

# Construção de um Aparato Experimental Destinado à Demonstração do Efeito Provocado pela força de Coriolis

(Construction of an experimental apparatus dedicated to demonstrate the effect of the Coriolis force)

Marcos José Semenzato, Wanderlei Lima de Paulo, Djalma Mirabelli Redondo e Tito José Bonagamba

*Instituto de Física de São Carlos, Universidade de São Paulo*

*Laboratórios de Ensino de Física, São Carlos, SP, Caixa Postal 369, CEP: 13560-970*

Trabalho recebido em 29 de julho de 1997

Neste trabalho apresentamos o projeto de construção e utilização de um aparato experimental através do qual pode-se verificar o efeito provocado pela ação da força de Coriolis.

This work describes the construction of an experimental apparatus used to demonstrate the effect of the Coriolis force.

## 1. Introdução

Este conjunto experimental consta de uma plataforma girante impulsionada por um motor elétrico. Solidário à plataforma está instalada uma bomba d'água, a qual produz um jato d'água na direção radial e com sentido voltado para o eixo de rotação do sistema.

Trata-se de um sistema relativamente compacto e barato, que nos permite desenvolver práticas tanto qualitativas como quantitativas, relacionadas ao efeito provocado pela força de Coriolis, que se manifesta quando se observa o movimento de um corpo a partir de um referencial girante.

Serão realizadas algumas experiências que permitem avaliar a qualidade das medidas e sua precisão, em comparação com dados obtidos através de simulação.

## 2. Descrição do Aparato

O conjunto experimental apresentado na figura 1 é constituído de uma base triangular de aço (1) com 40cm de lado e 40mm de espessura, com niveladores posicionados em suas extremidades.

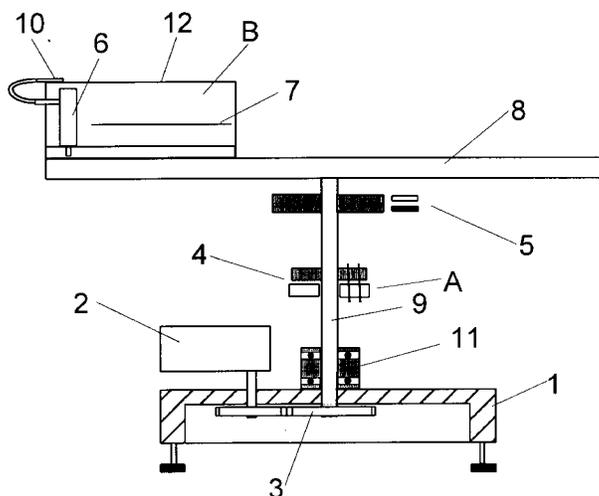


Figura 1. Conjunto experimental desenvolvido para a verificação do efeito provocado pela força de Coriolis.

No centro desta base é fixado um eixo de rotação do sistema (9) através de dois rolamentos (11). A este eixo é adaptada uma engrenagem (3), a qual está acoplada à engrenagem de um motor de limpador de parabrisa de automóvel (2). Para a ativação deste motor é utilizada uma fonte de 12V-3A, de tal modo que o sistema de

rotação alcance frequências da ordem de 1 Hertz. Logicamente, a frequência de rotação do sistema pode ser reajustada também através da relação de transmissão das engrenagens.

Na extremidade superior do eixo é acoplado um braço giratório de perfilado de alumínio (8) medindo 100 cm de comprimento, 10 cm de largura e 3,5 cm de espessura, em uma de suas extremidades é fixada uma cuba (12) e um motor de injeção de combustível utilizado em automóveis, usada neste equipamento como bomba d'água (6). Sobre a superfície inferior da cuba é colocada uma base quadriculada (7), com 0,5 cm de precisão, destinada à observação e medição das distâncias envolvidas no fenômeno de deflexão do feixe de água, devido à rotação do sistema (detalhe B da figura 2).

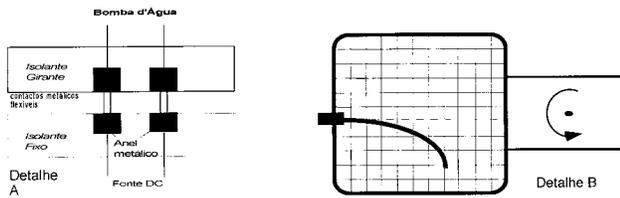


Figura 2. O detalhe A mostra os isolantes e o detalhe B a vista superior da cuba.

