

O Efeito Casimir

(The Casimir Effect)

Marcus Venicius Cougo-Pinto, Carlos Farina e Alexandre Tort

Instituto de Física, Universidade Federal do Rio de Janeiro

Caixa Postal 68528, 21945-970 - Rio de Janeiro, RJ, Brazil

Recebido em 12 de Julho, 1999

A teoria quântica oferece vários exemplos que mostram que o vácuo quântico exerce um papel fundamental na física de fenômenos microscópicos e macroscópicos. Um desses fenômenos é o efeito Casimir, a atração entre duas placas paralelas, perfeitamente condutoras e eletricamente neutras, previsto há exatamente cinquenta anos pelo físico holandês Hendrik Brugt Gerhard Casimir.

Quantum theory offers several examples that strongly suggests that the quantum vacuum, contrary to the classical vacuum, plays a fundamental role in the physics of observable phenomena in the microscopic as well as in the macroscopic level. One of these phenomena is the Casimir effect, the attraction between two neutral perfectly conducting plates, predict exactly fifty years ago by the Dutch physicist Hendrik Brugt Gerhard Casimir.

I O efeito Casimir

Natura abhorret vacuum

Imagine duas placas metálicas perfeitamente condutoras, mas eletricamente neutras e paralelas entre si. Elas são quadradas com um centímetro de lado e estão separadas por uma distância da ordem de micrômetros. O conjunto está montado dentro de uma câmara perfeitamente selada, na qual um vácuo perfeito foi estabelecido, e há disponível um medidor de força muito sensível, capaz de medir forças diminutas entre as placas. Como as placas são neutras não há força elétrica entre elas e além disso a força gravitacional entre elas é totalmente desprezível. Os pesos das placas estão convenientemente cancelados por meio de suportes e tomou-se o cuidado de neutralizar qualquer tipo de interferência externa, como por exemplo, vibrações mecânicas espúrias. Nessas condições esperamos que o ponteiro do medidor de força não se mova. **Contudo, o ponteiro do medidor se move indicando a existência de uma força atrativa entre as placas!** Quando a separação entre elas é de meio micrômetro a força equivale ao peso de uma massa de 2 décimos de miligrama (mais ou menos o peso de um décimo de um confete). Este é o efeito Casimir, previsto teoricamente pelo físico holandês Hendrik Brugt Gerhard Casimir (1909-) em 1948 [1], comprovado experimentalmente pela primeira vez em 1958 por seu compatriota M. Sparnaay [2] e recentemente confirmado por outros experimentos [3,4,5] muito mais precisos. Esses experimentos afastam qualquer sombra de dúvida sobre a existência do efeito, tal qual previsto por Ca-

simir. Como duas placas eletricamente *neutras* podem exercer algum tipo de influência uma sobre a outra? É esta a pergunta que tentaremos responder neste artigo. Mas, para começar nada melhor do que um pouco da história do efeito.

Na Holanda dos anos 1940, nos Laboratórios Philips, foram realizados alguns experimentos com suspensões de pó de quartzo utilizado na produção industrial. Suspensões são sistemas formados por grandes agregados de átomos, íons ou moléculas que formam “partículas” de tamanho superior a 100 nanômetros dispersas em uma outra substância, por exemplo, em água. Os resultados experimentais sugeriam que a teoria vigente na época para a estabilidade dessas suspensões poderia não estar inteiramente correta e que a interação entre as partículas nas suspensões poderia diminuir de intensidade para grandes distâncias mais rapidamente do que se pensava. Foi sugerido que isto poderia ser creditado ao efeito da velocidade finita de propagação da interação eletromagnética entre os átomos. Essa sugestão fez com que Casimir e seu colega D. Polder reconsiderassem a chamada interação de van der Waals de dispersão e chegassem à conclusão de que a suspeita tinha fundamento. Casimir e Polder mostraram que, em consequência da velocidade finita de propagação do campo eletromagnético, a energia de interação interatômica diminuía com o inverso da sexta potência da distância entre os átomos quando estes estavam bem próximos e com o inverso da sétima potência quando a grandes distâncias [6]. A simplicidade desses resultados, obtidos em 1947, deixou Casimir e Polder intrigados:

*“The very simple form of equation...and the analogous formula...suggest that it might be possible to derive these expressions, perhaps apart from the numerical factors, by more elementary considerations. This would be desirable since it would also give a more physical background to our result, a result which in our opinion is rather remarkable. So far we have not been able to find such a simple argument”*¹ [6]

Foi então que repensando o problema Casimir encontrou uma maneira diferente e notável de tratá-lo. Casimir mostrou em um colóquio apresentado em Paris, em abril de 1948, que o resultado obtido com Polder podia ser recalculado recorrendo-se às chamadas oscilações quânticas do vácuo eletromagnético. Antes de falar mais sobre essas misteriosas e fascinantes oscilações continuemos com um pouco mais de história. Casimir conta que foi Niels Bohr, um dos criadores da mecânica quântica, quem lhe sugeriu considerar a energia de ponto zero do vácuo, que é a energia decorrente da existência das tais oscilações. Casimir teve então a idéia de usar o conceito de energia de ponto zero para o vácuo entre duas placas metálicas, elétricamente neutras e paralelas. Os seus cálculos, que apresentou cerca de um mês após o simpósio de Paris, mostraram que elas deveriam atrair-se com uma força inversamente proporcional à quarta potência da distância entre elas. Para placas de um centímetro quadrado de área, separadas pela distância de um micrômetro, ele previu que a força seria igual a 0,013 dinas. A força F obtida por Casimir é dada por

$$F = -A \frac{\pi^2 \hbar c}{240 a^4}, \quad (1)$$

onde A é a área de cada placa, a a separação entre elas, \hbar a constante de Planck dividida por 2π e c a velocidade da luz no vácuo. Apreciemos o tom informal com que Casimir descreve sua descoberta em uma carta a Peter Milonni em março de 1992 [7]:

“No verão ou outono de 1947 (mas não estou absolutamente certo de que não tenha sido um pouco antes ou depois), mencionei meus resultados a Niels Bohr, durante uma caminhada. “Isto é ótimo,” disse ele. “Isto é algo novo.” Disse-lhe que estava intrigado com a forma extremamente simples das expressões para a interação a grandes distâncias e ele resmungou algo sobre a energia do ponto zero. Isto foi tudo, mas colocou-me em uma nova pista.

Descobri que calcular as variações da energia do ponto zero leva realmente aos mes-

mos resultados dos cálculos que fiz com Polder....

Em 29 de maio de 1948 apresentei meu trabalho *Sobre a atração entre duas placas perfeitamente condutoras* à Academia Real Holandesa de Artes e Ciências. O trabalho foi publicado no decorrer daquele ano...”

