

A Lei de Esfriamento de Newton

Introdução às Medidas em Física - Parte II*

J. C. Sartorelli, Y. Hosoume e E. M. Yoshimura[†]

*Instituto de Física, Universidade de São Paulo
Caixa Postal 66318, 05315-970 São Paulo, Brasil.*

Recebido em 02 de Setembro, 1998

Um experimento didático de termodinâmica para um curso universitário é o tema deste trabalho. Ele faz parte de uma disciplina de laboratório introdutória para alunos de Licenciatura em Física e em Matemática. Estudamos o esfriamento da glicerina desde $\sim 110^{\circ}\text{C}$ até $\sim 30^{\circ}\text{C}$ tendo a atmosfera ambiente como reservatório térmico, e o esfriamento do mercúrio de $\sim 80^{\circ}\text{C}$ até $\sim -100^{\circ}\text{C}$ tendo como reservatório térmico uma atmosfera obtida pela evaporação de nitrogênio líquido dentro de uma garrafa térmica. Em cada caso, o esfriamento foi monitorado com medições da temperatura em função do tempo. Foram obtidas funções empíricas $T(t)$ que foram comparadas com um modelo teórico simples, a lei de esfriamento de Newton. A presente proposta mostra que o fato da montagem experimental ser muito simples, sem requerer um isolamento térmico eficiente, torna a experiência mais fértil no seu aspecto fenomenológico.

A thermodynamic experiment for teaching purposes is the theme of this work. It is part of a laboratory course for future physics and mathematics teachers. We studied the cooling down process of glycerin from $\sim 110^{\circ}\text{C}$ down to $\sim 30^{\circ}\text{C}$ with the room atmosphere as a heat reservoir; and the cooling down process of mercury from $\sim 80^{\circ}\text{C}$ down to $\sim -100^{\circ}\text{C}$ with a heat reservoir obtained by the evaporation of liquid nitrogen inside a dewar. In each case, we measured the temperature as a function of the time. We obtained empirical functions $T(t)$ and we compared them to a simple model known as Newton law. As the experimental apparatus is too simple, it does not require an efficient thermal isolation, our proposal shows that the experiment becomes more fertile in its phenomenological aspects.

I Introdução

Propostas de experimentos didáticos em conteúdos de termodinâmica são bastante raras. Mais escassas ainda quando são dirigidas ao ensino universitário. Essa carência pode ser verificada através dos trabalhos publicados na área de ensino de física no Brasil: em revistas e em dissertações e teses publicadas nas últimas três décadas, encontra-se apenas uma dezena de trabalhos experimentais envolvendo calor [1] e todos dirigidos ao ensino médio. A grande maioria desses trabalhos trata de experimentos sobre calorimetria e apenas um envolve condução de calor [2].

A termodinâmica, com o seu princípio da irreversibilidade dos processos físicos é fundamental para a compreensão da física. Pela sua complementaridade

à mecânica, tem grande relevância na compreensão do mundo tecnológico, em cuja base estão as transformações que envolvem calor. No entanto esse conteúdo é muito pouco explorado no ensino médio e também no universitário. Normalmente, ele é desenvolvido no final do ciclo básico dos cursos de Física das universidades, como uma simples continuação da mecânica e freqüentemente é reservado para seu ensino, no máximo, um bimestre. Na grande maioria desses cursos não existe uma disciplina específica denominada Termodinâmica, seja na Licenciatura [3], seja no Bacharelado.

Como parte da reestruturação do curso de Licenciatura em Física da Universidade de São Paulo, em 1993, foi proposta uma disciplina experimental inicial, denominada Introdução às Medidas em Física, na qual

*Esse trabalho faz parte de um conjunto de artigos relativos à descrição e análise da disciplina "Introdução às Medidas em Física". A Parte I está sendo redigida e será brevemente submetida à publicação.

