Quantização da Condutância: Um Experimento Simples para o Ensino de Física

(Conductance quantization: an easy experiment for the physics student lab)

Varlei Rodrigues e Daniel M. Ugarte

Laboratório Nacional de Luz Síncrotron Rua Giuseppe Máximo Scolfarom 10000, Guará, Campinas, SP, Brasil Caixa Postal: 6192, CEP: 13083-970 Email: varlei@lnls.br e ugarte@lnls.br

Recebido em 26 de Fevereiro, 1998

A experimentação é de grande importância para o ensino de física, tanto na escola secundária quanto na superior. Através dela é possível estimular o interesse dos alunos, excitando sua curiosidade e sua intuição. Mas nem sempre é possível abordar os recentes avanços científicos, pois estes geralmente exigem equipamentos sofisticados e custosos. Nestes casos é de extrema importância o esforço para desenvolver experimentos simples e de baixo custo. Em particular, um efeito quântico interessante é o comportamento da condutância em condutores nanométricos, que varia em saltos com valores múltiplos inteiros de um quanta. A observação pode ser feita com um experimento simples baseado na formação espontânea de contatos de dimensões nanométricas entre fios macroscópicos justapostos [1]. Quando dois fios se tocam, entre eles formam-se contatos e portanto podemos fazer passar uma corrente entre eles. Afastando um fio do outro, a área de contato entre eles diminui até dimensões atômicas e com ela podemos estudar propriedades elétricas de nanoestruturas.

Experimentation is very important for physics courses, either in high school or university, because it stimulates the students curiosity and interest, developing a specific physical intuition. Unfortunately, these institutions seldom dispose of student laboratories dealing with recent scientific progress, which frequently involve expensive and advanced instruments. It would be desirable to develop cheap experimental set-ups in order to introduce students to late discoveries. We describe here the analysis of conductance in nanometric conductors, which displays plateaus and steps whose values are multiples integer of a conductance quantum. This phenomenom can be observed with a simple experiment based on the spontaneous formation of nanometric contact points between two touching macroscopic metallic wires. By inducing mechanical vibrations, it is possible to vary the contact area which can attain nanometric dimensions and display quantum conductance effects.

I Introdução

A experimentação para o ensino de mecânica quântica geralmente envolve medidas que necessitam de aparelhos bastante sensíveis, de condições especiais, como alto-vácuo e baixa temperatura, por isso são geralmente experimentos caros, trabalhosos e de difícil interpretação. A sua realização é de grande importância para os alunos, fornecendo-lhes uma visão dos recentes avanços científicos.

O experimento que propomos é baseado em um trabalho desenvolvido por Costa-Krämer [1] e que utiliza a formação espontânea de estruturas nanométricas entre fios macroscópicos justapostos. Quando dois fios se tocam se formam contatos entre eles e podemos fazer passar uma corrente, ou seja um transporte efetivo de cargas. Nesta situação podemos interpretar que os elétrons se comportando corpuscularmente, ou seja, como partículas. A medida que diminuímos a área de contato para dimensões quase atômicos, o comportamento ondulatório dos elétrons se manifesta claramente e o condutor se comporta como um guia de ondas, com canais de transmissão associados à níveis de energia permitidos. Assim, a condutância (G) passa a variar de forma discreta, em múltiplos inteiros de um quanta G_0 .

O aparato experimental usado é simples, composto de um divisor de tensão resistivo, uma pilha convencional e um osciloscópio digital. O tratamento de dados necessário não envolve cálculos complexos e a interpretação do fenômeno é feita intuitivamente em analogia aos guias de ondas.

II Quantização da Condutância

A corrente elétrica é um transporte efetivo de carga, que no caso dos metais é realizada pelos elétrons de valência. Na ausência de forças externas estes elétrons têm velocidades e direções aleatórias e portanto o transporte de carga é nulo. Quando um campo elétrico é aplicado, estes elétrons são acelerados na direção oposta ao campo (os elétrons possuem carga negativa) fazendo com que a média de suas velocidades não seja nula, havendo assim transporte efetivo de carga, ou seja, corrente elétrica.