O mais notável no trabalho de Casimir não era o fato de que placas condutoras neutras pudessem exercer influência umas sobre as outras, pois a interação entre objetos neutros não era exatamente uma novidade, pelo menos para aqueles que estudavam as forças de van der Waals dispersivas, mas sim o fato de que esta interação particular podia ser atribuída às flutuações quânticas do vácuo. O trabalho de Casimir recebeu pouca atenção nos anos posteriores à sua publicação. Seu trabalho com Polder foi inicialmente o mais citado. Desde então a situação mudou radicalmente e o volume de trabalhos que citam o artigo original de Casimir cresceu enormemente, à medida que os físicos perceberam suas implicações para a física moderna [8,9,10,11,7,12]. A idéia de Casimir de atribuir às flutuações do vácuo quântico a atração entre as placas foi mais uma contribuição ao milenar debate em torno do conceito de vácuo. Para melhor apreciar a importância do efeito Casimir será conveniente uma visão panorâmica, ainda que superficial, da evolução do conceito de vácuo.

II O conceito de vácuo

A noção comum que associamos à palavra *vácuo* é a de ausência absoluta de matéria, particularmente ausência de *ar* ou outros *gases*. É com este sentido que, por exemplo, empregamos termos tais como *bomba de vácuo*, *deposição à vácuo* e *tecnologia de vácuo*, com os quais qualificamos engenhos e técnicas com nossa noção cotidiana do termo. Retiramos a matéria e tudo o mais que pode ser retirado, e permanecemos com algo que denominamos descuidadamente espaço, vazio, espaço vazio ou vácuo, que algumas vezes até mesmo tomamos como sinônimo de *nada*. Na maioria das vezes não nos ocorre que essa concepção possa ser um tanto ingênua e nossa terminologia imprecisa. Na verdade, o conceito de vácuo, e seus sinônimos ou correlatos, tais como vazio ou espaço, já foi objeto de meditações profundas que esboçaremos a seguir e, graças ao interesse contínuo de cientistas e filósofos, permaneceu e ainda permanece em evolução [13-16].

Os filósofos gregos da Antiguidade Clássica perceberam perfeitamente as complexidades conceituais envolvidas nas noções fundamentais de matéria, espaço,

¹ “A forma muito simples da equação ... e a fórmula ... sugerem que deve ser possível derivar essas expressões, talvez a menos de fatores numéricos, por meio de considerações mais elementares. Isso seria desejável, pois também daria um contexto mais físico ao nosso resultado, um resultado por outro lado notável, em nossa opinião. Até o momento não fomos capazes de encontrar tal argumento simples”.

tempo e movimento e, em particular, as dificuldades teóricas com o conceito de vácuo. A história da filosofia grega nos ensina que eles, grosso modo, conseguiram estabelecer dois pontos de vista conceituais opostos a respeito do vácuo. De acordo com o primeiro, o “vácuo” é o espaço vazio, isto é, destituído de matéria; se supusermos que ambos, espaço e matéria existem de modo independente, a ele resta somente a propriedade de separar os objetos materiais e permitir a realização dos seus movimentos relativos. O vácuo e o espaço vazio são sinônimos. De acordo com o segundo ponto de vista, o espaço vazio não é admissível e o “vácuo” deve ser concebido como uma espécie de meio (um “éter”, um “ar sutil”). As palavras *vácuo* e *vazio* nesse contexto não significam a mesma coisa. O filósofo atomista Demócrito (c.460-370 a.C.), para quem o vácuo manifestava-se como “intervalos que separam um átomo de outro átomo e um corpo de outro corpo, assegurando a sua natureza discreta e possibilidade de movimento”, é um exemplo do primeiro ponto de vista. Também são exemplos dessa escola de pensamento Platão (c.428-347 a.C.), que afirmava ser um corpo físico apenas uma parte do espaço limitado por superfícies geométricas que contêm o espaço vazio e o poeta e filósofo romano Lucrécio (c. 94-55 a.C.), autor do poema didático *De Rerum Natura*. Nele Lucrécio expõe a teoria física de Epicuro (341-270 a.C.):

“Toda a natureza então, na forma pela qual existe, é em si mesma baseada em duas coisas: existem os corpos e existe um vazio no qual esses corpos são colocados e através do qual se movem.”

O segundo ponto de vista a respeito do vácuo é representado, por exemplo, por Parmênides de Eléia (c.515-450 a.C.), mentor de Zenon de Eléia (c. 490 a.C.), e Melissos de Samos (c.350 a.C.), último representante de importância da escola eleata. Para Parmênides, “o vácuo é o nada e o nada não existe”. Zenon foi o primeiro a diferenciar “vácuo” e “espaço”, ao introduzir a noção de “lugar”. Para Parmênides e Melissos, o universo era um pleno compacto, um “todo contínuo e imutável”. Mas sem dúvida o mais importante entre aqueles que negavam a existência do vácuo, como sinônimo de vazio total, foi Aristóteles (384-322 a.C.), que com Platão divide o direito de ser considerado o pensador maior da filosofia grega clássica. Aristóteles [13,16] repudia o conceito de espaço e o conceito de espaço vazio defendidos pelos adeptos do primeiro ponto de vista, concebendo o espaço como a soma total de todos os lugares ocupados pelos corpos e define lugar (*topos*) de um corpo como a superfície interna limítrofe do meio que o contém. Aristóteles rejeita a noção de vácuo no sentido do vazio absoluto (ou o “nada”), e afirma que o meio que contém deve estar em todos os lugares em contato com o que é contido. A física de Aristóteles atribui propriedades dinâmicas

ao vácuo, pois nele a velocidade de um corpo é inversamente proporcional à densidade do meio em que o corpo se move. Se a densidade do meio for nula, a velocidade do corpo será infinita, coisa que causa repúdio à razão humana. Como é comum na física aristotélica, a discussão de questões profundas era mesclada com preconceitos cosmológicos arraigados na cultura da época e com noções muito primitivas das propriedades físicas da natureza e seus movimentos. As noções aristotélicas sobre o vácuo, a exemplo de outras, foram objeto de discussão e discordância de muitos pensadores a partir de então.

A doutrina aristotélica que afirmava ser a existência do vácuo uma impossibilidade física começou a ser experimentalmente refutada no século 17. Em 1644, Evangelista Torricelli (1608-1647) inventou o barômetro de mercúrio. Torricelli verteu mercúrio em um tubo de vidro que tinha uma das suas extremidades fechadas e depois, invertendo o tubo, mergulhou a extremidade aberta em um recipiente que também continha mercúrio. A coluna de mercúrio desceu deixando um espaço entre a superfície do líquido e a extremidade fechada do tubo. Torricelli sugeriu que este espaço, indubitavelmente destituído de matéria visível, também estava livre da presença de gases e que portanto um vácuo havia sido criado. Em 1657, Otto von Guericke (1602-1686), filósofo natural e burgomestre de Magdeburgo, por meio de dois hemisférios ocios de cobre, uma bomba de ar e algumas paelhas de cavalos (veja a ilustração na figura 1) também demonstrou de modo espetacular ter obtido uma região do espaço sem matéria: o interior das esferas. A ausência de ar no interior permitia que a pressão atmosférica externa mantivesse os hemisférios fortemente unidos, a ponto das paelhas de cavalos não conseguirem separá-los. O experimento de Guericke foi recebido como uma refutação experimental da concepção medieval (aristotélica) sobre o vácuo. Otto von Guericke manteve seu cargo de burgomestre por cerca de 30 anos, talvez devido ao prestígio que a demonstração pública lhe trouxe.