Para a alimentação da bomba d'água também é utilizada uma fonte de 12V-3A. Para evitar o entrelaçamento dos fios de alimentação durante a rotação, construiu-se um sistema de contatos elétricos onde os terminais fixos da fonte de alimentação são mantidos em contato, sob pressão, com dois anéis girantes ligados aos terminais da bomba d'água (detalhe A da figura 2).

Como a frequência de rotação do sistema é baixa, da ordem de um ciclo por segundo, ela é medida com o auxílio de um cronômetro. Opcionalmente, a medida da frequência de rotação é feita utilizando-se um sistema de transmissão e detecção de luz infravermelha, que incide sobre um conjunto de marcas brancas e pretas existentes na extremidade externa de um disco [1].

### 3. Teoria Básica

Sabemos que as leis de Newton são válidas somente em um referencial inercial. Na situação em que temos um referencial não inercial, tais leis poderão ser aplicadas desde que se introduzam as chamadas forças inerciais. Essas forças são intrínsecas ao referencial e desaparecem quando a observação é feita fora dele. Sendo

assim, são apenas utilizadas como uma técnica que nos permite aplicar as leis de Newton para descrever um evento em um referencial não inercial, por exemplo um referencial rotacional [4].

Considerando um corpo de massa  $m$ , que se move com velocidade  $\vec{v}$  sobre uma plataforma girante  $S$  não inercial, com velocidade angular constante  $\vec{\omega}$  em relação a um referencial inercial, como mostra a figura 3, duas forças inerciais podem ser consideradas quando a observação é feita a partir do referencial  $S$ .

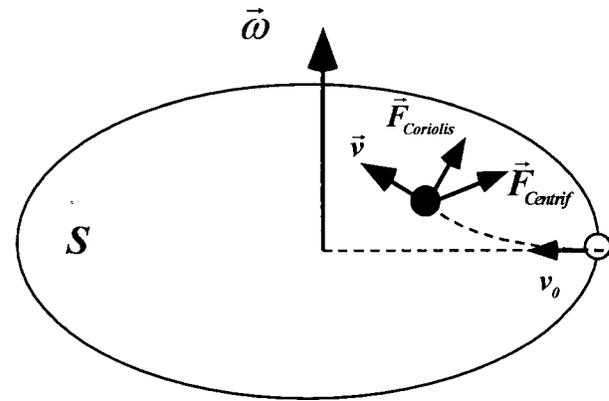


Figura 3. Forças não inerciais em um referencial girante.

A primeira é a força centrífuga  $\vec{F}_{\text{Centr}} = -m\vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r})$  que é sempre perpendicular ao eixo de rotação e dirigida radialmente para fora da plataforma. A segunda é a força de Coriolis  $\vec{F}_{\text{Coriolis}} = -2m\vec{\omega} \times \vec{v}$  com direção perpendicular à velocidade  $\vec{v}$  do corpo. Como podemos verificar na figura 4, quando uma bola de massa  $m$  é lançada na direção radial para um ponto A que está na periferia da plataforma, a força de Coriolis provoca uma deflexão lateral em sua trajetória, fato que não ocorre quando se observa de um referencial inercial [2]. Por fim, em um referencial em rotação uniforme com velocidade angular  $\vec{\omega}$  relativa a um referencial inercial, teremos como resultante das forças inerciais

$$\vec{F} = \vec{F}_{\text{Coriolis}} + \vec{F}_{\text{Centr}} = -2m\vec{\omega} \times \vec{v} - m\vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r}) \quad (1)$$