A maioria dos condutores segue a lei de Ohm onde a corrente I é diretamente proporcional a tensão aplicada V:

$$I = GV$$

A constante de proporcionalidade, G, é chamada condutância [6]. O inverso da condutância é definida como resistência, R:

$$R = \frac{1}{G}$$

Nesta descrição, a condutância pode ser interpretada como a facilidade dos elétrons se moverem em um material sob o efeito de um campo elétrico, gerando corrente. Analogamente, a resistência seria a dificuldade de se obter esta corrente.



Figura 1. Fio de forma cilíndrica sujeito a um potencial V.

Em alguns casos simples, o comportamento da condutância pode ser facilmente relacionado com as dimensões do condutor; consideremos, por exemplo, um fio metálico de forma cilíndrica, figura 1; intuitivamente esperamos que a condutância cresça com o aumento da seção transversal do condutor, A; da mesma forma podemos esperar que a condutância decresça com o aumento do comprimento, L_z . Estas duas relações são verificadas e podem ser expressas matematicamente como [7]: 265

$$G = \sigma \frac{A}{L_z} \tag{1}$$

onde σ é uma constante característica do material.

Esta interpretação da condução de elétrons nos metais se aplica muito bem para casos macroscópicos, mas o que devemos esperar quando diminuímos suas dimensões a níveis quase atômicos?

Na descrição dada pela lei de Ohm, a relação entre corrente e tensão tem origem no espalhamento sofrido pelos elétrons dentro do condutor [7]. A distância média que um elétron consegue percorrer entre uma colisão e outra (dezenas de nanometros para os metais) [8] é chamada de livre caminho médio, $\lambda_{\ell cm}$ [7].

Em condutores com comprimento muito menor que o livre caminho médio dos elétrons ($L_z \ll \lambda_{lcm}$), estes podem, em média, passar através do condutor sem sofrer colisões e nesta situação não se manifestaria uma resistência devido aos espalhamentos. Estes sistemas são chamados condutores balísticos. Neles não há dissipação de energia, que leva frequentemente ao aquecimento dos fios, e portando podem ser muito interessante para aplicações em eletrônica.

Se desejamos estudar outras mudanças no comportamento da condução de cargas em metais devemos levar em conta o carácter ondulatório dos elétrons. Sabemos da mecânica quântica que os elétrons manifestam se em algumas situações como partículas e em outras como ondas, de comprimento $\lambda_{elétron}$. Por exemplo para os elétrons de condução nos metais (Au, Cu entre outros) o $\lambda_{elétron}$ é da ordem de nanometros [8]. Quando o diâmetro do condutor é da ordem do comprimento de onda dos elétrons de condução $(A^{1/2} \sim \lambda_{\text{elétron}})$ o comportamento ondulatório manifesta se claramente, levando a observação de novos fenômenos. Na mecânica quântica o comportamento de uma partícula é dada por sua função de onda, obtida a partir da equação de Schrödinger. Esta equação depende do potencial que age sobre a partícula e sua solução determina os possíveis valores de energia do sistema. Neste caso o espectro de energias permitidas pode ser contínuo ou discreto, enquanto que na física clássica todo sistema pode assumir um contínuo de energias. Esta é uma das grandes mudanças introduzidas pela interpretação quântica da natureza.