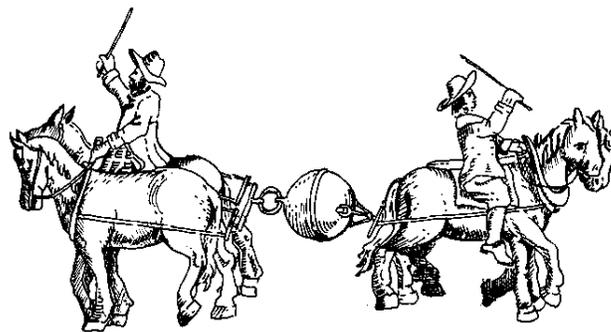


Figura 1. Experimento de Otto von Guericke para demonstrar a existência do vácuo como um perfeito vazio (ilustração de Ângela Farina).

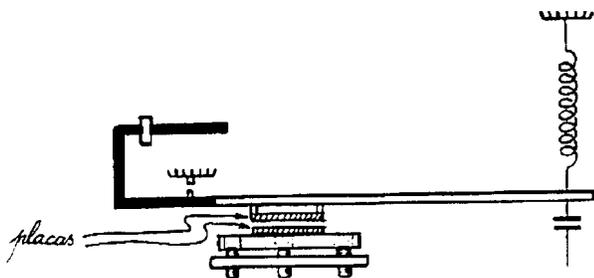


Figura 2. Experimento para demonstrar que o vácuo está cheio de flutuações quânticas (esquema simplificado do aparato usado por Sparnaay [2]).

No plano teórico, o mestre pensador francês René Descartes (1596-1650) defendia a idéia de um universo infinito mas pleno. Para Descartes, a matéria é caracterizada pela sua *extensão*, e não por seu peso (massa):

*“Ce nes't pas la pesanteur, ni la dureté, ni la couleur...qui constitue la nature du corps mais l'extension seule”.*²

Matéria e espaço só podem ser diferenciados como abstrações. Na verdade, são manifestações dos elementos terra, fogo e de um “ar sutil” que preenche todos os vazios.

O desenvolvimento posterior da filosofia natural viu nascer o conceito newtoniano de espaço absoluto, que desvincula a existência do espaço da existência da matéria. Nos *Principia* de Newton lemos:

“O espaço absoluto, por sua própria natureza, permanece o mesmo e imutável independentemente de quaisquer relações com quaisquer substâncias.”

O conceito newtoniano de espaço inclui a existência de uma aceleração absoluta, em relação ao próprio espaço, isto é: mesmo na ausência de matéria haveria o efeito de forças inerciais ou “fictícias.” O físico e filósofo Ernest Mach (1838-1916), e antes dele o bispo George Berkeley (1685-1753), opondo-se a este ponto de vista, afirma que a aceleração seria também relativa e não existiria na ausência de matéria. Sem matéria presente, não há sentido em se falar em espaço. A aceleração absoluta de Newton seria, na verdade, definida em relação à distribuição de matéria no universo. As reflexões de Mach parecem ter influenciado fortemente Einstein no que diz respeito à sua motivação original em elaborar a sua teoria da relatividade geral, na qual espaço e matéria estão intimamente vinculados, com a distribuição de matéria determinando a geometria do espaço e a geometria determinando como a matéria deve se mover. Por outro lado, para os físicos do século 19, a natureza ondulatória da luz exigia a existência de um meio sutil com

propriedades elásticas fora do comum, que permitisse a produção e propagação de oscilações transversais. E deste modo vemos um renascimento da antiga noção de um meio sutil pervadindo todo o universo. Em um experimento que se tornou clássico, Albert A. Michelson (1852-1931) e Edward W. Morley (1838-1923) mostraram que a hipótese de um tal meio sutil era, muito provavelmente, desnecessária para explicar a propagação das ondas eletromagnéticas. Nesse elenco de opiniões ao longo da história vemos alternarem-se as concepções do vácuo como mero vazio e como um meio dotado de propriedades características.

O conceito de vácuo sofreria uma nova modificação com os estudos do eminente físico alemão Max Planck (1858-1947) sobre a radiação de um corpo negro, um problema teórico de suma importância na época da sua formulação e que levou à criação da mecânica quântica. Com a mecânica quântica surgiu o conceito de energia de ponto zero, uma energia decorrente de flutuações quânticas que não podem ser eliminadas por nenhum processo físico. Elas permanecem mesmo em uma região do espaço na qual nenhuma forma de matéria ou radiação pode ser observada [11,10]. Deste modo, no barômetro de Torricelli e nos Hemisférios de Magdeburgo o vazio completo imaginado pelos renascentistas deve ser preenchido ao menos pelas flutuações quânticas!

III Osciladores quânticos e a energia de ponto zero

Um dos fenômenos físicos mais comuns e importantes que a natureza exhibe é a vibração. De fato, no mundo macroscópico que percebemos com nossos sentidos e aparelhos de medida muitas coisas ao nosso redor parecem vibrar, desde a asa do beija-flor à asa de um avião, passando pelos mais variados dispositivos mecânicos, eletromagnéticos e eletromecânicos que o engenho do homem criou. Mesmo no mundo das coisas extremamente pequenas a vibração também está presente. As moléculas e os átomos vibram sem cessar. Os núcleos atômicos vibram. Os prótons e nêutrons no interior dos núcleos vibram. De fato, logo veremos que mesmo o vácuo é capaz de vibrar!

Ao estudar um fenômeno natural, o físico procura sempre começar com um modelo simples e idealizado, mas que ainda assim retenha suas características mais importantes. No caso da vibração, o modelo ideal é o oscilador harmônico simples (OHS). Um exemplo de OHS é o sistema formado por uma mola elástica com uma das suas extremidades presa a um suporte fixo e a outra, a um bloco, cuja massa é bem maior do que a

² “Não é o peso, nem a dureza, nem a cor...que constituem a natureza do corpo, mas a sua extensão somente.” R. Descartes, *Principes de la philosophie*, parte II, parágrafo 4.

massa da mola. O sistema apoia-se sobre uma superfície horizontal sem atrito, de modo que a força resultante sobre o bloco seja a força da mola, já que na vertical a força de contato entre a superfície e o bloco equilibra o peso do bloco. Para pequenos afastamentos da posição de equilíbrio (a posição de equilíbrio é aquela na qual o bloco permaneceria parado se nela fosse posto) a força sobre o bloco é dada pela lei de Hooke, isto é, ela é proporcional ao esticamento ou encurtamento da mola e puxa ou empurra o bloco para a posição de equilíbrio, na qual a mola fica com seu tamanho natural. O movimento do bloco sob a ação da mola é uma oscilação em torno da posição de equilíbrio com uma frequência determinada pela massa do bloco e a elasticidade da mola. A energia do OHS é proporcional ao quadrado da amplitude de oscilação e a amplitude pode ter valores que variam continuamente de zero até um valor máximo a partir do qual a força da mola deixaria de obedecer a lei de Hooke; para uma mola idealizada poderíamos dizer que a amplitude pode ter qualquer valor de zero a infinito. Consequentemente, temos que o OHS pode oscilar com uma energia que pode ter qualquer valor acima de zero. Dizemos que a energia do OHS, que é explicado pelas leis da mecânica clássica, pode assumir **continuamente** valores a partir de zero.

