

Demonstração da Inércia Através do Bloco Suspenso

V. S. Bagnato e L. G. Marcassa

Instituto de Física de São Carlos,

Universidade de São Paulo

Caixa Postal 369, 13560-970 São Carlos, SP

Trabalho recebido em 10 de junho de 1996

É praticamente obrigatório em qualquer curso básico de Física a introdução do conceito de inércia. Associado com as chamadas leis básicas da mecânica ou leis de Newton, o conceito de inércia é normalmente estabelecido de uma forma qualitativa. É comum que num curso introdutório de Física o professor diga que devido a inércia é mais fácil trazer ao repouso uma bicicleta do que um carro, quando ambos deslocam-se com a mesma velocidade. O que o professor nunca diz é quão mais fácil é. Existem inúmeras situações onde o conceito de inércia é evidente mas nem sempre fica fácil podermos quantificá-lo.

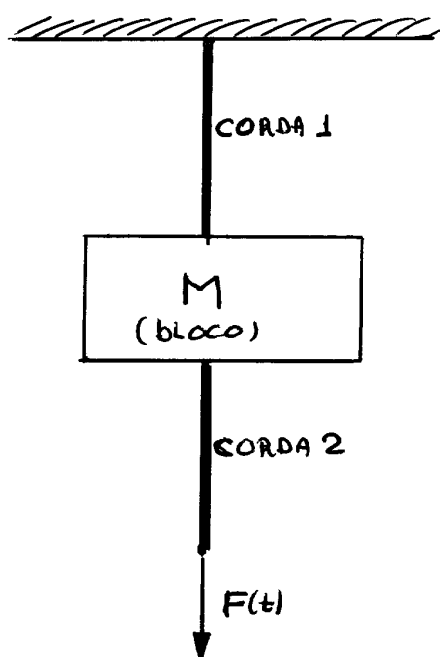


Figura 1 - O “bloco suspenso” é constituído da corda (1), da corda (2) e de uma ação externa dependente $F(t)$.

É comum para alunos associarem inércia à massa,

pura e simplesmente. Esta associação normalmente cria dificuldades em entender o comportamento de certos sistemas físicos. Um destes sistemas é o chamado bloco suspenso. O bloco suspenso está mostrado esquematicamente na Fig. 1. Aqui, um bloco de massa M é suspenso por uma cordinha 1 e todo o sistema poderá ser puxado através da cordinha 2. Devido a inércia do bloco, quando o esforço feito na corda 2 é rápido, observa-se que esta é a corda que rompe. Por outro lado, se o esforço na cordinha 2 é feito lentamente, observamos que a cordinha 1 é que se romperá. Assim, a inércia do bloco faz com que o sistema adquira comportamentos distintos dependendo da rapidez com que queiramos alterar o estado de movimento do sistema. Este aspecto do conceito de inércia é muito mais fundamental do que sua mera associação com “massa”. O bloco suspenso é uma conceituação dinâmica da inércia e desta forma é um bom sistema para introdução deste conceito.

Construímos um sistema (mostrado no esquema da figura 2) para demonstrar estes conceitos e explicamos seu comportamento quantitativamente com um modelo simples acessível a qualquer aluno de um curso introdutório. O sistema que será aqui descrito pode ser encontrado em vários textos e livros, cada um com enfoque levemente diferente. Para os mais interessados, recomendamos a referência (1). O sistema construído consiste num suporte em madeira com formado “U” invertido com dimensões da ordem de 60 cm de altura e 60 cm de largura. Este suporte deve apresentar “pés” para que fique rigidamente na posição vertical. Um suporte (gancho) centrado na barra horizontal desta trave será usado para sustentar o bloco suspenso.

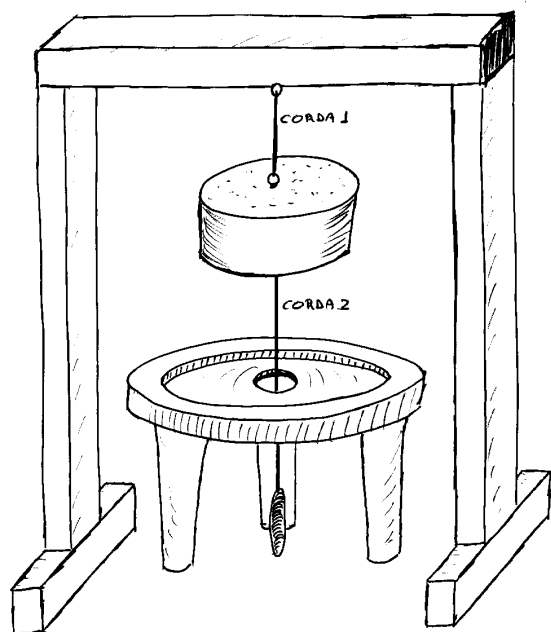


Figura 2 - Esquema do sistema construído e descrito no texto.