[†]email:sartorelli@if.usp.br, yhosoume@if.usp.br, eyoshimura@uspifl.if.usp.br

se incluiu o experimento sobre medidas de temperatura que é tema deste trabalho. O conteúdo dessa disciplina foi organizado de forma a desenvolver nos estudantes uma compreensão, ainda que preliminar, da relação entre a qualidade de um valor experimental e o procedimento de medida. Nessa perspectiva foram propostos vários experimentos, organizados em quatro grandes blocos [4]:

- I- Medidas de distância e comprimento,
- II- Medidas de intervalo de tempo,
- III- Medidas de velocidade,
- IV- Medidas de temperatura.

Nos três primeiros blocos são tratados os conceitos de pequenas e grandes dimensões, envolvendo ferramentas de análise gráfica e formas de estimar incertezas, e são discutidos alguns modelos já conhecidos pelos estudantes, como o de movimento uniformemente acelerado. No quarto bloco são desenvolvidas experiências de esfriamento de corpos para aprofundar o estudo do papel do modelo em física e para introduzir gráficos em escalas logarítmicas.

Este trabalho aborda os experimentos do Bloco IV (medidas de temperatura), no qual se propõe ao aluno a obtenção de uma lei empírica que dê conta do fenômeno de resfriamento. A experiência inicial, do resfriamento da glicerina a partir de $\sim 110^\circ\text{C}$, trabalha com temperaturas do cotidiano dos alunos; e o segundo experimento, o resfriamento do mercúrio até $\sim -100^\circ\text{C}$, estuda as baixas temperaturas. Outro objetivo é mostrar que uma montagem experimental simples, sem um isolamento térmico eficiente, pode tornar a experiência muito rica nos seus aspectos fenomenológico e analítico. Os detalhes desses procedimentos estão apresentados no item 3.

II Lei de esfriamento de Newton

Os alunos observam o esfriamento das duas amostras, uma de glicerina e outra de mercúrio, como descrito no item anterior. Somente após a coleta e análise gráfica dos dados, o modelo de esfriamento descrito a seguir é apresentado a eles para a compreensão dos resultados.

O nosso objetivo é analisar o tempo que um corpo finito (capacidade térmica finita) leva para atingir o equilíbrio térmico quando em contato com um reservatório térmico (capacidade térmica infinita) e a influência de alguns dos fatores nesse tempo. Além das

propriedades térmicas do corpo e do reservatório, a geometria do sistema corpo+ligação+reservatório é um fator a considerar.

Para adequar o modelo de esfriamento às condições experimentais faremos algumas considerações sobre a troca de calor entre dois corpos em contato dentro de um sistema isolado de sua vizinhança. Estamos supondo que a troca de calor predominante é a condução, e que as outras formas, radiação e convecção, são desprezíveis.

Tomemos dois reservatórios térmicos a temperaturas T e T_R ($T > T_R$), como mostrado esquematicamente na Fig. 1.

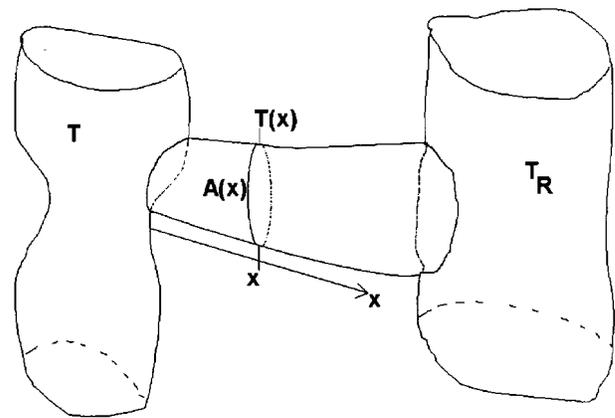


Figura 1. Dois reservatórios térmicos ligados por um material de condutividade térmica K e seção reta variável.

Unindo-os com um material qualquer de seção transversal $A(x)$, ocorre a transferência de calor continuamente do reservatório da esquerda para a direita. A taxa com a qual o calor é transferido depende da condutividade térmica do material da ligação (K) e do gradiente de temperatura. Esta taxa é dada por:

$$\frac{dQ}{dt} = KA(x)\frac{dT}{dx}. \quad (1)$$

Supondo que o gradiente de temperatura seja constante e igual a $-(T - T_R)/\mathcal{L}$, onde \mathcal{L} é uma distância efetiva entre os dois reservatórios, a taxa de transferência de calor pode ser escrita como o produto da diferença de temperatura entre os reservatórios pela condutividade térmica (característica do material de ligação), e por um termo que só depende da geometria ($G = A/\mathcal{L}$).