Existem sistemas microscópicos, como por exemplo átomos e moléculas, que em muitos aspectos podem ser considerados como OHS, com um dado estado de equilíbrio e uma frequência ν associada ao sistema. Em geral as oscilações de tais sistemas microscópicos não podem ser explicadas corretamente pelas leis da mecânica clássica, mas sim pelas da mecânica **quântica**. Ao contrário do que acontece com um OHS clássico, a energia de um oscilador na mecânica quântica só pode ter certos valores bem definidos, sem possibilidade de ocorrerem valores intermediários, i.e., os valores permitidos formam um espectro *discreto* (ou quantizado, como se diz muitas vezes) de energia. Os valores possíveis da energia do OHS quântico são dados por [17]

$$E_n = \left(n + \frac{1}{2}\right) h \nu \quad (n = 0, 1, 2, \dots), \quad (2)$$

onde h é a constante de Planck. Quando o oscilador tiver energia E_n diremos que está no nível n de energia. O fato mais importante para nossa discussão aqui é que o oscilador quântico nunca pode ser encontrado em um estado em que a energia seja nula, pois isso simplesmente não é permitido pelas leis da mecânica quântica. O nível de energia mais baixo do oscilador, rotulado por E_0 , tem o valor $(1/2)h\nu$ que é diferente de zero! Além disso o espectro de energia é discreto: a energia do OHS quântico só pode assumir valores iguais ao mínimo mais um múltiplo de $h\nu$. O efeito Casimir é uma decorrência do valor não nulo de E_0 , que por sua

vez pode ser visto como uma consequência do princípio da incerteza de Heisenberg.

IV A quantização do campo eletromagnético e o efeito Casimir

A teoria quântica do eletromagnetismo foi formulada por volta de 1926 pelos físicos alemães Max Born (1882-1970), Werner Heisenberg (1901-1976) e Pascual Jordan (1902-1980). Esta teoria prevê que o vácuo perfeito, sem nenhum campo eletromagnético (ou qualquer tipo de matéria), deve ser visto não como um espaço absolutamente vazio e inerte, mas como um espaço no qual pequenas e rápidas flutuações do campo eletromagnético ocorrem a todo momento e em toda parte. Em média as flutuações dão um campo eletromagnético zero, e por isso dizemos que no vácuo perfeito não há campo eletromagnético. Mas as pequeninas e normalmente imperceptíveis flutuações estão lá! A origem delas pode ser entendida da seguinte forma. A aplicação das leis da mecânica quântica ao eletromagnetismo permite concluir que um campo eletromagnético pode ser considerado como uma coleção de osciladores harmônicos quantizados, como os descritos acima. Uma onda eletromagnética de frequência bem definida comporta-se como um OHS vibrando nesta frequência e em um nível de energia determinado pela intensidade da onda eletromagnética. O número do nível por sua vez conta as “unidades” de onda eletromagnética que juntas formam a onda. Em mecânica quântica uma tal “unidade” costuma ser chamada de **quantum** (no plural: *quanta*). O quantum de campo eletromagnético é chamado de **fóton**. O fóton é caracterizado por uma frequência bem específica ν , de acordo com o que vimos acima, sua energia é o produto da constante de Planck h pela sua frequência ν . Um onda de frequência ν que está no nível de energia número n tem energia $E_n = (n + 1/2)h\nu$ e, portanto, é formada de n fótons. Se formos retirando dela os fótons que a compõem sua intensidade vai diminuindo juntamente com seu nível de energia. Quando são retirados todos os fótons a onda desaparece mas resta a energia de ponto zero $(1/2)h\nu$ correspondente à frequência em questão. No que chamamos de vácuo eletromagnético não há nenhum campo eletromagnético mensurável, mas há a energia de ponto zero de cada frequência possível de oscilação do campo eletromagnético. A soma das energias que correspondem a todas as frequências possíveis é chamada de energia do vácuo e podemos representá-la pela expressão [11]

$$E_{vac} = \sum_{\nu} \frac{1}{2} h \nu. \quad (3)$$

Normalmente, esta energia não tem nenhum efeito sobre os fenômenos que observamos e podemos ignorá-la. O efeito Casimir é um dos fenômenos excepcionais, talvez o mais notável, no qual ela se manifesta!

Se considerarmos o espaço inteiro como vácuo completo obtemos que qualquer frequência ν de oscilação, de zero a infinito, é possível para o campo eletromagnético. Neste caso a teoria quântica do eletromagnetismo prevê, de acordo com (3), que a energia do vácuo é infinita. Esta energia infinita do espaço infinito e vazio não pode ser observada, é destituída de significado físico e pode ser posta de lado sem maiores problemas. Entretanto, a situação muda radicalmente quando consideramos o campo eletromagnético em certas regiões espacialmente limitadas como, por exemplo, dentro de uma cavidade condutora ou na região delimitada por duas placas condutoras paralelas. A razão é que quando o campo eletromagnético quantizado é confinado, suas oscilações, inclusive as do ponto zero, devem satisfazer a certas condições sobre as superfícies que determinam a região do confinamento. Essas condições são chamadas de **condições de contorno** ou **de fronteira**. As condições de contorno restringem as possíveis frequências de oscilação do campo eletromagnético. Quando confinamos o campo eletromagnético a uma região espacial limitada e impomos condições de contorno, as frequências possíveis de oscilação do campo eletromagnético só podem ter certos valores bem específicos, sem que valores intermediários sejam possíveis, *i.e.*, as frequências possíveis formam um conjunto discreto³. A situação é similar ao que acontece com uma corda de violão. Se a corda fosse de comprimento infinito, sem ter extremidades, todas as frequências seriam permitidas. Mas a corda de um violão na verdade possui um comprimento finito, e obedece à condição de estar fixa nas suas extremidades. Consequentemente, somente determinadas frequências, e portanto certas notas musicais, serão permitidas. Temos em mãos agora os conceitos fundamentais de que precisamos para entender o mecanismo por trás do efeito Casimir.

