Reversibilidade no Choque Elástico: a Conservação da Velocidade Relativa

(Reversibility in the elastic collision: the conservation of the relative velocity)

G. F. Leal Ferreira
FCM, Instituto de Física de São Carlos
CP 369, 13560-970, São Carlos, SP
guilherm@ifsc.sc.usp.br

Recebido em 19 de Abril, 1999

Impondo reversibidade ao choque elástico obtém-se, por meio de uma experiência idealizada, a conservação da velocidade relativa, sem o uso explícito das expressões de conservação da energia cinética das massas em colisão.

Imposing reversibility to the elastic collision in a 'gedanken' experiment the conservation of the relative velocity is derived without explicit use of expressions for the conservation of kinetic energy of the colliding masses.

I Introdução

Um fato extraordinário no choque elástico unidimensional entre duas massas pontuais é o da conservação (com inversão) da velocidade relativa na colisão, independentemente do valor das massas atuantes. Ele é usualmente obtido pelo uso simultâneo das equações de conservação do momento e da energia, nas quais intervêm os valores das massas. Suspeita-se pois que aquela conservação deve resultar de princípio mais geral, como efetivamente mostraremos ser o caso: ela deriva, além, naturalmente, do princípio da conservação do momento, da admissão do princípio da reversibilidade do choque elástico, isto é, de que as velocidades iniciais seriam recuperadas se as partículas voltassem a colidir.

Para facilidade de raciocínio vamos supor que uma das massas esteja inicialmente parada. No choque da Fig. 1, a massa M com velocidade V colide com a massa m, parada, adquirindo aquela a velocidade V_1 e m a velocidade v_1. Tem-se

$$MV = m\nu_1 + MV_1 \tag{1}$$

e

$$MV^2 = m\nu_1^2 + MV_1^2 \tag{2}$$

Nesta última põe-se $M(V^2 - V_1^2) = M(V - V_1)(V + V_1)$, o que dá, com a Eq. 1

$$m\nu_1(V + V_1) = m\nu_1^2 \tag{3}$$

ou

$$V = -(V_1 - \nu_1) \tag{4}$$

O conteúdo da Eq.4 é que a massa m (como a massa M), antes e depois do choque, vê a massa $M(m)$ com velocidade relativa $|V|$, apesar de ter sua velocidade (como a de M) mudada instantaneamente no momento da colisão.

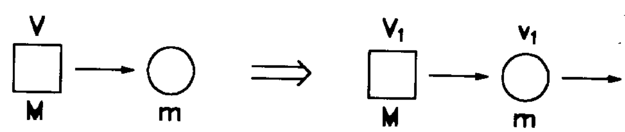

Figura 1. Colisão da massa M, velocidade V_1 com a massa m parada, resultando M com V_1 e m com ν_1.

Resultado tão sugestivo - independência em relação às massas das partículas em colisão -, clama por explicação mais simples, o que será conseguido admitindo-se o princípio da reversibilidade do choque elástico.

II A reversibilidade

Vamos supor que depois do choque fizéssemos m com v_1 e M com V_1 se chocarem outra vez. Como? Numa experiência idealizada, faríamos m lançar na direção de M um anteparo A, perfeitamente elástico e sem massa (Fig.2-a), situando-o atrás de M, mas solidário rigidamente à massa m. Como M se afasta de m (sua velocidade foi diminuida pelo choque), M viria então a se chocar com A e consequentemente com m. No sistema de coordenadas em que o 1^o choque é descrito pelas Eqs.1 e 2, este 2^o choque também é descrito por estas equações, só que com os seus lados direitos dando agora a condição inicial. Admitindo a reversibilidade do choque elástico, resulta que a massa m para enquanto M irá se mover com velocidade V, restabelecendo a situação original em termos de velocidades.

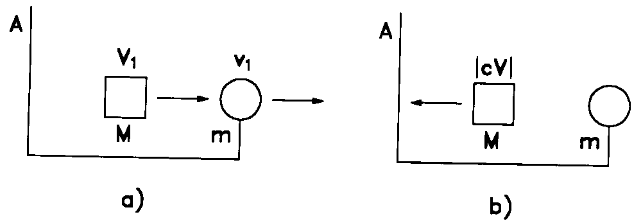

Figura 2. Para o emprego da reversibilidade, o anteparo A, sem massa, rígido e elástico, é lançado por m para trás de M, acontecendo o 2^o choque: a) no sistema de coordenadas da Fig. 1; b) no sistema solidário a m.