A taxa de transferência de calor depende da geometria dos reservatórios e da conexão entre eles. Exemplos do cálculo de G para geometrias simples podem ser vistos na referência [5]. Em situações como as presentes em nosso aparato experimental, onde as interfaces são mais complexas, substitui-se G por um valor efetivo

($G = G_{ef}$) que pode, em princípio, ser obtido experimentalmente. A equação 1 é reescrita como:

$$\frac{dQ}{dt} = -K G_{ef} \cdot (T - T_R). \quad (2)$$

Além deste fator geométrico efetivo, se a ligação entre os reservatórios for feita com mais de um material com diferentes condutividades térmicas, a constante K deve ser substituída por uma constante efetiva K_{ef} que depende do fator geométrico G_{ef} , (ver exemplos simples na referência [6]). Portanto, a taxa de transferência de calor entre dois reservatórios com uma geometria de interface genérica e diversos materiais de diferentes condutividades térmicas é escrita como:

$$\frac{dQ}{dt} = -K_{ef}(G_{ef}) G_{ef} \cdot (T - T_R). \quad (3)$$

A equação 3 indica que a taxa de transferência de calor, entre dois reservatórios térmicos, é constante com o tempo e durará indefinidamente.

Para estudarmos o processo de transferência de calor entre um corpo de massa finita (capacidade térmica finita) e um reservatório térmico (capacidade térmica infinita), vamos supor que o corpo à esquerda (Fig. 1) não seja mais um reservatório e sim um corpo de massa finita a uma temperatura inicial T_o . Agora a transferência de calor não mais ocorrerá indefinidamente, e nem a uma taxa constante, mas cessará quando o corpo atingir a temperatura T_R do reservatório. A quantidade de calor dQ cedida pelo corpo devido a uma diferença de temperatura dT é dada por

$$dQ = C(T)dT, \quad (4)$$

onde $C(T)$ é a capacidade térmica do corpo. Podemos supor que o calor específico varie lentamente com a temperatura e escrever $C(T) = C = \text{constante}$, e também que o corpo é formado de diversos materiais com diferentes capacidades térmicas (C_1, C_2, C_3, \dots) e então $C = C_{ef} = C_1 + C_2 + C_3, \dots$. Portanto, a taxa com a qual há transferência de calor também pode ser escrita na forma

$$\frac{dQ}{dt} = C_{ef} \frac{dT}{dt}, \quad (5)$$

que combinada com a equação 3 nos dá

$$C_{ef} \frac{dT}{dt} = -K_{ef} G_{ef} (T(t) - T_R). \quad (6)$$

Com a observação experimental apenas da evolução temporal da temperatura do corpo não é possível obter os valores das constantes C_{ef} , G_{ef} e K_{ef} , mas sim

da relação entre elas $\tau = C_{ef}/(G_{ef}K_{ef})$ [7], que tem dimensão de tempo. A equação 6 é reescrita na forma:

$$\frac{dT}{dt} = -\frac{T(t) - T_R}{\tau}, \quad (7)$$

que integrada nos dá a lei de Newton para o esfriamento

$$\Delta T = T - T_R = (T_o - T_R)e^{-t/\tau}, \quad (8)$$

onde T_o é a temperatura inicial. Prevê-se assim que a temperatura do corpo decaia exponencialmente com um tempo característico dado por $\tau = C_{ef}/(G_{ef}K_{ef})$, cujo valor pode ser facilmente obtido a partir dos dados experimentais.

A análise dos dados fica mais fácil se tomarmos o logaritmo da equação 8, obtendo assim a equação de uma reta

$$\ln(\Delta T) = \ln(T_o - T_R) - t/\tau,$$

ou

$$\log(\Delta T) = \log(T_o - T_R) - \frac{\log(e)}{\tau}t. \quad (9)$$

Note-se que, para o estudo do esfriamento de um corpo não é necessário saber com detalhes qual é a geometria da ligação dele com o reservatório térmico. As características dos materiais de ligação são importantes para a definição do aparato experimental: por exemplo, metais são bons condutores de calor e apresentam baixo valor para o calor específico e conseqüentemente valores mais baixos de τ quando comparados com materiais não metálicos.

