Diagrama de Localidade para o Estado Singleto*

Antônio Fernandes Siqueira e Frederico Dias Nunes
Departamento de Física da Universidade Federal do Ceará
Campus do PICI, CEP 60451-760
Fortaleza-Ceará-Brasil

Jenner Barretto Bastos Filho
Departamento de Física da Universidade Federal de Alagoas
Campus da Cidade Universitária, CEP 57072-970
Maceió-Alagoas - Brasil

Trabalho recebido em 20 de outubro de 1996

Exibimos, para um par de partículas descrito pelo estado singleto, projeções "topográficas" da quantidade de Bell Δ correspondentes às regiões para as quais, respectivamente, $\Delta \leq 2$ e $\Delta > 2$. Trazemos à baila, em nossa discussão, o importante conceito de separabilidade de Einstein como critério de análise para estudar o problema da localidade. Temos a plena convicção de que a apresentação aberta de um problema de grande relevância histórica e importância intrínseca constitui a forma mais adequada e fértil para fomentar a discussão genuína.

I. Introdução

O debate sobre os fundamentos da mecânica quântica[1−2], inicialmente muito mais centrado sobre o problema da completeza ("completeness"), evoluiu para a questão da localidade[3−4]. Quando Bell[5] propôs o critério de localidade constituído por sua famosa desigualdade, ambos, Einstein e Bohr já tinham morrido[6]. A fim de melhor esclarecer ao leitor o significado da desigualdade de Bell, consideremos um sistema R constituído por dois subsistemas R_1 e R_2 espacialmente separados por uma distância arbitrária. Se as realidades físicas de R_1 e R_2, para distâncias arbitrariamente grandes, forem independentes, então existe uma quantidade matemática Δ tal que

$$\Delta \leq 2$$

referida na literatura como desigualdade de Bell. Qualquer violação dessa desigualdade implica na não independência das realidades físicas mesmo que os subsistemas estejam infinitamente separados. Uma discussão mais detalhada sobre o significado desta quantidade Δ será apresentada mais adiante quando trataremos o problema do estado singleto.

A desigualdade de Bell constituiu notável progresso pois ela sugeria a possibilidade de prover um confronto, a nível empírico, que pudesse conclusivamente decidir em favor de alguma entre as duas concepções respectivamente adotadas por Einstein e Bohr. Em outras palavras, a desigualdade de Bell, além de sua importância central em filosofia natural, abriu vastos horizontes a fim de que pudéssemos melhor avaliar o confronto entre os programas de pesquisa desses dois influentes pensadores.

Em que pese os esforços no sentido de uma decisão a nível experimental, o debate continua aberto. Muito se diz acerca de violações da desigualdade de Bell a nível experimental. No entanto, tal como é necessário dar ênfase, a desigualdade de Bell original nunca foi violada por quaisquer experimentos que até então tenham sido levados a cabo. O que se obtém é a violação de algumas desigualdades obtidas, a partir da desigualdade de Bell original, com o acréscimo de ingredientes chamados de

*Este artigo constitui uma versão do trabalho apresentado pelos autores no Workshop sobre Fundamentos da Física Moderna que teve lugar em Fortaleza de 24-25 de outubro de 1994 com participação especial do Prof. Franco Selleri.

hipóteses adicionais ("additional assumptions"). Resta saber, entre muitos outros pontos importantes, o que essas novas desigualdades violam: se violam a *localidade*, ou se simplesmente violam as *hipóteses adicionais.*

O presente trabalho constitui uma tentativa de estudar o estado singleto, através de uma espécie de "diagrama de localidade" no qual são exibidas regiões para as quais respectivamente, $\Delta \leq 2$ e $\Delta > 2$.