No que se refere ao transporte elétrico em um fio precisamos resolver a equação de Schrödinger para um elétron em um potencial que descreve o condutor [4,9]. Considerando simplificadamente um condutor infinito de seção transversal retangular, figura 2, os elétrons estarão sujeitos a um potencial V(x, y, z) do tipo:

$$V(x, y, z) = V(z) \begin{cases} -\frac{L_x(z)}{2} < x < \frac{L_x(z)}{2} \\ -\frac{L_y(z)}{2} < y < \frac{L_y(z)}{2} \\ \to \infty \end{cases}$$

A função de onda encontrada pode ser escrita da forma:

$$\Psi(x,y,z) = \sum_{N} \chi_{z,n}(x,y) \phi_n(z)$$

e a energia correspondente:

$$E = E^z + E_n^{\perp}$$

onde $E^{\,z}\,$ pode assumir um contínuo de valores e

$$E_n^{\perp} = \frac{\pi^2 \hbar^2}{2\mu} \left(\frac{n_x^2}{L_x^2(z)} + \frac{n_y^2}{L_y^2(z)} \right)$$

onde μ é a massa efetiva do elétron, \hbar é a constante de Planck dividido por 2π , $n_x e n_y$ são valores inteiros. Assim E_n^{\perp} só pode assumir valores discretos, a isto chamamos quantização. Como esta última componente da energia é a contribuição do momento transversal do elétron, podemos concluir que este é quantizado. Intuitivamente podemos associar o condutor a um guia de ondas, com canais de transmissão bem definidos, determinados pelos momentos transversais permitidos (como é conhecido para os guias de ondas eletromagnéticas) e a condução análoga à transmissão de ondas através deste guia.



Figura 2. Aproximação do condutor por um fio infinito, de seção retangular.

Se considerarmos este condutor como um fio quasiunidimensional[10], com canais de condução definidos pelos níveis de energia permitidos, podemos usar o formalismo de Landauer-Büttiker [11,12]. Nesta descrição a condutância é interpretada como a probabilidade de transmissão dos elétrons pelo condutor e a condutância é dada por:

$$G = \frac{2e^2}{h} \sum_i T_i$$

onde e é a carga do elétron, h é a constante de Planck, T_i é a probabilidade de transmissão de um elétron pelo

canal i e a somatória se estende a todos os canais ocupados, desconsiderando a influência de um no outro.

Se o condutor for balístico, $L_z << \lambda_{\ell cm}$, e desprezando os efeitos de reflexão nas interfaces [13] (nos contatos) os elétrons podem passar através do condutor sem sofrer espalhamento, a transmissão é total e portanto: $T_i = 1 \qquad \sum_i T_i = n$

е

$$G = nG_0 \qquad G_0 = \frac{2e^2}{h} \left(= \frac{1}{12,9k\Omega} \right) \tag{2}$$

onde n, inteiro, representa o número de canais que contribuem para a condução.

Disto resulta que para um condutor metálico qualquer, onde $L_z << \lambda_{\ell cm}$ e $A^{1/2} \sim \lambda_{\rm elétron}$, o valor da condutância é dado por um múltiplo inteiro de G_0 . É importante notar que este quanta de condutância corresponde a um valor de resistência de fácil observação (12,9 K Ω). Na figura 3, comparamos qualitativamente a condutância em função da seção transversal na descrição clássica (ex. 01) e na quântica (ex. 02).



Figura 3. Comparação qualitativa da dependência da condutância da seção transversal na descrição clássica (linha descontínua) e na descrição quântica (linha contínua).

Num condutor real, a máxima energia dos elétrons é dada pela energia do nível de Fermi, E_F , portanto somente os canais com energia menor que E_F estão ocupados e contribuem para o valor da condutância. Dado que o número e posição dos níveis em relação ao nível de Fermi dependem basicamente da seção transversal do condutor, podemos observar os saltos de G_0 na condutância fazendo medidas em sistemas de diferente dimensões. Entretanto a obtenção destas estruturas de forma suficientemente controlada não é possível.

Os primeiros experimentos que demonstraram a quantização da condutância foram realizadas com gases de elétrons confinados bidimensionalmente em heteroestruturas semicondutoras [2,3], onde eram geradas constrições usando potenciais elétricos. Subsequentemente o mesmo fenômeno foi observado em nanofios metálicos, utilizando experimentos baseados em microscópios por tunelamento (STM) [4,5].