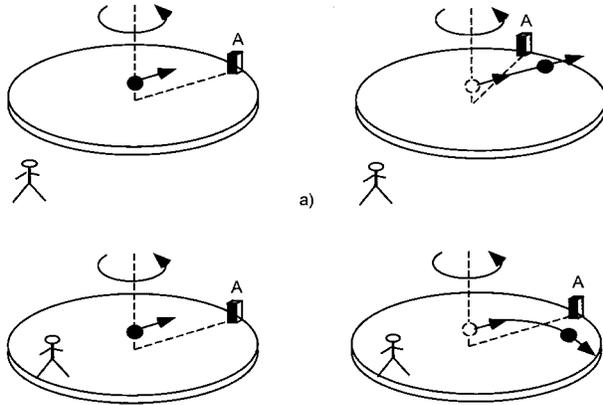


Figura 4. Um corpo lançado do centro de uma plataforma para o ponto A localizado na periferia da plataforma. (a) Num referencial inercial o corpo desloca-se em linha reta e não chega ao ponto A, pois este desloca-se com a plataforma. (b) No referencial não inercial, da plataforma, o ponto A está em repouso e o corpo é defletido para a direita [4].

Consideremos o caso particular de uma plataforma girante com velocidade angular  $\vec{\omega}$  como mostrado na figura 5. Se uma partícula de massa  $m$  for lançada de uma altura  $z_0$  em relação a um referencial  $S$  colocado na periferia da plataforma, sendo  $\vec{r}$  o vetor posição e  $\vec{v}$  o vetor velocidade em relação a  $S$ , ela sofrerá influência das forças peso  $\vec{P} = m\vec{g}$ , Coriolis  $\vec{F}_{\text{Coriolis}} = -2m\vec{\omega} \times \vec{v}$  e centrífuga  $\vec{F}_{\text{Centr}} = -m\vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r})$ . Considerando desprezível o efeito da viscosidade do ar, a equação de movimento da partícula será dada por

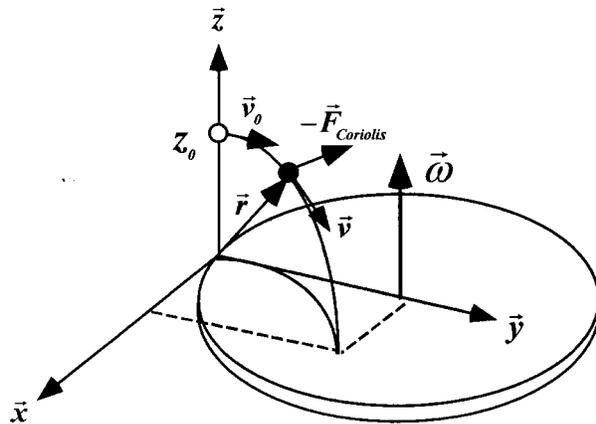


Figura 5. Referencial girante com velocidade angular  $\vec{\omega}$ .

$$m\vec{a} = -m\vec{g} - 2m\vec{\omega} \times \vec{v} - m\vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r}) \quad (2)$$

Sendo  $\vec{\omega}$ ,  $\vec{v}$  e  $\vec{a}$  dados por

$$\begin{cases} \vec{\omega} = \omega\vec{k} \\ \vec{v} = \dot{\vec{r}} = \dot{x}\vec{i} + \dot{y}\vec{j} + \dot{z}\vec{k} \\ \vec{a} = \ddot{\vec{r}} = \ddot{x}\vec{i} + \ddot{y}\vec{j} + \ddot{z}\vec{k} \end{cases} \quad (3)$$

as componentes da equação (2) em relação às coordenadas  $xyz$  do referencial  $S$  serão

$$\begin{cases} \ddot{x} = 2\omega\dot{y} + \omega^2x \\ \ddot{y} = -2\omega\dot{x} + \omega^2y \\ \ddot{z} = -g \end{cases} \quad (4)$$

Desta forma, as equações horárias da partícula para as coordenadas  $xyz$  serão

$$\begin{cases} x(t) = (\dot{x}_0t + x_0)\cos(\omega t) + (\dot{y}_0t + y_0)\sin(\omega t) \\ y(t) = (\dot{y}_0t + y_0)\cos(\omega t) - (\dot{x}_0t + x_0)\sin(\omega t) \\ z(t) = z_0 + \dot{z}_0t - \frac{gt^2}{2} \end{cases} \quad (5)$$

e usando as condições iniciais em  $t = 0$ ,

$$\begin{cases} \dot{x}_0 = 0 \\ \dot{y}_0 \neq 0 \\ \dot{z}_0 = 0 \end{cases} \text{ e } \begin{cases} x_0 = 0 \\ y_0 = 0 \\ z_0 \neq 0 \end{cases} \quad (6)$$

as equações de movimento da partícula em relação aos eixos  $xyz$  serão

$$\begin{cases} x(t) = \dot{y}_0t \sin(\omega t) \\ y(t) = \dot{y}_0t \cos(\omega t) \\ z(t) = z_0 - \frac{gt^2}{2} \end{cases} \quad (7)$$

