Uma Derivação Alternativa do Impulso no Movimento Circular Uniforme

Wilson Lopes

Universidade Guarulhos: Praça Tereza Cristina, 1, 07023-070, Guarulhos, SP

Recebido em 22 de Maio, 1999

A solução do interessante artigo didático "O Impulso e o Movimento Circular Uniforme", [1] poderia ter outro encaminhamento, relacionado às disciplinas de Cálculo Vetorial e Cálculo Integral.

Os autores resolvem o problema do impulso da força centrípeta, no Movimento Circular e Uniforme (MCU), "considerando a superposição de movimentos harmônicos simples que correspondem às projeções do MCU sobre os eixos x e y." Mas, também, poderiam resolver o problema da seguinte maneira.

De acordo com a Fig. 1, o impulso infinitesimal da força centrípeta é definido por

$$\begin{aligned} d\overrightarrow{I} &= \overrightarrow{F_c}.dt \\ &= -mw^2\overrightarrow{r}.dt \end{aligned} \qquad (1)$$

Na equação (1), m é a massa da partícula, $w = d\alpha/dt$ representa a velocidade angular que nesse movimento se mantém constante, $\overrightarrow{r}$ é o vetor posição no instante t, e dt é o intervalo de tempo infinitesimal.

O vetor de posição para um movimento circular, de raio R, é definido por

$$\begin{aligned} \overrightarrow{r} &= x\,\overrightarrow{i} + y\,\overrightarrow{j} = \\ &= R(\cos\alpha.\overrightarrow{i} + sen\alpha.\overrightarrow{j}) \end{aligned} \qquad (2)$$

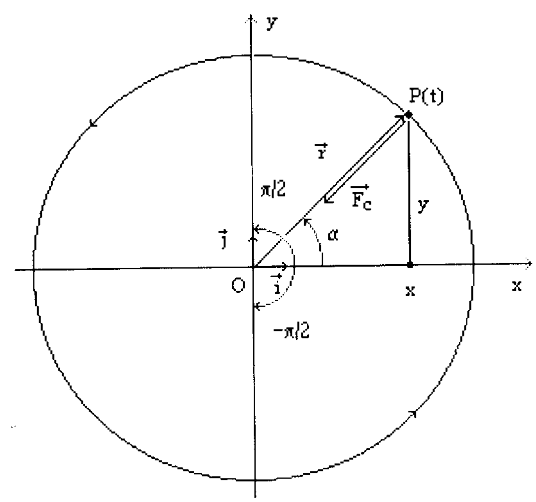

Figura 1. A partícula descreve um MCU de raio R. A força centrípeta e o vetor de posição, no instan- te t, são paralelos e de sentidos contrários.

Substituindo-se (2) em (1) e levando-se em conta que $dt = d\alpha/w$, temos que

$$d\overrightarrow{I} = -mwR(\cos\alpha\cdot\overrightarrow{i} + sen\alpha\cdot\overrightarrow{j})\,d\alpha \qquad (3)$$

Integrando-se a equação diferencial (3) entre os limites $-\pi/2$ e $\pi/2$, obtém-se o impulso

$$\begin{aligned} \vec{I} &= -mwR\int_{\alpha=-\pi/2}^{\pi/2}\left(\cos\alpha\cdot\overrightarrow{i} + \mathrm{sen}\alpha\cdot\overrightarrow{j}\right)d\alpha \\ &= -mwR\left[\left(\int_{\alpha=-\pi/2}^{\pi/2}\cos\alpha\cdot d\alpha\right)\overrightarrow{i} + \left(\int_{\alpha=-\pi/2}^{\pi/2}\mathrm{sen}\alpha\cdot d\alpha\right)\overrightarrow{j}\right] \\ &= -mwR\left[2.\overrightarrow{i} + 0.\overrightarrow{j}\right] \\ &= -2mwR\cdot\overrightarrow{i} \end{aligned} \qquad (4)$$

Levando-se em consideração que no MCU, $w = 2\pi/T$, onde T é o período, finalmente, tem-se:

$$\overrightarrow{I} = -(4\pi mR/T) \cdot \overrightarrow{i} \tag{5}$$

que seria uma outra maneira de se resolver o problema.

1. Maria Teresinha X. Silva, Nelson Toniazzo e Rolando Axt, Rev.Bras.Ens.Fis. **20**, 425 (1998).