Os experimentos com STM consistem basicamente em pressionar sua ponta de prova contra uma amostra, fazendo com que se "molhe" com os átomos do substrato. Quando a ponta é afastada se formam fios nanométricos entre elas, figura 4. Estes nanofios são esticados, e como simultaneamente ao alongamento muda a seção transversal, altera-se a posição dos canais de transmissão. Durante o processo, a energia dos níveis pode tornar se maior ou menor que o nível de Fermi, variando o número de canais ocupados (n). As curvas representando a condutância dos nanofios durante o alongamento apresentam patamares separados por saltos com valores próximos a múltiplos inteiros de G_0 . Estes resultados foram obtidos em uma variedade de condições, tais como baixa e alta temperatura, no vácuo e no ar.



Figura 4. Descrição esquemática da formação de um nanofio na ponta de prova de um STM.

É importante ressaltar que nos metais a diferença entre os níveis de energia transversais, E_n^{\perp} , é da ordem de eV (equivalente a milhares de K) [4], que é muito maior que $k_B T_{\rm amb}$ (~30 meV) e portanto o experimento pode ser realizado à temperatura ambiente. Experimentos com heteroestruturas semicondutoras são mais difíceis de se realizar, pois precisam ser feitos à baixa temperatura (~ 4 K) pois a diferença entre os níveis de energia dos semicondutores é da ordem de alguns meV [4].

Dos experimentos com STM podemos verificar que o estudo da quantização da condutância em metais pode ser realizado no ar e à temperatura ambiente. Além disso, a resistência correspondente ao quanta de condutância, 12,9 k Ω , pode ser medido usando uma eletrônica simples (um divisor resistivo por exemplo). A única dificuldade do experimento é a formação do nanofio, o que requer instrumentos como o STM.

III O experimento proposto

Um experimento simples para a formação de nanofios metálicos se encontra em uma montagem que utilizamos cotidianamente: fios macroscópicos justapostos. Quando dois fios se tocam, entre eles se formam contatos; a medida que afastamos um do outro esta área de contato diminui e no limite em que eles vão se separar formam se fios nanométricos. Podemos estudar o comportamento da condução em nanofios através da medida da condução no ponto de contato entre fios macroscópicos. Este experimento foi inicialmente proposto por J.L. Costa-Krämer et al. [1].

A variação de n é obtida pela variação na área de contato entre os fios, que podemos obter por exemplo com vibrações mecânicas. Com uma "batida na mesa" os fios começam a vibrar, se afastando e se aproximando continuamente, alongando e comprimindo o nanofio formada entre eles.

Nossas medidas foram realizadas com o auxílio do circuito [14] esquematizado na figura 5, onde os fios justapostos equivalem a um resistor e os valores de Re da tensão aplicada V_T são conhecidos. Pela medida da queda de tensão em R, feita pelo osciloscópio, podemos determinar a resistência entre os fios, que é devido ao nanofio formado entre eles. Assim podemos determinar a condutância (inverso da resistência) de condutores metálicos nanométricos.



Figura 5. Esquema da montagem experimental proposta.

O valor de tensão, V, medido pelo osciloscópio é dado pela expressão:

$$V = \frac{RV_T}{R + R_c}$$

onde R_C é a resistência no contato entre os fios justapostos. Usando (1) temos:

$$R_C = \frac{1}{G} = \frac{R_0}{n}$$

onde

$$R_0 = \frac{1}{G_0} (\approx 12.9 k\Omega).$$

Para valores de $R = 10k\Omega$ e $V_T = 100$ mV, o valor de V_C varia em função de *n* como representado na figura 6. Para o circuito que usamos, quando o número de canais ocupados aumenta, a diferença de V entre um patamar e outro diminui (ver figura 6). Considerando a resolução do osciloscópio e o nível de ruído podemos predefinir até que transição é possível distinguir os patamares claros e distintos. O nosso experimento foi otimizado para n = 1,2 e 3.