No caso em que  $z(t) = 0$ , o que implica em  $t = \sqrt{\frac{2z_0}{g}}$ , teremos

$$\begin{cases} x = \dot{y}_0\sqrt{\frac{2z_0}{g}}\sin\left(\omega\sqrt{\frac{2z_0}{g}}\right) \\ y = \dot{y}_0\sqrt{\frac{2z_0}{g}}\cos\left(\omega\sqrt{\frac{2z_0}{g}}\right) \end{cases} \quad (8)$$

que representam a posição da partícula quando ela toca o plano  $XY$ .

A componente da velocidade inicial  $\vec{v}_0 = \dot{y}_0\vec{j}$  na direção do eixo  $Y$  para cada gota, será dada pela equação

$$\dot{y}_0 = \frac{\bar{y}_0}{\sqrt{\frac{2z_0}{g}}} \quad (9)$$

considerando o fato de que o movimento de cada gota d'água pode ser visto como um lançamento de um projétil no plano  $ZY$ , como mostra a figura 7. Neste caso em particular,  $\bar{y}_0$  representa a componente em  $Y$  do vetor de posição do ponto em que a gota d'água toca a plataforma, para o caso em que  $\vec{\omega} = 0$ .

Desta forma, o conjunto de equações (8) se resume em

$$\begin{cases} x = \bar{y}_0 \operatorname{sen} \left( \omega \sqrt{\frac{2z_0}{g}} \right) \\ y = \bar{y}_0 \operatorname{cos} \left( \omega \sqrt{\frac{2z_0}{g}} \right) \end{cases} \quad (10)$$

Em função do conjunto de equações (10), podemos simular a posição em que o jato d'água tocará a plataforma. Isto nos permitirá fazer uma comparação com as observações e resultados experimentais, a fim de verificarmos a consistência dessas equações.

Se considerarmos o aparato experimental proposto na figura 1, o jato d'água lançado da periferia da cuba (item 10 da figura 1) em direção ao centro de rotação, poderá ser visto como um conjunto de gotas de massa  $m$ . Neste caso, como seria a deflexão da trajetória de cada gota e, conseqüentemente, do jato de água?

Intuitivamente, para um observador na plataforma, poderíamos dizer que a trajetória teria a forma como mostra a figura 6a. Será que tal afirmação é consistente com o que prediz a teoria? Como vimos no início deste item, a força de Coriolis é dada por  $\vec{F}_{\text{Coriolis}} = -2m\vec{\omega} \times \vec{v}$ , o que nos leva à hipótese de que a deflexão na trajetória será oposta ao que geralmente imaginamos, como mostra a figura 6b. Desta forma, estaríamos diante de um 'paradoxo' relativo à deflexão do jato d'água.

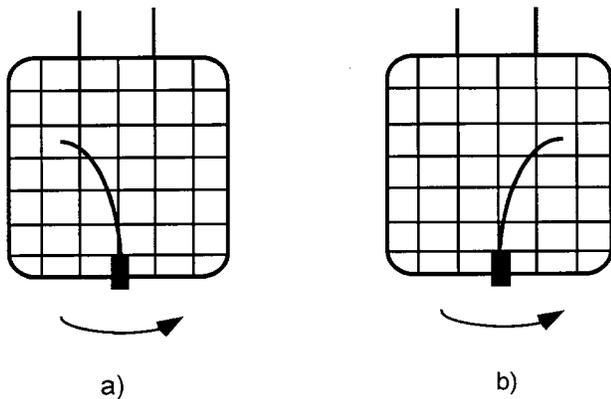


Figura 6. a) observação aparente da trajetória b) observação real da trajetória.

