governado pelo expoente de *crossover* $\phi = \gamma = 7/4$ (γ é o expoente da susceptibilidade do modelo de Ising $d = 2$ em campo zero). O significado disto no presente contexto é que, para um sistema infinito a $T \rightarrow T_c, h_0 \rightarrow 0$, a variável de escala deverá ser [38] $x_\infty = h_0^2 |t|^{-\phi}$. Para um sistema finito de largura L , considerações análogas àquelas que levam às Eqs. (7) e (8) mostram que, em $T = T_c$ a variável de escala (de tamanho finito) será

$$x \equiv h_0 L^{\phi/2\nu}, \quad (T = T_c, h_0 \rightarrow 0) \quad (13)$$

com $\phi/2\nu = 7/8$ em $d = 2$ ($\nu = 1$ para o modelo de Ising em campo zero).

De fato a Fig. 3 mostra que, usando a variável sugerida por este argumento, obtém-se um excelente colapso de dados com o valor previsto.

Mais ainda, estudando a largura (dispersão), W , das distribuições de probabilidade das funções de correlação, as idéias relativas às Eqs. (6)–(9) podem ser adaptadas para sugerir o *ansatz*

$$W = h_0^\kappa f(L h_0^u) \quad (14)$$

onde agora não há uma previsão teórica para os valores dos novos expoentes κ e u . Variando valores tentativos destes, o melhor colapso de dados está representado na Fig. 4. Seria interessante se os valores numéricos

obtidos pudessem ser explicados por uma formulação teórica.

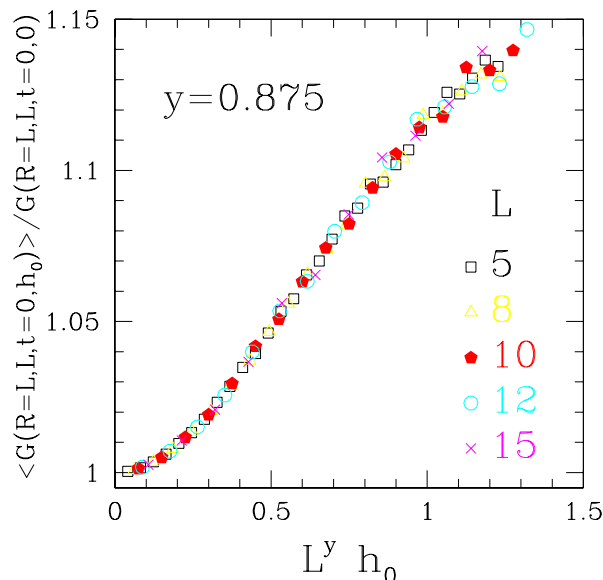


Figura 3. Funções de correlação (médias), normalizadas por seus valores correspondentes em campo zero contra $L^y h_0$ com $y = 0.875$.

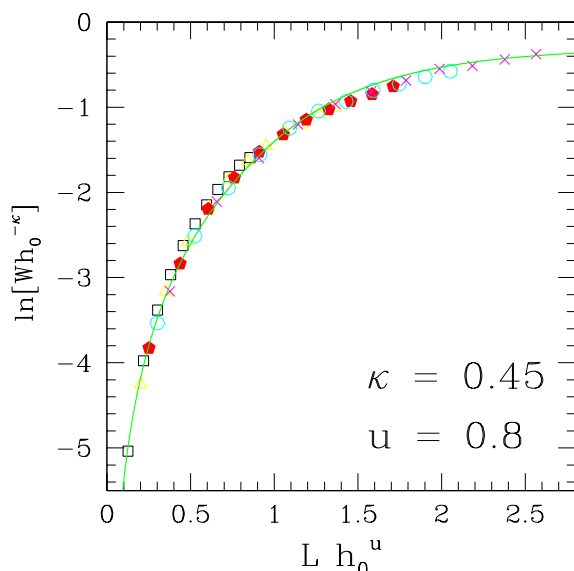


Figura 4. Gráfico de escala (*scaling plot*) semi-logarítmico de dispersões relativas $W h_0^\kappa$ contra $L h_0^u$. Símbolos são os mesmos que na Fig. 3.

VII Conclusões

A interação entre teoria e experiência tem sido extremamente frutífera na área de fenômenos críticos em sistemas magnéticos. Aqui se tentou dar uma visão geral de conceitos básicos bem estabelecidos, e apontar alguns

problemas ainda não completamente resolvidos. Destes últimos, pode-se destacar: a detecção de correções logarítmicas (ou variação de expoentes) no modelo de Ising diluído em $d = 2$; os limites de validade dos conceitos de invariância conforme em magnetos desordenados (por que motivo a existência ou não de frustração parece ser crucial no contexto?); a conexão dos expoentes que caracterizam larguras de distribuição, entre si ou possivelmente com outros conjuntos de índices críticos.