O efeito Casimir resulta da alteração do espectro de frequências de vibração do campo eletromagnético, em razão da imposição de condições de contorno exigidas, por exemplo, pela presença de placas metálicas. Devido à existência da energia de ponto zero, prevista pela mecânica quântica, esta alteração manifesta-se mesmo quando as condições de contorno são impostas ao vácuo. No caso do vácuo eletromagnético entre duas placas metálicas a manifestação é uma atração entre as placas, que de fato é observada. Dependendo das condições de contorno e da geometria dos corpos envolvidos, esta

força pode ser atrativa ou repulsiva. Para um par de placas paralelas perfeitamente condutoras a condição de contorno imposta por Casimir é de que o valor do campo eletromagnético das flutuações do vácuo deve anular-se quando estas penetram nas placas, de modo a garantir que ele permaneça confinado entre elas. O resultado é uma modificação na energia do vácuo confinado em relação ao caso não-confinado. Agora vem uma questão muito delicada de matemática, que deixa pasmado mesmo quem trabalha há muito tempo no assunto. Calculando diretamente a energia do vácuo entre as placas metálicas obtemos, do mesmo modo que no caso do vácuo sem as placas metálicas, um valor infinito! Entretanto, a diferença matemática entre as energias do vácuo nas duas situações pode ser tratada com uma técnica matemática chamada *regularização* que permite contornar o problema da diferença entre duas quantidades infinitas. Em seguida, um outro procedimento conhecido como *renormalização*, permite obter um resultado final finito e provido de significado físico. Em outras palavras, por meio de regularização e renormalização a diferença entre dois infinitos matemáticos torna-se finita! A diferença de energia regularizada, isto é, finita, pode então ser interpretada como a energia necessária para introduzir as placas no vácuo. Do mesmo modo pelo qual a energia de interação entre duas cargas estáticas está associada a uma força, a energia de interação entre as placas também está associada a uma força, que no caso é **atrativa** e é dada de modo preciso por (1). Todas essas considerações nos levam a afirmar que a força de Casimir é uma manifestação **macroscópica** das propriedades microscópicas do vácuo quântico.

V A verificação experimental do efeito Casimir

Já vimos acima que, para uma separação de meio micrômetro, a força de atração por centímetro quadrado de placa equivale ao peso de um décimo de um confete; a pressão em cada placa é duzentas mil vezes menor do que a pressão atmosférica ao nível do mar. Embora diminuta, essa pressão está dentro do alcance das técnicas experimentais atuais. Do ponto de vista experimental, a verificação do efeito é muito difícil, pois vários são os fatores que podem ocultá-lo. Os fatores mais importantes são: (a) vibrações mecânicas residuais; (b) irregularidades da superfície das placas; (c) distribuição irregular sobre as placas de cargas elétricas estáticas; (d) diferenças de potencial

³Notemos que a energia de um OHS só pode assumir os valores discretos dados em função da frequência ν pela equação (2). No caso do campo eletromagnético ou do vácuo eletromagnético confinado devemos acrescentar que também ν só pode assumir certos valores discretos bem determinados pelas condições de contorno que descrevem o confinamento.

espúrias entre as placas. Por exemplo, para uma separação entre as placas da ordem de um micrômetro, uma diferença de potencial da ordem de 17 milivolts causa uma força eletrostática comparável à força de Casimir. Além disso, o vácuo deve ser quase perfeito, mas graças às técnicas modernas de criação de vácuo isto não é mais um grande problema. O efeito Casimir entre superfícies metálicas foi verificado pela primeira vez por Sparnaay que publicou seus resultados em 1958 (veja a figura 2). Embora citado em muitos artigos científicos como demonstração experimental da existência do efeito, a verdade é que o próprio Sparnaay foi extremamente cauteloso em suas conclusões limitando-se a afirmar em seu artigo que os resultados do experimento “não eram inconsistentes com a teoria.” A razão da cautela de Sparnaay era o grau de incerteza na medida da separação entre as placas que gerava uma incerteza muito grande a respeito dos resultados finais. Quase quarenta anos se passaram antes que um novo experimento com metais, mas com uma geometria modificada, fosse novamente realizada. Em janeiro de 1997, Lamoreaux publicou seus resultados experimentais sobre o efeito Casimir. Lamoreaux mediu a força de Casimir entre superfícies metálicas para separações entre 0,6 e 6 micrômetros e obteve uma concordância com a teoria com uma incerteza de apenas 5%! [3,4]. Ainda mais recentemente Mohideen e Roy realizaram outro experimento para separações entre 0,1 e 0,9 micrômetros, confirmando com alta precisão o efeito Casimir [5].

O que vimos sobre a teoria e os experimentos do efeito Casimir são suficientes para percebermos sua posição singular na física moderna. De um lado é um efeito relacionado com a questão do vácuo quântico, uma questão profunda e fundamental, muitos diriam filosófica, da física moderna. Por outro lado é um efeito de observação direta: placas macroscópicas são atraídas diante de nossos olhos e propriedades específicas da força de atração, como a sua proporcionalidade no inverso da quarta potência da distância, podem ser verificadas em laboratório. Não são muitos os efeitos físicos que apresentam simultaneamente essas duas características.

VI Generalizações e aplicações do efeito Casimir

Por efeito Casimir entendemos em princípio a alteração da energia do vácuo eletromagnético quântico devido ao seu confinamento entre duas placas condutoras, planas e paralelas. Com o tempo notou-se que a essência do efeito manifesta-se em diversas outras circunstâncias e a expressão efeito Casimir tem hoje um sentido muito mais geral. Em primeiro lugar podemos substituir as placas planas paralelas por placas esféricas, cilíndricas

ou de qualquer outro formato que confine uma porção do vácuo quântico eletromagnético. Também nesses outros casos obtém-se alterações da energia do vácuo e forças nas placas, embora as fórmulas obtidas possam ser diferentes das obtidas para as placas paralelas.

Uma outra generalização do efeito Casimir consiste em considerar outros campos além do eletromagnético. De fato existem outros campos quânticos na natureza e do mesmo modo que o campo eletromagnético eles apresentam flutuações de vácuo. A moderna teoria de partículas elementares, atestada por experimentos complexos realizados com aceleradores de partículas modernos confirmam, que o universo, como o conhecemos até o momento, é composto por campos de matéria, cujas excitações corpusculares são férmions, por exemplo, elétrons e *quarks*, e campos intermediadores das interações fundamentais, cujas excitações elementares são bósons, por exemplo, fótons e glúons. Partículas subnucleares como os hádrons são compostas de quarks e glúons. Todos os campos quânticos mencionados acima apresentam flutuações do ponto zero, classificadas como sendo de um vácuo eletromagnético, eletrônico, quarkônico, etc, e portanto, se pudermos criar as condições adequadas eles exibirão alterações da energia do vácuo, isto é, o efeito Casimir. No caso do elétron, o cálculo da força de Casimir entre placas confinantes macroscópicas dá um resultado desprezível por causa do valor de sua massa e das separações entre as placas que podemos realizar experimentalmente. Para que o efeito fosse observável seria necessário que a massa do elétron fosse muito menor do que na realidade é (no caso do campo eletromagnético a partícula correspondente, o fóton, tem massa nula) ou que o vácuo do campo eletrônico fosse confinado em regiões muito menores do que as que se conseguem entre placas macroscópicas. Na verdade a força de Casimir entre placas macroscópicas deve-se somente ao vácuo do campo eletromagnético, pois, por uma razão ou outra os outros campos não cooperam para a força entre as placas, o que não significa que esses outros campos não possam manifestar o efeito Casimir em outras circunstâncias.