III Conservação da velocidade relativa

Vamos analisar o que acontece entre os 1^o e 2^o choques no sistema solidário a m, sem impormos que a velocidade de afastamento de M seja $|V|$ depois do 1^o choque; seja ela $c|V|$, com c, positivo, a ser determinado, (Fig.2-b). Embora m veja M se afastar, o anteparo A, mecanicamente solidário a m, vê M se aproximar e com ele colidir e se afastar. A velocidade de afastamento de M deve ser $c^2|V|$, já que no primeiro era de $c|V|$. Mas de acordo com a conclusão do parágrafo anterior, a situação original é restaurada e esta velocidade deve ser $|V|$, e assim $c = 1$.

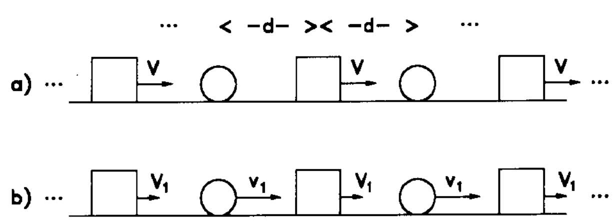

Figura 3. O sistema infinito de massas M e m equidistantes de d, inicialmente na configuração a). Depois do tempo d/V a configuração seria a b), o sistema oscilando entre ambas com período t.

Uma maneira alternativa de se refazer a colisão, agora indefinidamente [3], seria, o de considerar-se o sistema infinito de massas m e M, equidistantes, as massas M recebendo todas a velocidade V no mesmo instante, ver fig. 3 a. Sendo d a distancia entre elas, depois de um tempo $t = d/V$ as massas se chocariam, dando origem à configuração da fig.3 b.

Porém, depois do mesmo tempo t, a configuração voltaria a ser aquela anterior, o sistema oscilando entre elas com o período t.

No raciocínio anterior supusemos naturalmente que c é independente de $|V|$. Se uma razão fosse pedida para isso, poder-se-ia dizer que seria a hipótese mais razoável fisicamente, já que, segundo Newton, o choque inelástico, do qual o choque elástico é limite, caracteriza-se pelo coeficiente de restituição c, com $c < 1$, independente das velocidades relativas de antes e depois do choque. Em [1] e [2] discutiu-se o choque inelástico em detalhe, com inúmeras referências. Porém acreditamos que sendo a velocidade $|V|$, segundo m, restaurada depois do choque com A, poder-se-ia mostrar matematicamente que mesmo que c dependesse de $|V|$, ter-se-ia finalmente $c = 1$, mas o preço seria complicar excessivamente o que se quer mostrar fisicamente.

IV Considerações finais

A generalidade da prova, simplesmente baseada na admissão da reversibilidade no choque elástico, permite que o resultado seja estendido a outros casos, como ao do choque entre uma massa pontual e um corpo rígido, impondo-se a conservação da velocidade relativa entre a massa pontual e o ponto do sólido em contacto com ela no momento do choque. Isto é muito mais vantajoso do que impor a conservação da energia, envolvendo termos quadráticos. Por fim vale ressaltar que o princípio da reversibilidade, se em verdade geral, não poderia se restringir à mecânica newtoniana. Como o Prof. René Armando Moreno e o autor pretendem mostrar, ele se estende também ao choque relativístico, enquadrando-se, possivelmente, como caso particular do princípio da reversibilidade temporal das interações físicas.[4]

Agradecimentos

O autor agradece bolsa de pesquisador concedida pelo CNPq e, em especial, ao árbitro indicado pelo Editor, que com suas críticas construtivas, permitiu que o autor melhorasse a apresentação do trabalho.

Referências

[1] G. Barnes, Am. J. Phys., **26**, 5 (1958).
[2] G. Barnes, Am. J. Phys., **26**, 9 (1958).
[3] O autor agradece ao árbitro esta forma alternativa de se reproduzir as colisões, bem como a menção das referências acima citadas.
[4] R.A. Moreno e G.F.L. Ferreira, a ser publicado na Rev. Bras. Ens. Fis, (2000).