Comentários
O Regime Transiente no Quebra Molas

G. F. Leal Ferreira
Departamento de Física e Ciência dos Materiais, Instituto de Física de São Carlos
CP 369, 13560-970, São Carlos, SP
guilherm@ifsc.sc.usp.br

Recebido em 19 de Abril, 1999

Em Problemas Interessantes de Física: o quebra molas, Vanderlei S. Bagnato [1], tratou-o como se o sistema representando esquematicamente o carro - massa ligada à associação em paralelo de mola-amortecedor -, estivesse no regime estacionário dinâmico criado pelo movimento alternado da roda (rígida), na outra extremidade da associação, acompanhando elevações e depressões. Em pisos ondulantes a abordagem é adequada [2]. Mas para o caso de obstáculos (quebra-molas) isolados é mais aconselhável levar em conta o transiente, o que passamos a fazer. Com a notação básica de [1], temos para a Fig. 1 de [1] a seguinte equação diferencial

$$M\frac{d^2y}{dt^2} = -K(y-y') - \eta\frac{dy}{dt}(y-y') \tag{1}$$

com y denotando a coordenada vertical do centro de massa de M e y' a da roda (sem massa). Tem-se que

$$y' = y_0 \mathrm{sen}(2\pi x/L), \quad \text{com} \quad x = \nu t \tag{2}$$

sendo ν a velocidade do carro. Ou pela substituição direta de y', dado na Eq. 2, na Eq. 1, ou pela definição de uma nova variável $u = y - y'$, uma equação linear de 2ª ordem forçada resulta. No caso de usarmos a variável u ela é dada por

$$M\frac{d^2u}{dt^2} + \eta\frac{du}{dt} + Ku = \beta^2, \tag{3}$$

com $\beta = \frac{2\pi\nu}{L}$. A solução desta equação contém a solução particular e a da homogênea. Para esta, vamos supor que o sistema $M\eta K$ esteja na condição de amortecimento crítico, o que parece razoável, embora M dependa alguma coisa da lotação do carro. Na condição proposta tem-se $4KM = \eta^2$ e a equação inicial da homogênea tem duas raízes iguais e as soluções são

$$e^{-\alpha t} \text{ e } te^{-\alpha t} \tag{4}$$

com $\alpha = \frac{\eta}{2M} = \omega = \sqrt{k/M}$ Voltando à variável y e impondo as condições iniciais $y(0) = 0$ e $dy/dt\ (0) = 0$ a seguinte solução resulta para y

$$\frac{y}{y_0} = \mathrm{sen}\ \beta t[1 - b(\beta^2-\omega^2)] - 2b\beta\omega \cos\ \beta t + e^{-\omega t}[2b\beta\omega(1+\omega t) + \beta t((\beta^2-\omega) - 1)]. \tag{5}$$

Na Fig. 1, usamos $T = 2\pi/\omega = 2s$, $L = 4m$ e velocidades em km/h. As duas curvas $y(t)/y_0$ na Fig.1 são para $\nu = 40$ e 20 km/h, da entrada à saida do obstáculo. Vê-se que a amplitude máxima relativa é reduzida para apenas 8 e 13% respectivamente, o que pareceria indicar grande conforto para os passageiros (ver fim do parágrafo seguinte). Há dois pontos a considerar. Primeiro, que a redução de amplitude do deslocamento de M em relação ao deslocamento da roda se faz às custas da compressão da mola que diminui seu comprimento a 0,08 e 0,13 de y_0. Sendo $y_0 \approx 30$ cm as reduções se tornam possivelmente consideráveis em relação aos comprimentos reais (justificando o termo empregado em [1], quebra-molas, dado ao obstáculo), fazendo com que o desempenho da mesma, não mais linear, seja mais duro do que o assumido na análise.

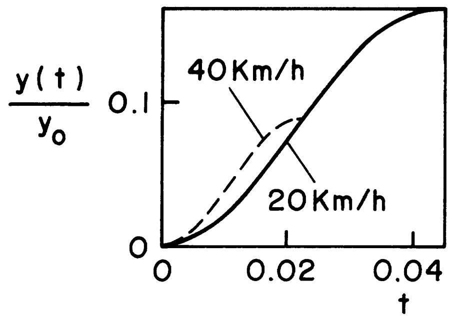

Figura 1

Em segundo lugar, sensorialmente, não é a amplitude do deslocamento uma boa medida para o desconforto, o qual, segundo a Ref. 2, estaria melhor representado pela derivada terceira do deslocamento (impulso, ou aceleração segunda) já que obviamente a velocidade não a é, e mesmo uma simples aceleração constante também não é sentida como desagradável. No caso presente, para comparar o desconforto total causado por um único obstáculo atravessado em diversas velocidades, parece natural defini-lo como a integral no tempo do módulo da derivada terceira. Considerando somente o intervalo $0 < \beta t < \pi$ encontramos, em termos de y_0, que ele é igual a 1750 e 880 (nas unidades em curso) para as velocidades de 40 e 20 km/h, sensivelmente proporcionais a β. Por outro lado, se a mola fosse rígida, obrigando o carro a seguir o perfil do obstáculo, ter-se-ia então o desconforto total proporcional ao quadrado de β e que se anularia para velocidade tendendo para zero, mas que para o caso da velocidade de 20 km/h, daria 4875, bem superior ao com amortecimento. Tudo isto não considerando a possibilidade de descolamento da roda do solo no ápice do obstáculo. Por fim, dever-se-ia ter em conta também o choque horizontal que sofre o veículo ao mudar a direção de sua velocidade quando começa a subir o obstáculo e o novo choque causado pelas rodas traseiras.

Os cálculos foram realizados com a ajuda do Mathcad Plus 6.0 e o autor agradece bolsa de pesquisador do CNPq.

1. V. S. Bagnato, Rev. Bras. Ens. Fís. **20**, 4242 (1998).
2. J.P. Den Hartig, *Vibrações em Sistemas Mecânicos*, Ed. Edgar Blücher - Ed. Universidade de São Paulo (1972), Cap. 3.