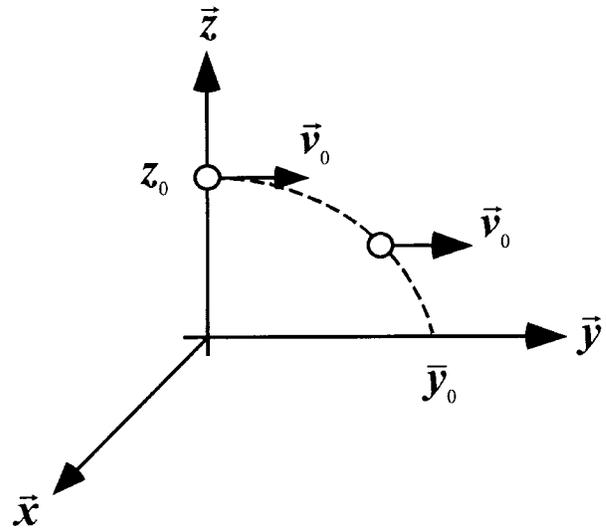


Figura 7. Trajetória do jato d'água no plano ZY.

#### 4. Parte experimental

Este item tem como finalidade verificar qualitativa e quantitativamente a deflexão do jato d'água, decorrente da atuação da força de Coriolis. Neste sentido, poderemos constatar se o "paradoxo" discutido no item anterior se verifica ou não. Isto será feito confrontando-se os resultados obtidos através de simulação, derivados a partir do conjunto de equações (7) e (10), com os dados observados e medidos experimentalmente utilizando o equipamento proposto.

##### 4.1 Experimento qualitativo

Nesta parte realizamos uma simulação usando o conjunto de equações (7), a fim de verificarmos qualitativamente o efeito provocado pela força de Coriolis. O resultado da simulação é apresentado na figura 8, mostrando que a deflexão da trajetória do jato d'água é equivalente àquela apresentada na figura 6b. Isso mostra que a deflexão ocorre no sentido contrário ao que nossa imaginação normalmente indicaria (figura 6a), o que resolve, de uma forma qualitativa, o "paradoxo" discutido no final do parágrafo 17.

Além disso, nota-se que a deflexão na trajetória do jato d'água aumenta quando temos um acréscimo na velocidade angular  $\vec{\omega}$  da plataforma, mantendo  $\vec{v}_0$

constante, como mostra a figura 8a, e diminui quando a velocidade linear  $\vec{v}_0$  é acrescida, mantendo  $\vec{\omega}$  constante, como podemos notar pela figura 8b. Se tomarmos como base a figura 4, veremos que tais fatos tornam-se mais intuitivos quando se imagina um aumento na velocidade angular da plataforma ou na velocidade de lançamento da bola.