Para o trabalho presente, adotamos a seguinte organização: na seção II procedemos a uma discussão qualitativa tal que introduza o assunto ao leitor na forma que nos parece a mais natural; na seção III, baseando-nos num trabalho prévio de Garuccio e Selleri[7] , discutimos a importante questão da medida em mecânica quântica, as relações possíveis com os conceitos de *ação instantânea a distância e de redução (colapso) da função de onda,* preparando o caminho para discutir um pouco mais quantitativamente o importante problema da *localidade*; na seção IV procedemos a um cálculo da quantidade de Bell, tendo em vista uma condição subsidiária inteiramente geométrica, mapeando projeções topográficas" as quais chamamos de "diagramas de localidade", diagramas esses que exibem respectivamente, regiões para as quais $\Delta \leq 2$ e $\Delta > 2$; na seção V procedemos a uma discussão na qual comentamos alguns assuntos correlacionados, manifestando as nossas opiniões pessoais e expressando algumas das graves dificuldades do conceito de *não localidade.*

II. Uma discussão qualitativa

Antes de estudarmos o problema de uma maneira mais quantitativa, é conveniente que comecemos a discutir aspectos qualitativos sobre o problema da localidade. Em termos bem simples, o critério de *localidade* ou *separabilidade* de Einstein pode ser expresso da maneira que a seguir adotaremos.

Suponhamos dois objetos similares tendo ou não uma correlação preexistente. Quando esses objetos estiverem arbitrariamente afastados um do outro, de tal maneira que nenhuma interação apreciável exista entre ambos, a realidade física de qualquer um deles deve ser independente da realidade física do outro. Em outras palavras, se um objeto é destruído, nada deve suceder instantaneamente ao outro em razão dessa destruição. A fim de esclarecer melhor esse ponto, suponhamos que os nossos dois objetos sejam dois ponteiros similares que giram com a mesma velocidade angular, de tal maneira que, em qualquer instante, eles apontam para direções diametralmente opostas. Essa correlação, a qual chamaremos de preexistente, tende a se manter independentemente do afastamento que impusermos aos ponteiros. Em outras palavras, se esses ponteiros forem mantidos a distâncias arbitrariamente grandes, de tal maneira que qualquer interação apreciável inexista entre eles, é de se supor que, ainda assim, eles continuarão a girar com a mesma velocidade angular e a apontar para direções diametralmente opostas. A manutenção de correlação preexistente, em si própria, nada tem a ver com quaisquer supostas violações de localidade. Tal como também é evidente, essa manutenção de correlação preexistente a distâncias arbitrariamente grandes, nada tem a ver com interação instantânea a distância. Temos concretamente um exemplo onde tal correlação a distância se mantém, não havendo, simplesmente por essa razão, qualquer interação entre os dois objetos correlacionados. Agora suponhamos que um desses objetos seja destruído por algum vândalo munido de um paralelepípedo. Nada nos autoriza a concluir que a destruição de um dos ponteiros implique ,necessariamente e instantaneamente, a destruição do outro, ou mesmo, algum efeito instantâneo sobre esse último. Uma pessoa dotada de um senso realista diria que o ponteiro destruído pela ação vândala de um indivíduo predatório, não afetará instantaneamente o outro ponteiro. No exato momento em que um dos ponteiros for destruído, o outro continuará a girar com a mesma velocidade angular de antes. Decerto, destruir-se-á a correlação a distância entre os ponteiros na medida em que o ponteiro destruído não gira mais. É conveniente prestar atenção para a palavra *instantâneo.* Efetivamente, uma concepção realista pode aceitar que a destruição de um ponteiro implique na emissão de um sinal físico que afete o outro ponteiro mediante a propagação de um sinal do ponteiro destruído para o não destruído, acarretando isso numa modificação, por exemplo, da rotação do ponteiro não destruído. No entanto, essa modificação não tem lugar instantaneamente; ela somente poderá ter lugar após um dado intervalo de tempo o qual será, pelo menos, igual a aquele gasto pelo sinal para ir do ponteiro destruído para o não destruído.