Um banquinho com três pés e furo central é usado imediatamente abaixo do bloco para segurá-lo quando a cordinha superior é rompida. A corda é barbante comercial e é usado um bastão na extremidade inferior da cordinha para facilitar a operação de puxar. Os blocos são feitos com tubos de PVC de diâmetros variados de 20 a 40 cm e são preenchidos com concreto, ao mesmo tempo que chumba-se ganchos para amarrar as cordinhas.

O experimento é feito puxando-se lentamente o bastão para baixo e observando qual das cordas que romperá primeiro. Quando o bloco tem grande massa (~ 10 Kg) observa-se que com grande facilidade a corda inferior é que rompe, apesar de, em condições estáticas, sempre a corda superior estar sujeita a uma tensão superior. No caso de grandes massas, só velocidades muito baixas de puxão é que causam o rompimento da cordinha superior.

Por outro lado, se colocarmos uma pequena massa no bloco (~ 2 Kg), quase que para qualquer velocidade com que puxamos, haverá o rompimento da cordinha superior. Só puxões com velocidades altíssimas é que causarão o rompimento da cordinha inferior.

Para explicarmos este comportamento de forma quantitativa, vamos construir um modelo no qual as cordinhas se comportam como molas (de alta rigidez, é claro), que suportam um estiramento máximo após o qual ocorre a ruptura. A cordinha que atinge o estiramento máximo primeiro é que se romperá.

Referindo-se à Fig. 1 vamos denotar por K a constante de mola do material dos barbantes e chamemos de $F(t)$ a força variável no tempo que é aplicada. Definimos como X_1 e X_2 a distensão das cordinhas superior (1) e inferior (2). É claro que o centro de massa do bloco sofrerá um deslocamento igual à distensão da corda (1). Assim, as equações de força envolvendo X_1 e X_2 e $F(t)$ são:

$$\begin{cases} M\ddot{X}_1 = Mg + KX_2 - KX_1 \\ KX_2 = F(t) \end{cases} \quad (1)$$

Imaginemos que $F(t)$ foi iniciada em $t = 0$ e que aumenta aproximadamente linearmente com o tempo. Ou seja:

$$F(t) = \alpha t \quad (2)$$

onde α é a taxa com que o bastão é puxado ou a “velocidade” do puxão. Desta forma, $Kx_2 = \alpha t$, e $X_1(t)$ é determinado pela equação

$$M\ddot{X}_i + KX_1 = Mg + \alpha t \quad (3)$$

Vamos chamar de ℓ_c a destensão máxima suportada por cada corda. A solução da equação (3) tem a forma

$$x_1(t) = X_0 \text{sen}\omega t + At + B \quad (4)$$

onde $\omega = \sqrt{K/M}$ e X_0 , A e B são constantes. Substituindo (4) em (3) com a condição adicional que $\dot{X}_1(t) = 0$, já que o bloco encontra-se inicialmente em repouso, tiramos todas as constantes e as soluções para $X_1(t)$ e $X_2(t)$

$$\begin{cases} X_1(t) = -\frac{\alpha}{M} \sqrt{\frac{M}{K}} \text{sen}\left(\sqrt{\frac{K}{M}}t\right) + \frac{\alpha}{M}t + \frac{Mg}{K} \\ X_2(t) = \frac{\alpha}{K}t \end{cases} \quad (5)$$

mostrando que enquanto a corda 2 distende-se linearmente com o tempo, a corda 1 oscila e ao mesmo tempo distende-se. A amplitude da parte oscilatória depende grandemente de α , a “velocidade” com que a corda 2 é puxada.

Se a taxa α é pequena o comportamento do sistema está mostrado na Fig. 3, onde mostramos $X_1(t)$ e $X_2(t)$. Neste caso, a cordinha 1 atingirá a distensão crítica (ℓ_c) primeiro e esta será a corda a romper-se primeiro. Note-se que o efeito de baixa massa é o mesmo que baixa taxa (α).