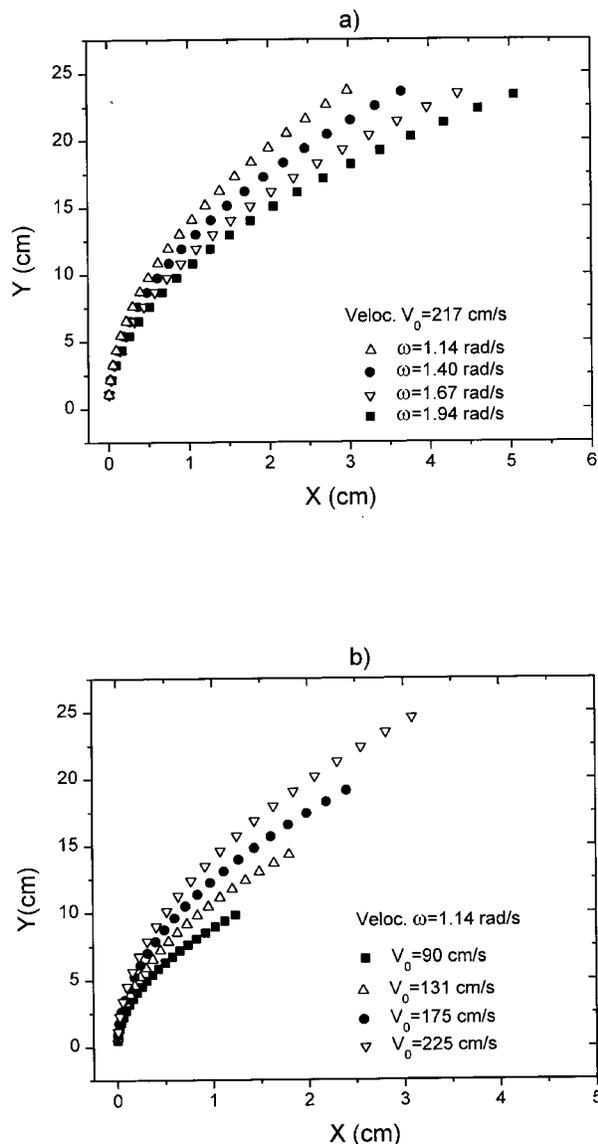


Figura 8. Simulação do efeito provocado pela força de Coriolis.

(a) a velocidade inicial é mantida constante  
(b) a frequência angular é mantida constante.

#### 4.2 Experimento quantitativo

O experimento consiste em medir o ponto em que o jato d'água toca o plano XY, através de um diagrama quadriculado colocado no fundo de uma cuba

com água (detalhe B da figura 2). As medidas foram feitas de duas maneiras. Na primeira foi atribuído um valor constante para a velocidade inicial  $\vec{v}_0 = y_0 \vec{j}$ , com o objetivo de medirmos o deslocamento da posição do jato d'água ao tocar o plano XY, em função da velocidade angular  $\vec{\omega}$ . A segunda parte é análoga à primeira, sendo que agora teremos como constante a velocidade  $\vec{\omega}$  e como variável a velocidade  $\vec{v}_0$ . Os resultados estão apresentados na figura 9.

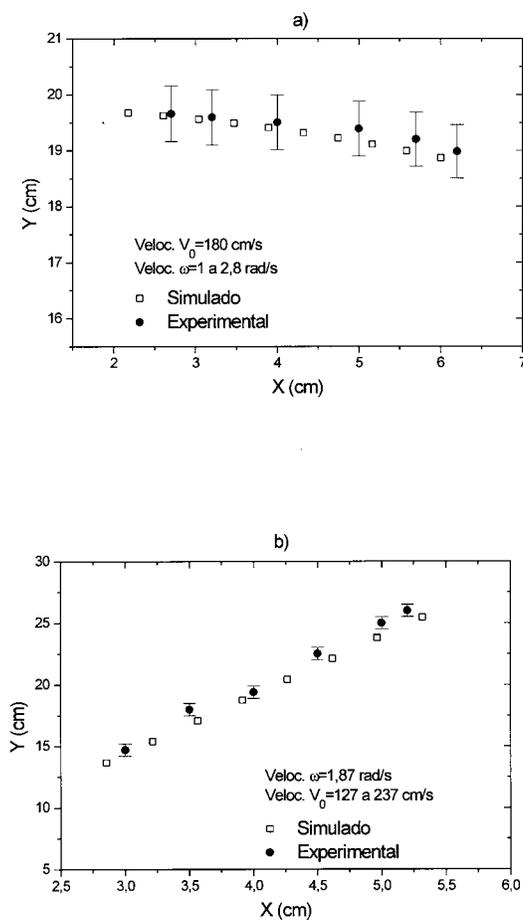


Figura 9. Dados experimentais e simulados.

Na figura 9a os valores experimentais de  $y$  foram obtidos indiretamente através da segunda equação do conjunto de equações (10), uma vez que a variação de  $y$  é muito pequena dificultando uma medição direta. Os valores de  $x$  foram medidos diretamente. O erro na medida da posição  $x$  é de  $\pm 0,5$  cm, devido ao quadriculado feito no fundo da cuba (ver detalhe B da figura 2). Para os valores da posição efetuou-se a propagação de erros, levando em consideração apenas o erro cometido

ao medir a posição  $\bar{y}_0$ , visto que o erro na medida da velocidade angular  $\vec{\omega}$  é desprezível, obtendo-se assim uma variação de  $\pm 0,5$  cm. Já na figura 9b, tanto a posição  $x$  quanto a  $y$  foram obtidas através de medida direta, com um erro aproximado de  $\pm 0,5$  cm.