Referências

- [1] L P Kadanoff *et al*, *Rev Mod Phys* **39** 395 (1967)
- [2] H E Stanley, *Introduction to Phase Transitions and Critical Phenomena* (Oxford, Oxford, 1971)
- [3] J J Binney, N J Dowrick, A J Fisher and M J Newman, *The Theory of Critical Phenomena* (Oxford, Oxford, 1992); J M Yeomans, *Statistical Mechanics of Phase Transitions* (Oxford, Oxford, 1993); M Plischke and B Bergersen, *Equilibrium Statistical Mechanics* (World Scientific, Singapore, 1994)
- [4] *Phase Transitions and Critical Phenomena*, C Domb and M S Green (later C Domb and J L Lebowitz) eds (Academic, New York, 1972–1993) vols 1–15
- [5] L J De Jongh and A R Miedema, *Adv Phys* **23**, 1 (1974)
- [6] S–K Ma, *Modern Theory of Critical Phenomena* (Benjamin, Reading, 1976)
- [7] *Real-Space Renormalization* T W Burkhardt and J M J van Leeuwen eds (Springer-Verlag, Berlin, 1982)
- [8] M E Fisher and A N Berker, *Phys Rev B* **26**, 2507 (1982); J L Cardy and M P Nightingale, *Phys Rev B* **27**, 4256 (1983); V Privman and M E Fisher, *J Stat Phys* **33**, 385 (1983); K Binder and D P Landau, *Phys Rev B* **30**, 1477 (1984)
- [9] H Ikeda and M T Hutchings, *J Phys C* **11**, L529 (1978)
- [10] E J Samuelsen, *Phys Rev Lett* **31**, 936 (1973)
- [11] G Gehring, *J Phys C* **10**, 531 (1977)
- [12] P Nordblad *et al*, *Phys Rev B* **28**, 278 (1983)
- [13] M E Fisher, in *Proceedings of the “Enrico Fermi” International School of Physics, Varenna, 1970*, Course No. 51, M S Green ed (Academic, New York, 1971); M N Barber, in Ref. [4], vol 8 (1983)
- [14] *Finite Size Scaling and Numerical Simulations of Statistical Systems*, V Privman ed (World Scientific, Singapore, 1990)
- [15] *The Monte Carlo Method in Condensed Matter Physics*, Topics in Applied Physics 71, K Binder ed (Springer-Verlag, Berlin, 1992)
- [16] *Annual Reviews of Computational Physics*, D. Stauffer ed (World Scientific, Singapore, 1994–1999) vols 1–6
- [17] M P Nightingale, in Ref. [14]
- [18] J L Cardy, in Ref. [4], vol 11 (1987)
- [19] J L Cardy, *J Phys A* **17**, L385 (1984)
- [20] S L A de Queiroz, *J Phys A* **28**, L363 (1995)

- [21] C Chatelain and B Berche, *Phys Rev E* **60**, 3853 (1999)
- [22] M Weigel and W Janke, *Annalen Phys* **7**, 575 (1998)
- [23] R B Stinchcombe, in Ref. [4], vol 7 (1983)
- [24] D Stauffer and A Aharony, *Introduction to Percolation Theory* (Taylor and Francis, London, 1991)
- [25] A B Harris, *J Phys C* **7** 1671 (1974)
- [26] Vik S Dotsenko and Vl S Dotsenko, *J Phys C* **15**, 495 (1982)
- [27] A W W Ludwig, *Nucl Phys* **B330**, 639 (1990); B N Shalaev, *Phys Rep* **237**, 129 (1994)
- [28] B Derrida *et al*, *J Physique* **48**, 335 (1987); U Glaus, *J Phys A* **20**, L595 (1987); S L A de Queiroz and R B Stinchcombe, *Phys Rev B* **46**, R6635 (1992); **50**, 9976 (1994); W Selke, L N Shchur and A L Talapov in Ref. [16], vol 1 (1994); F D A Aarão Reis, S L A de Queiroz and R R dos Santos, *Phys Rev B* **54**, R9616 (1996); **56**, 6013 (1997); D Stauffer, F D A Aarão Reis, S L A de Queiroz and R R dos Santos, *Int J Mod Phys C* **8**, 1209 (1997)
- [29] J-K Kim and A Patrascioiu, *Phys Rev Lett* **72**, 2785 (1994); R Kühn, *Phys Rev Lett* **73**, 2268 (1994);
- [30] G Mazzeo and R Kühn, *Phys Rev E* **60**, 3823 (1999)
- [31] M Suzuki and H Ikeda, *J Phys C* **11**, 3679 (1978); H Ikeda, *J Phys Soc Jpn* **50**, 3215 (1981); R A Cowley *et al*, *Phys Rev B* **21**, 4038 (1983); I B Ferreira *et al*, *Phys Rev B* **28**, 5192 (1983), M Hagen *et al*, *Phys Rev B* **36**, 401 (1987)
- [32] S L A de Queiroz, *Phys Rev E* **51**, 1030 (1995); *J Phys A* **30**, L443 (1997)
- [33] J L Cardy and J L Jacobsen, *Phys Rev Lett* **79**, 4063 (1997)
- [34] F D A Aarão Reis, S L A de Queiroz and R R dos Santos, *Phys Rev B* **60**, 6740 (1999)
- [35] H Rieger, in Ref. [16], vol 2 (1995)
- [36] S Fishman and A Aharony, *J Phys C* **12**, L729 (1979)
- [37] S L A de Queiroz and R B Stinchcombe, *Phys Rev E* **60**, 5191 (1999)
- [38] A Aharony, *Phys Rev B* **18**, 3318 (1978); A Aharony and E Pytte, *Phys Rev B* **27**, 5872 (1983)