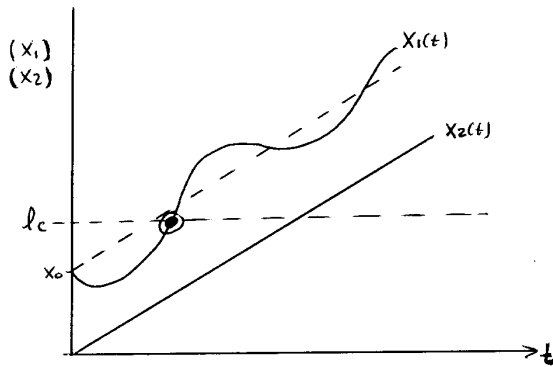


Figura 3 - Comportamento das soluções $X_1(t)$ e $X_2(t)$ para grande massa e baixa taxa de estiramento. Nesta situação a corda superior romper-se-á primeiro.

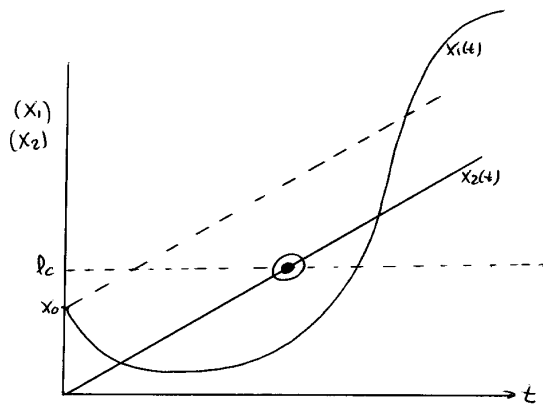


Figura 4 - Comportamento das soluções X_1 e $X_2(t)$ para grande massa e alta taxa de estiramento. Nesta situação a corda inferior romper-se-á primeiro.

Quando a taxa de ação da força é alta, teremos alta amplitude de oscilação e a situação está representada na Fig. 4 onde observamos que X_2 atinge ℓ_c primeiro e o rompimento ocorrerá na corda 2. Novamente o efeito de aumentar a massa M ajuda a romper a corda 2 primeiro.

Existe, é claro, uma taxa crítica de estiramento $\alpha_c(M)$ que separa os dois comportamentos: rompe corda 1 ou rompe corda 2. Este ponto de divisa entre

os dois comportamentos é determinado pela condição $X_1 = X_2 = \ell_c$. Neste caso, substituindo em (5) obtemos que a linha crítica $\alpha_c(M)$ é dada por

$$\alpha_c \sqrt{\frac{M}{K}} \text{sen} \left(\sqrt{\frac{K}{M}} \frac{K \ell_c}{\alpha_c} \right) = Mg \quad (6)$$

Se resolvermos esta equação encontramos uma região de parâmetros α, M no qual rompe corda 1 e outra região na qual rompe corda 2. Ao passarmos de uma região para outra uma dramática mudança de comportamento é observada. Nós estamos na Fig. 5 somente ilustrando estas duas regiões (não corresponde a situação real apresentada pela equação 7).

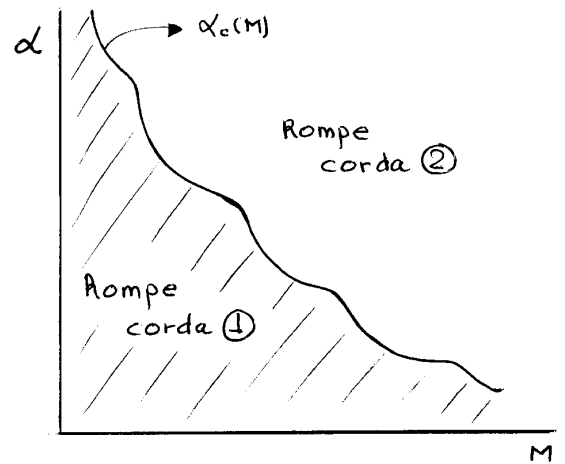


Figura 5 - Gráfico representativo mostrando as duas regiões de parâmetros α e M com comportamentos distintos.

O estudo do sistema próximo à região crítica deve apresentar um interessante comportamento crítico que é aqui deixado como sugestão para os mais interessados no tema.

Referências

[1.] F.G. Karioris. Am. J. Phys. **46**, 710 (1978).