III Os experimentos e seus resultados

Duas montagens experimentais foram feitas para a verificação da lei de esfriamento. Com a mais simples delas é observado o esfriamento da glicerina contida em um tubo de ensaio. A temperatura é medida com um termômetro de mercúrio e o tempo com um cronômetro manual. Para o esfriamento do mercúrio a montagem é mais elaborada. Um tubo de ensaio, contendo uma pequena quantidade de mercúrio, é inserido em uma garrafa térmica que contém nitrogênio líquido e a tomada de dados é feita periodicamente com um termopar, mergulhado no mercúrio, que envia o sinal a uma placa ADC e a um microcomputador.

IV Glicerina

Um diagrama da montagem utilizada no esfriamento da glicerina é mostrado na Fig. 2.

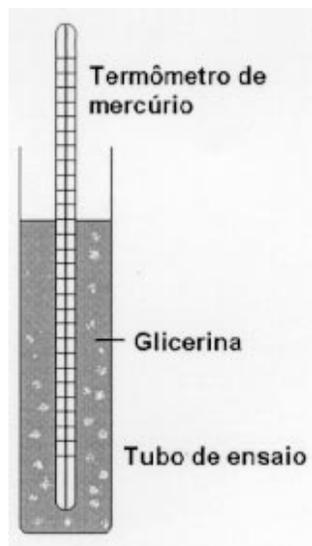


Figura 2. Aparato experimental para a verificação da lei de Newton. O reservatório térmico é o ar ambiente.

Um pequeno volume ($\sim 10\text{cm}^3$) de glicerina é colocado em um tubo de ensaio juntamente com um termômetro de mercúrio (com resolução de 1°C , temperatura máxima 120°C). Inicialmente este sistema é aquecido até 110°C com uma chama de vela. Terminado o aquecimento espera-se um certo tempo para que as correntes de convecção diminuam. O esfriamento começa a ser monitorado com cronometragem manual do tempo (a resolução do cronômetro é de 0.01s) cada vez que a temperatura do sistema diminui de 2°C . Neste caso estamos considerando o ar ambiente como reservatório térmico, cuja temperatura (T_R) foi medida previamente. Na análise dos dados leva-se em conta capacidade e condutibilidade térmicas efetivas do sistema glicerina+termômetro+tubo de ensaio. A ausência de controle da temperatura da sala bem como da umidade do ar são outros fatores que devem ser considerados. Na Fig. 3 temos os dados obtidos por um aluno. Na parte superior da figura (A) temos o gráfico da temperatura em função do tempo, mostrando a evolução assintótica para $T_R = 21^\circ\text{C}$. Na parte inferior da figura (B) temos o gráfico de $\log(\Delta T) = \log(T - T_R)$ em função do tempo. Os resultados, em (B), mostram dois decaimentos: um resfriamento mais lento, $\tau_i = 337\text{s}$, no início do processo ($t < 190\text{s}$) e outro mais rápido, $\tau_f = 244\text{s}$, para $t > 190\text{s}$.