Os quarks e glúons são partículas que juntamente com seus respectivos campos são completamente confinados dentro dos hádrons. O confinamento inescapável dos quarks e glúons no interior dos hádrons é um dos aspectos mais intrigantes da física de partículas elementares. Em todos os experimentos, por mais altas que sejam as energias, os *quarks* nunca são observados isoladamente; o que observamos são apenas os hádrons, cujas propriedades nos indicam a existência dos quarks. Um tal confinamento nos leva a crer que o efeito Casimir deva desempenhar um papel importante nas propriedades dos hádrons. Para calcular o efeito Casimir no interior de um hádron o modelo de placas paralelas é naturalmente inadequado e é substituído pelo de uma

esfera que confina as flutuações dos vácuos quarkônico e glúônico. O efeito Casimir no caso de uma esfera foi calculado pela primeira vez por Timothy Boyer em 1968 [18]. Boyer classificou o cálculo como um “longo pesadelo envolvendo a teoria clássica das funções especiais.” O primeiro modelo teórico que incorporou a energia de Casimir na estrutura dos hádrons foi o chamado modelo de sacola MIT [19]. Neste modelo os hádrons são vistos como sacolas confinantes cujo conteúdo são os quarks e glúons, daí o nome do modelo. Para uma sacola hadrônica de raio R igual a 1 fermi, ou 10^{-15} metros a energia de Casimir associada vale aproximadamente 85 MeV (1 MeV = 10^6 elétron-volts), a unidade de energia usada nessa escala, o que corresponde a mais ou menos 9% da massa do próton, um hádron com massa igual a 940 MeV, aproximadamente. É interessante observar que no caso do efeito Casimir esférico a força de Casimir na esfera confinante é repulsiva. Ainda hoje não se sabe explicar porque a força de Casimir de um dado campo sob dadas condições é atrativa ou repulsiva. Alguns teóricos cognominam esse fato de “o mistério do efeito Casimir”.

Uma outra generalização do efeito Casimir consiste em considerá-lo como um efeito produzido nas flutuações do vácuo quântico provocado pela geometria do espaço no qual ocorrem as flutuações. Esta visão do efeito Casimir é bem mais abstrata mas talvez seja a que melhor descreve a essência do efeito. Para compreendê-la observemos que em uma situação comum, sem placas ou outros objetos presentes, o vácuo quântico ocupa o espaço todo, constituído pelos pontos de coordenadas cartesianas x , y e z , cada uma podendo assumir qualquer valor no conjunto \mathbb{R} dos números reais. Por esse motivo dizemos que o espaço inteiro é o \mathbb{R}^3 . Consideremos agora o efeito Casimir eletromagnético no caso de placas condutoras planas e paralelas, que consideramos idealizadamente de dimensões infinitas, garantindo assim que comparativamente a separação entre elas seja sempre pequena. Se colocarmos essas placas metálicas paralelamente ao plano xy , em $z = 0$ e $z = a$, segue-se que o vácuo eletromagnético quântico fica confinado entre as placas. Deste modo a coordenada z do espaço acessível ao vácuo confinado, que é o responsável pelo efeito, fica restrita ao intervalo $[0, a]$; as coordenadas x e y dos pontos entre as placas continuam irrestritas. Dizemos então que o espaço acessível passou a ser $\mathbb{R}^2 \times [0, a]$. Podemos então dizer que neste caso o efeito Casimir é o efeito que a mudança do espaço \mathbb{R}^3 para o espaço $\mathbb{R}^2 \times [0, a]$ tem sobre as flutuações do vácuo quântico. O conceito de efeito Casimir é atualmente generalizado para significar o efeito sobre as flutuações do vácuo quântico decorrente de qualquer modificação feita no espaço usual \mathbb{R}^3 . Existem modificações de \mathbb{R}^3 que não são tão simples de se conceber como as provocadas por placas confinantes de diferentes

formatos. Por exemplo: o espaço pode ser dotado de curvatura ou ter dimensões ditas compactificadas. Normalmente as dimensões são descritas por retas reais; as três dimensões do espaço usual são descritas pelas três retas: os eixos x , y e z . Uma dimensão é dita compactificada se ela for descrita não mais por uma reta inteira, mas por exemplo, por um círculo ou curva obtida da deformação contínua de um círculo. Existem na natureza dimensões compactificadas? Ainda não é possível responder tal pergunta, mas se existirem a compactificação causará modificações no vácuo quântico e teremos outros exemplos do efeito Casimir. A compactificação é um ingrediente comum em teorias com muitas dimensões espaciais, as assim chamadas teorias do tipo Kaluza-Klein, como por exemplo, as teorias supersimétricas das partículas elementares e as teorias supersimétricas da gravitação universal. Essas teorias partem da idéia de que a dimensão inicial do espaço tempo é $4 + N$, onde N é um número inteiro positivo, mas as N dimensões extras compactificam-se na escala de um comprimento de Planck, 10^{-34} metros, e não podem ser observadas. Todavia, essas dimensões extras afetam a forma das teorias no espaço usual de quatro dimensões. Este é um dos caminhos seguidos pelas teorias de unificação e o efeito Casimir pode ter aqui um papel importante. Recentemente ainda, observações que parecem indicar uma aceleração na expansão do universo, e experimentos que atribuem massa ao neutrino, podem levar à exigência de que haja uma grande quantidade de energia no vácuo, não diretamente observável mas responsável pelo ritmo da expansão observada do universo. É excitante imaginar que a energia de Casimir que provoca a atração entre duas desprezíveis plaquinhas é também capaz de dar o ritmo da sinfonia de evolução do nosso universo.

VII Conclusão

A noção moderna de um vácuo quântico dotado de uma estrutura rica e capaz de desempenhar um papel dinâmico é muito mais do que uma noção teórica acadêmica e traz consigo efeitos que podem ser observados experimentalmente. Além do próprio efeito Casimir temos, por exemplo: o desvio de níveis atômicos de energia (desvio de Lamb) e a taxa de emissão espontânea de um átomo em razão de sua interação com o campo eletromagnético do vácuo no espaço livre e no interior de cavidades metálicas. Há outros efeitos previstos que ainda não foram observados, mas que se revelam importantes e mesmos fascinantes, como por exemplo, a possibilidade de extrair do vácuo pares de partículas e anti-partículas por meio de campos elétricos intensos (mecanismo de Schwinger) [20] e a modificação da velocidade de propagação da luz no vácuo confinado (efeito

Scharnhorst) [21,22]. O efeito Casimir tem implicações em diversas áreas da física e tem sido cada vez mais estudado em todo o mundo. No Brasil há diversos grupos de físicos em nossas universidades e institutos de pesquisa, nos quais o efeito Casimir é um dos temas principais de investigação.