Figura 6. Variação da tensão medida pelo osciloscópio em função do número de canais ocupados.

O valor de tensão aplicada aos nanofios varia com a mudança de n. Quanto maior for V_T maior será a diferença de voltagem aplicada nos nanocontatos para cada valor do condutância permitido. Para se evitar potenciais efeitos de não linearidade é necessário trabalhar com valores de tensão baixos, em nosso caso $V_T = 100$ mV.

A capacitância do cabo que liga o osciloscópio ao resto da montagem influencia grandemente as medidas. Como a transição entre os patamares é da ordem de ns, a capacitância do cabo faz com que o salto seja arredondado e portanto não abrupto. Esta dificuldade e a influência dos ruídos podem ser minimizados pela blindagem do circuito e a sua conexão direta no osciloscópio (ver figura 7).



Figura 7. Experimento blindado e conectado diretamente no osciloscópio.

Foram utilizadas várias configurações para justapor os fios e faze-los vibrar, tais como: um fio repousando sobre um substrato do mesmo material; dois fios suspensos se tocando; dois fios suspensos por cordas de violão (para facilitar a oscilação). A montagem que se mostrou mais vantajosa foi baseada em um pêndulo (figura 8): um fio (eletrodo A) era suspenso por um fio condutor muito fino ($\phi \sim 40 \mu$ m) e flexível, de tal modo que forme um pêndulo; o outro fio (eletrodo B) é fixado para que toque lateralmente o eletrodo A. Com vibrações mecânicas macroscópicas o pêndulo se movimenta, estabelecendo e quebrando contatos com o fio fixo, gerando e modificando os nanofios entre eles.



Figura 8. Montagem para a justaposição dos fios do material de interesse.

A grande diferença entre esta montagem e as outras é que nela basicamente a única força que influencia o movimento do pêndulo é a gravidade, isto acontece porque o fio usado é suficientemente fino e flexível para que a sua resistência ao movimento seja desprezível. Podemos então controlar facilmente a pressão de contato entre os dois eletrodos simplesmente girando a montagem em torno do eixo horizontal. Por este mecanismo nós procuramos a posição que permite um maior número de amostragens, com patamares claros e compridos.

A alimentação do experimento ($V_T = 100 \text{ mV}$) é feita pelo circuito da figura 9, onde temos uma pilha, $V_P = 1.5 \text{ V}$, um divisor de tensão resistivo, R1 = 100 Ω e R2 = 1400 Ω , e um capacitor de C = 1 μ F (400V). A pilha era utilizada como fonte, o divisor de tensão era responsável por alimentar o circuito com a voltagem desejada e o capacitor mantinha este valor constante durante a medida. O uso do capacitor com esta função só foi possível porque o tempo de aquisição de uma curva é da ordem de μ s enquanto que a constante de tempo do circuito RC de alimentação era de ms.



Figura 9. Fonte de alimentação do experimento.

Os experimentos foram feitos com ouro e usando um osciloscópio TDK784A da Tektronics. Nas figuras 10a e 10b são apresentados duas curvas da variação da condutância em função do tempo e nas figuras 10c e 10d histogramas da contagem do número de vezes que cada valor de condutância foi obtida em cada uma das medidas.



Figura 10. a, b: medidas típicas do valor de condutância em função do tempo; c, d: representação em forma de histograma das curvas de condutância a e b.

Podemos observar nas figuras 10a e 10b que as curvas de condutância apresentaram patamares bem definidos, com duração da ordem de μ s, enquanto os saltos são da ordem de ns. O valor da condutância em cada patamar pode ser analisada com o auxílio das linhas horizontais, correspondentes aos valores inteiros de G_0 (linhas verticais para os histogramas). Devemos notar que somente alguns patamares (ou picos para os histogramas) estão próximos à múltiplos inteiros de G_0 .