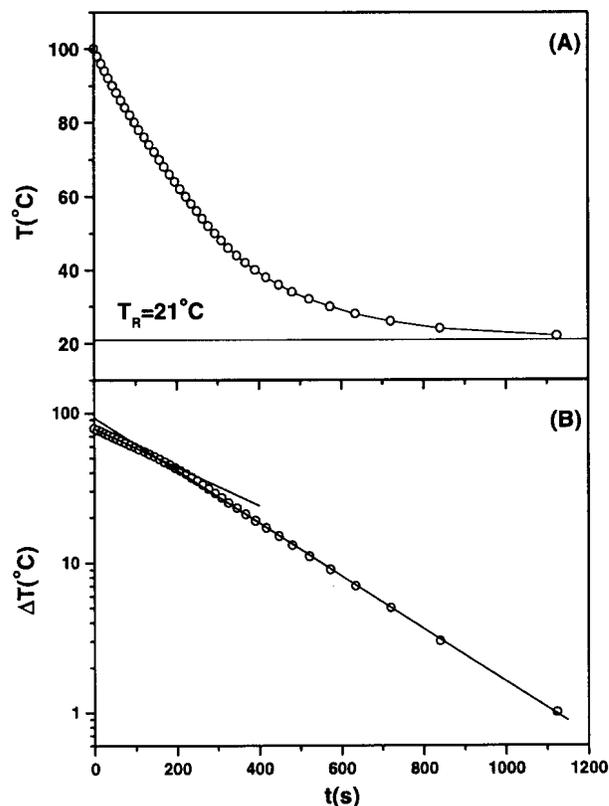


Figura 3. Dados experimentais obtidos por um aluno no esfriamento de glicerina. Em (A) temos a temperatura em função do tempo. A linha contínua é apenas para auxiliar a visualização. Em (B) temos $\Delta T = T - T_R$ em função do tempo, onde $T_R = 21^\circ\text{C}$ é a temperatura ambiente. As linhas contínuas são ajustes da equação 9 aos dados experimentais.

Do ponto de vista da aprendizagem há uma preocupação de não fornecer ao aluno a priori qualquer informação sobre as previsões teóricas e as leis físicas relacionadas ao experimento. A partir do conjunto de dados obtidos os seguintes aspectos são abordados:

1. análise gráfica qualitativa em papel milimetrado para verificar que o esfriamento não é linear com o tempo.
2. análise gráfica quantitativa em papel monolog, com levantamento de hipóteses sobre as possíveis causas do comportamento observado, isto é, dois esfriamentos distintos, um para tempos curtos e outro para tempos longos.
3. definição empírica dos tempos de esfriamento e obtenção dos mesmos através de traçados de retas. Obtenção da relação funcional para $\Delta T(t)$.

Uma possível interpretação para os dois decaimentos distintos é dada pela participação da água dissolvida

na glicerina no processo de esfriamento. A constante de decaimento é dada por $\tau = C_{ef}/(G_{ef}K_{ef})$ onde o fator geométrico G_{ef} é constante, e C_{ef} é a soma das capacidades térmicas da glicerina, do termômetro, do tubo de ensaio e da água diluída na glicerina, $C_{ef} = C_g + C_{term} + C_{te} + C_{água}$, sendo que os três primeiros termos podem ser considerados constantes e o último depende da quantidade de água diluída na glicerina. Portanto, a diminuição do valor da constante de tempo τ deve ser atribuída a uma diminuição da razão C_{ef}/K_{ef} devido ao processo de evaporação/condensação da água ao redor de $T = 100^\circ\text{C}$. Após a estabilização da água, o decaimento ocorre de acordo com a lei de Newton com $\tau_f = 244\text{s}$.

V Mercúrio

Na Fig. 4 é mostrado o diagrama da montagem experimental para o estudo do esfriamento do mercúrio. Uma pequena quantidade de mercúrio ($\sim 1\text{cm}^3$) é colocada em um tubo de ensaio juntamente com um termopar de cobre-constantan.

Este conjunto é inserido em uma garrafa térmica que contém nitrogênio líquido. O tubo de ensaio não entra em contato com o líquido frio, mas permanece em uma região acima dele, onde há uma atmosfera de vapor de nitrogênio. Esta nuvem funciona como um reservatório térmico e sua temperatura (T_R) é medida colocando o termopar pelo lado de fora do tubo na altura média da amostra de mercúrio. Para aumentar a faixa de temperatura analisada, o tubo com a amostra é aquecido previamente até 80°C , aproximadamente.