Como vimos, em 1657 Otto von Guericke, realizou uma experiência que se tornou famosa. Por meio de dois hemisférios de cobre ociosos, uma bomba de ar e algumas parrelhas de cavalos, Guericke ajudou a mudar a noção medieval de vácuo, herdada do filósofo grego Aristóteles (384-322 a. C.), de que a existência do vazio completo era uma impossibilidade. A física quântica, entretanto, parece indicar que o grande Aristóteles, apesar de imbuído de muitas noções errôneas do seu tempo, estava no caminho certo. Neste ano em que estamos comemorando os cinquenta anos do efeito Casimir, podemos afirmar que graças a ele aprendemos muito sobre a rica estrutura do vácuo quântico, e ainda temos muito a aprender. As duas placas metálicas do efeito Casimir, do mesmo modo que os hemisférios de Magdeburgo, ajudaram a mudar a noção pré-existente de vácuo. Talvez isso tenha impedido o físico Klaus Scharnhorst [21] a referir-se às placas condutoras neutras do efeito Casimir como “os hemisférios de Magdeburgo da física quântica.”

VIII Apêndice 1: Esboço biográfico de H. B. G. Casimir [23,24]

Hendrik Brugt Gerhard Casimir nasceu em 15 de julho de 1909 em Haia, Holanda. Seu pai era um mestre-escola proveniente da classe trabalhadora rural. Casimir estudou nas universidades de Leiden, Copenhague e Zurique. Em 1942 começou sua carreira na Philips tornando-se diretor dos laboratórios de pesquisa dessa empresa em 1946.

Os trabalhos de Casimir são em sua maior parte nas áreas da física de baixas temperaturas e da supercondutividade. Em 1934, para explicar a relação entre as propriedades térmicas e magnéticas dos supercondutores, Casimir e Gorter sugeriram a existência de dois tipos de elétron: o normal e o supercondutor. Posteriormente, com o desenvolvimento da teoria de Bardeen-Cooper-Schrieffer (BCS) da supercondutividade, ficou claro que os dois tipos de elétrons correspondiam aos elétrons pareados e não-pareados (pares de Cooper) da teoria BCS. Além de um grande cientista, Casimir demonstrou interesse também pelas relações entre ciência e tecnologia e suas implicações na sociedade. Em uma conferência so-

bre a história da ciência, realizada em 1977 em Varena, na Itália, revelou suas preocupações humanísticas ao afirmar que o pensamento filosófico não deve limitar-se apenas ao estudo da natureza, mas considerar também valores como a sabedoria, a caridade e a compaixão.

IX Apêndice 2: O artigo original de Casimir

O artigo original de Casimir foi publicado nas Atas da Academia Real Holandesa de Artes e Ciências (*Proceedings Koninklijke Nederlandse Akademie voor Wetenschappen*); é o primeiro artigo citado no presente trabalho. Na página seguinte apresentamos uma tradução do texto em inglês, tal qual aparece na coletânea [25].

Da atração entre duas placas perfeitamente condutoras

POR

H. B. G. Casimir

(Comunicado na sessão de 29 de maio de 1948.)

Em um trabalho recente de POLDER e CASIMIR⁴ mostra-se que a interação entre uma placa perfeitamente condutora e um átomo ou molécula com polarizabilidade estática α é, no limite de grandes distâncias R , dada por

$$\delta E = -\frac{3}{8\pi} \hbar c \frac{\alpha}{R^4} \quad (4)$$

e que a interação entre duas partículas com polarizabilidades estáticas α_1 e α_2 é dada naquele limite por

$$\delta E = -\frac{23}{4\pi} \hbar c \frac{\alpha_1 \alpha_2}{R^7}. \quad (5)$$

Essas fórmulas são obtidas tomando-se as forças de VAN DER WAALS-LONDON usuais como ponto de partida e fazendo as correções devidas aos efeitos de retardamento.

Em uma comunicação ao “Colloque sur la théorie de la liaison chimique” (Paris, 12 a 17 de abril de 1948) o presente autor foi capaz de mostrar que essas expressões também podem ser derivadas estudando-se por meio da eletrodinâmica clássica a mudança da energia de ponto zero eletromagnética. Nesta nota vamos aplicar o mesmo método à interação entre duas placas perfeitamente condutoras.

Consideremos uma cavidade cúbica de volume L^3 delimitada por paredes perfeitamente condutoras com uma placa quadrada perfeitamente condutora de lado L posta nessa cavidade paralelamente à face xy e comparemos a situação na qual essa placa está a uma distância pequena da face xy com a situação em que está a uma

⁴H. B. G. CASIMIR and D. POLDER, Phys. Rev., **73**, 360 (1948).

distância muito grande, digamos $L/2$. Em ambos os casos as expressões $\frac{1}{2} \sum \hbar\omega$, nas quais a soma se estende sobre todas as possíveis freqüências de ressonância da cavidade, são divergentes e destituídas de significado físico, mas será mostrado que a *diferença* entre essas somas nas duas situações, $\frac{1}{2}(\sum \hbar\omega)_I - \frac{1}{2}(\sum \hbar\omega)_{II}$, tem um valor bem definido e esse valor será interpretado como a interação entre a placa e a face xy .

As possíveis vibrações de uma cavidade definida por

$$0 \leq x \leq L, \quad 0 \leq y \leq L, \quad 0 \leq z \leq a \quad (6)$$

têm números de onda

$$k_x = \frac{\pi}{L}n_x, \quad k_y = \frac{\pi}{L}n_y, \quad k_z = \frac{\pi}{a}n_z, \quad (7)$$

onde n_x, n_y e n_z são inteiros positivos;

$$k = \sqrt{k_x^2 + k_y^2 + k_z^2} = \sqrt{\kappa^2 + k_z^2}. \quad (8)$$

A cada k_x, k_y, k_z correspondem *duas* ondas estacionárias, a menos que um dos n_i seja zero, quando então há somente uma. Para k_x, k_y isso não tem importância, pois para L muito grande podemos considerar k_x, k_y como variáveis contínuas. Desse modo encontramos:

$$\frac{1}{2} \sum \hbar\omega = \hbar c \frac{L^2}{\pi^2} \int_0^\infty \int_0^\infty \left[\frac{1}{2} \sqrt{k_x^2 + k_y^2} + \sum_{n=1}^\infty \sqrt{n^2 \frac{\pi^2}{a^2} + k_x^2 + k_y^2} \right] dk_x dk_y \quad (9)$$

ou, introduzindo coordenadas polares no plano $k_x k_y$,

$$\frac{1}{2} \sum \hbar\omega = \hbar c \frac{L^2}{\pi^2} \frac{\pi}{2} \sum_{(0)1}^\infty \int_0^\infty \sqrt{\left(n^2 \frac{\pi^2}{a^2} + \kappa^2\right)} \kappa d\kappa, \quad (10)$$

onde a notação $(0)1$ pretende indicar que o termo com $n = 0$ tem que ser multiplicado por $\frac{1}{2}$. Para a muito grande também esse último somatório pode ser substituído por uma integral e, portanto, é fácil de se ver que nossa energia de interação é dada por:

$$\delta E = \hbar c \frac{L^2}{\pi^2} \frac{\pi}{2} \left\{ \sum_{(0)1}^\infty \int_0^\infty \sqrt{\left(n^2 \frac{\pi^2}{a^2} + \kappa^2\right)} \kappa d\kappa - \int_0^\infty \int_0^\infty \sqrt{(k_z^2 + \kappa^2)} \kappa d\kappa \left(\frac{a}{\pi} dk_z\right) \right\}. \quad (11)$$