IV Discussão

Como citado acima, as medidas de condutância obtidas com este experimento apresentam patamares claros e distintos, com transições abruptas entre eles. Este resultado implica que o valor da condutância não varia suavemente com a mudança das dimensões do condutor, mas em forma de saltos. A análise dos resultados experimentais apresenta uma grande dificuldade: as curvas não são repetitivas. Isto é devido aos processos envolvidos e a forma como a medida é realizada: i) a condutância observada é dada pelo número de canais abaixo do nível de Fermi (canais ocupados); ii) o número de canais abaixo deste nível é dado pela seção transversal da nanoestrutura. Quando variamos a nanoestrutura, mudamos o número de canais ocupados e com isso medimos patamares e saltos na condutância. Mas como não temos controle na dinâmica da variação da área transversal do nanofio ela ocorre de forma diferente em cada medida e por isso o perfil das curvas de condutância não são idênticas.

Nós já observamos que uma excelente representação do comportamento da condutância são os histogramas com a contagem do número de vezes que cada valor de condutância é medido em cada curva (ver figura 10c e 10d). Mas este método se limitava ao resultado de somente uma curva, cujo perfil não é repetitivo e portanto não pode ser tomado como prova da quantização da condutância.

A solução normalmente empregada na bibliografia é a montagem de histogramas globais, onde são representados o acúmulo das contagens obtidas em cada curva de uma série de medidas (mesmas condições experimentais). Com estes histogramas podemos representar o comportamento geral da condutância dos nanocondutores. Do ponto de vista estrutural podemos considerar estes histogramas como uma média do caminho adotado para a reestruturação do nanofio, refletido na condutância. Na figura 11 temos o histograma global obtido para uma série de 57 curvas, onde podemos observar claramente um pico em $G \cong 1G_0$ e um pico menor em um valor inferior à $2G_0$. Este perfil apresentando picos próximos aos múltiplos inteiros de G_0 é considerado a verificação da quantização da condutância [1].



Figura 11. Histograma global de uma série de 57 medida feitas com amostra de fio de ouro. Podemos ver claramente um pico em G_0 e um em $2G_0$.

No modelo usado, os saltos no valor da condutância são provocados pela ocupação de modos de transmissão de elétrons através do condutor (canais ocupados), cujo número varia devido às mudanças na seção transversal do nanofio. Temos assim dois fenômenos simultâneos: estrutural (rearranjos átomos) e eletrônico (variação dos modos de transmissão), Isto tem gerado algumas críticas à interpretação dos resultados experimentais.

As variações da seção transversal dos fios nanométricos ocorrem devido a rearranjos estruturais, variações da ordem das dimensões atômicas (que nessa ordem de grandeza também pode ser consideradas discretas). Devemos verificar se os saltos nas curvas da condutância ocorrem simplesmente devido à fatores estruturais ou devido às propriedades eletrônicas (guia de ondas). Como estes dois efeitos ocorrem simultaneamente no experimento, se torna difícil saber qual deles é responsável pelos patamares e saltos nas curvas de condutância.

Na interpretação feita em analogia com os guias de ondas encontramos que certos formatos da seção transversal permitem que alguns níveis sejam degenerados, ou seja, que exista mais de um canal associados ao mesmo nível. Quando a energia de um destes níveis degenerados se torna maior ou menor que o nível de Fermi devemos observar variações de αG_0 na condutância, onde α , inteiro e maior que um, é o número de degenerecência. Isto foi verificado experimentalmente em trabalhos desenvolvidos com quebra mecanicamente controlada de junções [15] e portanto indica que a interpretação baseada no comportamento ondulatório dos elétrons de condução é correta.