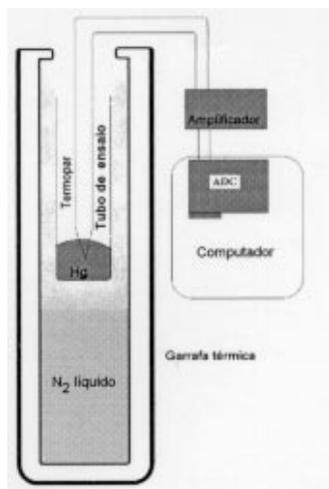


Figura 4. Aparato para a verificação da lei de Newton para temperaturas abaixo de 0°C . O tubo de ensaio fica suspenso por fios finos. O reservatório térmico é a atmosfera de vapor de nitrogênio.

Como o esfriamento dos metais ocorre muito rapidamente a tomada de dados não pode ser feita manualmente como no caso da glicerina. Portanto, para a medida da temperatura em função do tempo foi utilizado um termopar de cobre-constantan e a voltagem induzida foi lida com um conversor analógico digital (ADC-12 bits) inserido em um microcomputador [8]. Foi feita uma leitura da voltagem do termopar a cada 1,85 segundos e um programa simples realiza a conversão para $^\circ\text{C}$, e, ao final, gera um arquivo com a seqüência de temperaturas da amostra.

Ao realizar este experimento o aluno já executou e analisou o da glicerina, portanto já tem um conhecimento sobre o processo de esfriamento, porém ainda não foi discutido o processo de transição de fase que ocorre para o mercúrio. Na Fig. 5 temos os dados experimentais obtidos por um aluno. Na parte superior (A) temos o gráfico da temperatura, e na parte inferior (B) o gráfico de $\log(\Delta T) = \log(T - T_R)$, em função do tempo.

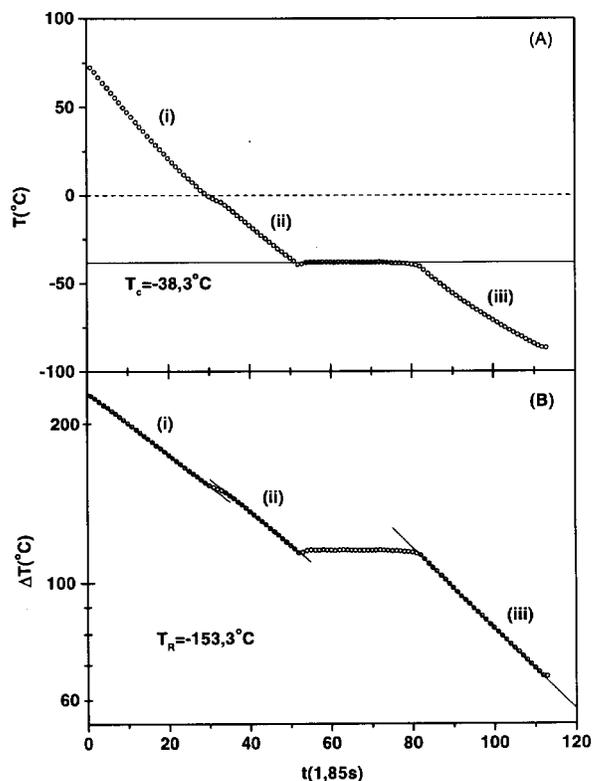


Figura 5. Esfriamento do mercúrio. Em (A) temos a temperatura do mercúrio em função do tempo. Em (B) temos $\Delta T = T - T_R$ em escala logarítmica em função do tempo, com $T_R = -153,3^\circ\text{C}$. As linhas contínuas em (B) são os ajustes da equação 9 nas três fases de esfriamento.

Três etapas de esfriamento podem ser observadas e, como no caso da glicerina, podemos propor algumas interpretações para cada uma delas: (i) de 75°C até 0°C e a capacidade térmica do sistema dada por $C_{ef} = C_{Hg} + C_{te}$ (a capacidade e condutividade térmicas do termopar são desprezíveis) [9] e $\tau_i = 106\text{s}$. (ii) A partir de 0°C há adesão de uma camada de gelo (proveniente do vapor d'água do ambiente) sobre o conjunto tubo de ensaio+mercúrio, e a capacidade térmica efetiva aumenta, passando a ser composta por $C_{ef} = C_{Hg} + C_{te} + C_{gelo}$. Em conseqüência, nessa segunda etapa, $\tau_{ii} = 128\text{s}$, havendo também, provavelmente, contribuição da diminuição de K_{ef} para este aumento na constante de resfriamento. Esta segunda etapa se encerra com o início da transição de fase líquido→sólido do mercúrio a $T_c = -38,3^{\circ}\text{C}$ [10], e ao final desta há o início da terceira etapa (iii) com a capacidade térmica $C_{ef} = C_{Hgsol} + C_{te} + C_{gelo}$ e $\tau_{iii} = 135\text{s}$.