Para obter um resultado finito é necessário multiplicar os integrandos por uma função $f(k/k_m)$ que é igual a 1 para $k \ll k_m$ mas tende a zero suficientemente rápido para $(k/k_m) \rightarrow \infty$, onde k_m pode ser definido por $f(1) = \frac{1}{2}$. O significado físico é óbvio: para ondas muito curtas (raios X, e.g.) nossa placa dificilmente é de alguma maneira um obstáculo e, portanto, a energia de ponto zero dessas ondas não será influenciada pela posição dessa placa.

Introduzindo a variável $u = a^2 \kappa^2 / \pi^2$,

$$\delta E = L^2 \hbar c \frac{\pi^2}{4 a^3} \left\{ \sum_{(0)1}^\infty \int_0^\infty \sqrt{(n^2 + u)} f(\pi \sqrt{(n^2 + u)} / a k_m) du \right. \quad (12)$$

$$\left. - \int_0^\infty \int_0^\infty \sqrt{(n^2 + u)} f(\pi \sqrt{(n^2 + u)} / a k_m) du dn \right\}. \quad (13)$$

Aplicamos a fórmula de Euler-Maclaurin:

$$\sum_{(0)1}^\infty F(n) - \int_0^\infty F(n) dn = -\frac{1}{12} F'(0) + \frac{1}{24 \times 30} F'''(0) + \dots \quad (14)$$

Introduzindo $w = u + n^2$, temos:

$$F(n) = \int_{n^2}^\infty w^{1/2} f(w\pi/a k_m) dw, \quad (15)$$

donde

$$F'(n) = -2n^2 f(n^2 \pi^2 / a k_m) \quad (16)$$

$$F'(0) = 0 \quad (17)$$

$$F'''(0) = -4. \quad (18)$$

As derivadas mais altas conterão potências de $(\pi/a k_m)$. Assim encontramos:

$$\delta E/L^2 = -\hbar c \frac{\pi^2}{24 \times 30} \cdot \frac{1}{a^3}, \quad (19)$$

uma fórmula que vale desde que $a k_m \gg 1$. Para a força por cm^2 encontramos:

$$F = \hbar c \frac{\pi^2}{240} \frac{1}{a^4} = 0,013 \frac{1}{a_\mu^4} \text{dyne/cm}^2, \quad (20)$$

onde a_μ é a distância medida em micros.

Somos assim levados às seguintes conclusões. Existe uma força atrativa entre duas placas metálicas que depende do material das placas desde que a distância seja tão grande que para comprimentos de onda comparáveis com essa distância a profundidade de penetração é pequena comparada com a distância. Essa força pode ser interpretada como uma pressão de ponto zero das ondas eletromagnéticas.

Embora o efeito seja pequeno, uma confirmação experimental não parece infactível e pode ser de algum interesse.

Natuurkundig Laboratorium der N. V. Philips

Gloeilampenfabrieken, Eindhoven.)

References

- [1] H. B. G. Casimir, *Proc. K. Ned. Akad. Wet.* **51** (1948) 793.
- [2] M. J. Sparnaay, *Physica* **34** (1958) 751.
- [3] S. K. Lamoreaux, *Phys. Rev. Lett.* **78** (1997) 5.
- [4] Para uma avaliação crítica da precisão do experimento de Lamoreaux, ver: V. Mostepanenko *et al.*, *Phys. Rev.* **D56** (1997) 126, **D57** (1998) 2024 e *Phys. Rev.* **D** Sept. 01 (1998).
- [5] U. Mohideen e A. Roy, *Phys. Rev. Lett.* **81**, (1998) 4549.
- [6] H. B. G. Casimir and D. Polder, *Phys. Rev.* **73** (1948) 360.
- [7] P. W. Milonni e M.-L. Shih, *Contemporary Physics* **33** (1992) 313.
- [8] V. M. Mostepanenko and N. N. Trunov *The Casimir effect and its applications* (Clarendon Press, Oxford, 1997).
- [9] G. Plunien, B. Muller and W. Greiner, *Phys. Rep.* **134** (1986) 89.
- [10] T. H. Boyer, *The Classical Vacuum*. Scientific American, agosto de 1985.
- [11] P. W. Milonni, *The Quantum Vacuum* (Academic Press, Inc., Boston, 1994).
- [12] E. Elizalde and A. Romeo, *Am. J. Phys.* **59** (1951) 711.
- [13] A. E. Taylor, *Aristotle* (Dover Publications Inc., New York, 1955).
- [14] B. Jarrosson *Invitation à la philosophie des sciences* (Editions du Seuil, Paris, 1992).
- [15] B. Maitre, *La Lumière* (Editions du Seuil, Paris, 1985).
- [16] Aristotle, *Physics*, a new translation by Rolain Waterfield. (Oxford University Press, Oxford, 1996).
- [17] K. Gottfried, *Quantum Mechanics* (W. A. Benjamin, Inc., New York, 1966)
- [18] T. H. Boyer, *Phys. Rev.* **174** (1968) 1764.
- [19] A. Chodos, R. L. Jaffe, K. Johnson, C. B. Thorn and V. F. Weisskopf, *Phys. Rev.* **D9** (1974) 3471; A. Chodos, R. L. Jaffe, K. Johnson, C. B. Thorn, *ibid.* **D10** (1974) 2559; T. DeGrand, R. L. Jaffe, K. Johnson, J. Kiskis, *ibid.* **D12** (1975) 2060; J. F. Donoghue, E. Golowich and B. R. Holstein, *ibid.* **D12** (1975) 2875.
- [20] J. Schwinger, *Phys. Rev.* (1951) 664.
- [21] K. Scharnhorst, *Phys. Lett.* **B 236** (1990) 354.
- [22] G. Barton, *Phys. Lett.* **B237** (1990) 559; G. Barton and K. Scharnhorst, *J. Phys.* **A26** (1993) 2037.
- [23] *The Cambridge Dictionary of Scientists* (Cambridge University Press, Cambridge, 1996).
- [24] C. Weiner (editor), *Storia della fisica del XX secolo*, (Academic Press, New York, 1977).
- [25] Thomas Appelquist, Alan Chodos and Peter G. O. Freund (editors) *Modern Kaluza-Klein Theories* (Addison-Wesley Publishing Company, Inc., Menlo Park, California, 1987).