Os gráficos representados na figura 9 nos permitem comparar as coordenadas obtidas experimentalmente do ponto em que a trajetória do jato d'água toca a plataforma, com aqueles obtidos pelo conjunto de equações (10). Através desta comparação, embora seja verificada uma pequena variação nos resultados, consideramos que a utilização do aparato desenvolvido é viável para o estudo dos efeitos provocados pela força de Coriolis.

## 5. Discussão

Neste trabalho foi apresentado o projeto de construção de um aparato experimental, tendo como obje-

tivo principal verificar o efeito provocado pela ação da força de Coriolis. A partir dos resultados apresentados no item 4 deste trabalho, podemos considerar plenamente atingido tal objetivo.

Apesar das demonstrações terem sido feitas estabelecendo o jato de água no sentido da periferia para o centro de rotação - configuração que melhor evidencia o efeito provocado pela força de Coriolis - qualquer outra possibilidade poderia ter sido adotada.

Trata-se de um conjunto experimental relativamente compacto, que pode ser empregado também para demonstrações em aulas teóricas. Além disso o suporte girante, propulsionado por motor elétrico, pode ser usado para vários outros experimentos e demonstrações sobre cinemática e dinâmica de rotações.

Com o objetivo de mostrar algumas características típicas do aparato desenvolvido, apresentamos na figura 10 uma fotografia geral do mesmo.

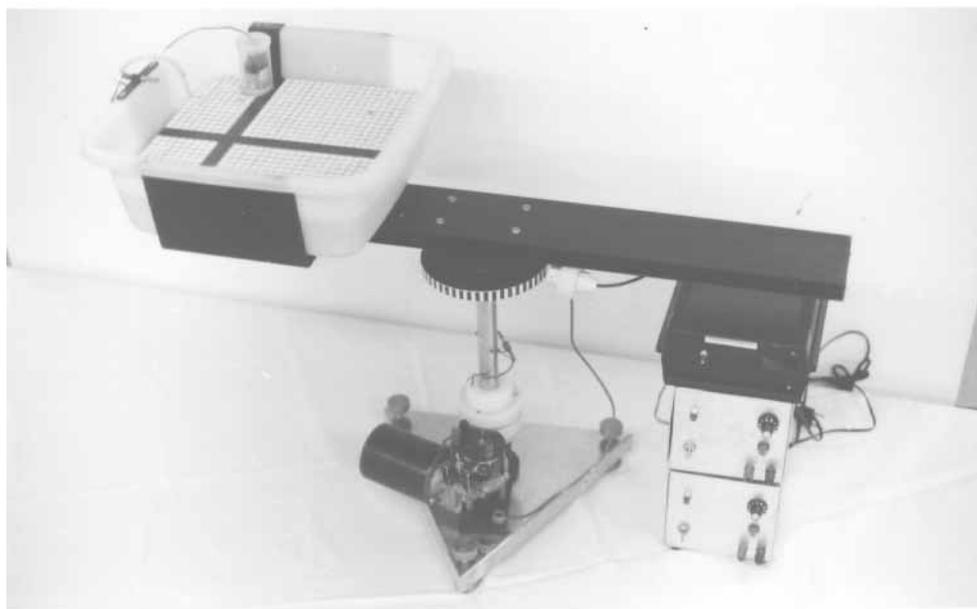


Figura 10. Fotografia geral do conjunto.

## Agradecimentos

Os autores agradecem a imensa colaboração dos Laboratórios de Ensino e da Oficina Mecânica do IFSC-USP durante a confecção deste instrumento didático.

## Referências

1. T.J. Bonagamba, E. Santoni, P.R.O. Lasso, C.B. Bretas, A. Gentil, Rev. Bras. de Ens. de Fís. **17**, 133 (1995).
2. H.M. Nussenzveig, *Curso de Física Básica, 1-Mecânica*, São Paulo, Editora Edgard Blücher Ltda, 1981.
3. J.L. Synge, B.A. Griffith, *Principles of Mechanics*, New York, Editora McGraw-Hill Book Company, Inc., 1959.
4. P.A. Tipler, *Física*, Vol. 1, Rio de Janeiro, Editora Guanabara Dois, 1990.