VI Considerações finais

Embora as medidas apresentadas no trabalho sejam relativas à tomada de dados de estudantes, essas duas experiências foram realizadas em várias repetições da disciplina Introdução às Medidas em Física, obtendo-se resultados muito semelhantes.

Experimentos didáticos de termodinâmica são raros principalmente devido às dificuldades experimentais de se obter isolamentos térmicos adequados. A presente proposta experimental mostra que é o fato de a montagem ser muito simples, sem um isolamento térmico eficiente, que torna a experiência mais fértil no seu aspecto fenomenológico. A riqueza na análise dos dados fica bastante evidente, pois se exige o levantamento de hipóteses sobre a existência de diversas etapas de esfriamento. Atribuímos a causa de mudanças de etapas a diferentes composições da capacidade térmica efetiva do sistema que está sendo resfriado: para a glicerina, a presença de água absorvida, para o mercúrio, formação de superfície de gelo. É claro que as peculiaridades de cada

montagem experimental vão fornecer ao professor e aos alunos as pistas para a interpretação fenomenológica adequada.

References

- [1] ENFIS- Banco de Referências do Ensino de Física, IFUSP, (1998).
- [2] Zaro, M.A. e Blanco, R.L.D, "Análise de um Experimento", Revista de Ensino de Física, **10**, (1988).
- [3] No novo curso de Licenciatura em Física do Instituto de Física-USP, reformulado em 1993, existem duas disciplinas : Termodinâmica I no 2^o semestre e Termodinâmica II no 3^o semestre.
- [4] E. M. Yoshimura, J. C. Sartorelli e Y. Hosoume, Introdução às Medidas em Física, IFUSP (1994).
- [5] Alguns exemplos simples: Dois reservatórios unidos por uma barra de secção constante A e separados de L , temos $\mathcal{L} = L$ e $G = A/L$. No caso de um reservatório cilíndrico de comprimento L e raio R_1 circundado por outro de raio R_2 temos $A(r) = 2\pi rL$ e $G = 2\pi L/\ln(R_2/R_1)$. No caso de dois reservatórios esféricos concêntricos de raios R_1 e R_2 temos $A(r) = 4\pi r^2$ e $G = 4\pi R_1 R_2/(R_2 - R_1)$. Ver R. Resnick e D. Halliday, Física, Parte I, Ao Livro Técnico S. A., Rio de Janeiro (1970) pp. 600 e 618.
- [6] Dois materiais em série, de comprimentos L_1 e L_2 : $K_{ef} = K_1 K_2 (L_1 + L_2)/(K_1 L_2 + K_2 L_1)$. Dois materiais em paralelo de mesmo comprimento: $K_{ef} = K_1 + K_2$. Ver R. Resnick e D. Halliday, Física, Parte I, Ao Livro Técnico S. A., Rio de Janeiro (1970) p. 601.
- [7] Estamos supondo implicitamente que a condutibilidade térmica é proporcional ao calor específico. Ver C. Kittel, Introduction to Solid State Physics, John Wiley & Sons, New York (1971). Quarta edição pp. 225 e 262.
- [8] Estes dados foram tomados com um microcomputador Apple II, atualmente o experimento é feito com PC-386.
- [9] Estamos supondo que os calores específicos dos materiais não variem apreciavelmente nesta faixa de temperatura. Temperatura de Debye do mercúrio= 71,9K.
- [10] A temperatura de liquefação do mercúrio é $-38,87^{\circ}\text{C}$. Como estamos medindo a temperatura de solidificação esta pequena diferença é devida à histerese e à simplicidade do aparato experimental.