Nas medidas apresentadas na figura 10, somente alguns patamares (ou picos para os histogramas) estão próximos à múltiplos inteiros de G_0 , enquanto que outros se encontram em posições intermediárias. Resultados análogos têm sido citados na literatura [16,17,18] e atribuídos em alguns casos a impurezas e em outros a contaminação. Em ambos não ficam claros os critérios adotados para considerar uma medida como influenciada por impurezas ou contaminação. Devemos ressaltar que os patamares múltiplos inteiros e os múltiplos não inteiros de G_0 são indistinguíveis, diferindo somente pelo valor da condutância. Novamente, aqui resulta que a construção de histogramas globais é a solução mais indicada para a análise dos resultados.

V Conclusão

Obtivemos a partir de uma montagem experimental simples e de facil implementação um experimento capaz de mostrar qualitativamente e quantitativamente o carácter quântico da condutância em nanofios metálicos.

O experimento se compõe basicamente de uma rede

de resistores e um osciloscópio digital. A análise dos resultados empregada é de fácil compreensão e consiste no estudo de uma pequena malha de resistores e na análise de histogramas tanto os simples como globais (pelo menos um série com 50 medidas). Assim, este experimento pode ser utilizado em laboratórios de ensino, obtendo resultados análogos aos obtidos com técnicas sofisticadas e de alto custo de implementação e operação.

Um ponto importante deste experimento são os valores de condutância múltiplos não inteiros de G_0 , obtidos juntamente com os múltiplos inteiros, o que estimula novos experimentos e estudos sobre as propriedades de fios nanométricos [19].

Agradecimentos

Somos gratos a toda a equipe do LNLS que tanto contribuiu para o desenvolvimento deste trabalho, em especial a Edilson Tamura, do grupo de detectores, que gentilmente cedeu o osciloscópio usado nas medidas. Também agradecemos ao prof. W. A. de Heer, que tem constantemente nos auxiliado com frutíferas discussões. Também agradecemos a Fapesp (proc. 96/8353-2) e a CNPq pelo suporte financeiro.

References

- J.L. Costa-Krämer et al, Surf. Science Letter, 342, 1144 (1995).
- [2] B.J. van Wees et al, Phys. Rev. Lett. 60, 848 (1988).
- [3] H. van Houten, C. Beenaker, Physics Today, 49, 22 (1996).
- [4] L. Olesen et al, Phys. Rev. B, 72, 2251 (1995).
- [5] N. Agrait et al, Phys. Rev. B, 47, 12345 (1993).
- [6] Genericamente a condutância é uma função da tensão aplicada I = G(V)V.
- [7] Edward M. Purcell, Curso de Física de Berkeley, 3 ed., vol. 2, cap. 4, São Paulo, Editora Edgard Blächer Ltda.
- [8] Charles Kittel, Introduction to Solid State Physics, 6 ed., p.134 e 143, New York, John Wiley & Sons, 1986.
- [9] A.M. Bratkovsky et al, Phys. Rev. B, 52, 5036 (1995).
- [10] L.J. Challis. Physics in less than three dimensions. Contemporary Physics, 3, 111 (1992).
- [11] R. Landauer, IBM J. Res. Dev. 1, 223 (1957).
- [12] E. Tekaman, S. Ciraci, Phys. Rev. B, 43, 7145 (1991).
- [13] T.N. Todorov, G.A.D. Briggs, J. Phys. Condens. Matter 6, 2559 (1994).
- [14] W.A. de Heer, comunicação privada.
- [15] C.J. Muller et al, Nature 375, 767 (1995)
- [16] J.M. Krans et al, Phys. Rev. Lett. 48, 14721 (1993).
- [17] G. Rubio et al, Phys. Rev. Lett. 76, 2302 (1996).

- [18] C.J. Muller et al, Phys. Rev. B, 48, 14721 (1993).
- [19] W.A. de Heer e D. Ugarte, Proceedings of the NATO Advanced Research Workshop, Miraflores de la Sierra, Madri, Espanha, Setembro 23-27, vol 340, p. 227-36,

Fractionally quantized conductances in ballistic metal nanowires and carbon nanotube networks, 1996. Anais: Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, 1996.