A fim de fixar mais um pouco as idéias, tomemos um outro exemplo o qual guarda algumas analogias com o exemplo anterior. Sejam, pois, dois gêmeos univitelinos; imediatamente após os seus nascimentos, esses gêmeos são levados para dois países distantes de tal maneira que em qualquer um desses países um gêmeo não tenha qualquer influência sobre o outro. Nesse caso, a correlação preexistente que se mantém a distância é determinada pela semelhança estreita entre as suas cargas genéticas. Naturalmente, a correlação genética se manterá, mesmo se eles tiverem inseridos em ambientes culturais radicalmente diferentes. Nada autoriza portanto, a pensarmos que se um desses gêmeos sofra um acidente e tenha que se internar em um hospital, então algo semelhante, e instantaneamente, tenha que acontecer ao outro em função da correlação preexistente determinada pela genética. Mais uma vez o senso realista dirá que o outro gêmeo (depois), quando souber do acidente do irmão, lamentará profundamente, mas nada acontece *instantaneamente* a ele em função do acidente do outro. Os exemplos mencionados acima servem para abrir a discussão de uma maneira qualitativa. Em linhas gerais, o princípio da localidade e o princípio Einsteiniano da separabilidade no espaço podem ser entendidos, em primeira instância, dessa maneira. Uma conclusão importante já pode ser extraída daqui, mesmo que tenhamos nos atido a uma discussão meramente qualitativa. A conclusão é a seguinte:

Correlações preexistentes e até mesmo persistentes não constituem em condição suficiente para implicar na não-localidade, entendida a não-localidade como repercussão instantânea que afeta a realidade física de sistemas arbitrariamente distantes.

Lembremos que no contexto da conclusão acima, o conceito de não-localidade aparece como bem próximo do conceito de ação instantânea a distância. Há um longo e penoso espaço para debate. Muitos defendem que a não-localidade constitui uma propriedade singular da realidade quântica e não significa ação instantânea a distância. Essa é uma questão que pretendemos analisar neste trabalho. Voltaremos a esse ponto depois. Em seguida apresentaremos uma situação muito singular que aparece em uma teoria de grande poder explanatório: a mecânica quântica.

III. A mecânica quântica implica ação instantânea a distância?

Seja o par de partículas $\{\alpha, \beta\}$ compondo um estado singleto[7] descrito por

$$|\Psi_S>= (2)^{-1/2}\{|u^+>|v^->-|u^->|v^+>\} \quad (1)$$

onde,

$$|u^+>= \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} ; |u^->= \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}; \quad (2-a)$$

$$|v^+>= \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} ; |v^->= \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} ; \quad (2-b)$$

Aqui, os espinores (2-a) e (2-b) representam, respectivamente, autoestados dos operadores $S_{\alpha z}$ e $S_{\beta z}$, tal com adiante explicaremos mais detalhadamente.

Sejam $S_\alpha = (h/4\pi)\sigma_\alpha$ e $S_\beta = (h/4\pi)\sigma_\beta$ dois operadores de spin correspondentes respectivamente às partículas α e β, onde h denota constante de Planck e σ_α e σ_β são os famosos operadores de spin de Pauli expressos na forma de matrizes 2×2. O operador S_α age apenas sobre os estados $|u^+>$ e $|u^->$ e o operador S_β age apenas sobre os estados $|v^+>$ e $|v^->$.

Como sabemos da mecânica quântica, o estado singleto é tal que o autovalor do operador quadrado do spin total S^2 e o autovalor do operador S_z componente z do spin total são ambos nulos; matematicamente isso é expresso pelas seguintes duas equações de autovalores:

$$S^2|\Psi_S>= 0|\Psi_S>$$
$$S_z|\Psi_S>= 0|\Psi_S> \quad (3)$$

onde,

$$S^2 = (S_\alpha + S_\beta)^2 \quad ; \quad S_z = (S_{\alpha z} + S_{\beta z}) \quad (4)$$

É importante estarmos atentos ao fato de que os espinores $|u^\pm>$ são autoestados do operador $S_{\alpha z}$ e os espinores $|v^\pm>$ são autoestados do operador $S_{\beta z}$, situação essa que é expressa pelas seguintes equações de autovalores

$$S_{\alpha z}|u^\pm>= \pm(h/4\pi)|u^\pm>$$

$$S_{\beta z}|v^{\pm}>=\pm(h/4\pi)|v^{\pm}> \tag{5}$$

Evidentemente, as equações (3) acarretam

$$<\Psi_S|S^2|\Psi_S>=0 \quad ; \quad <\Psi_S|S_z|\Psi_S>=0 \tag{6}$$

que se lê da seguinte maneira: no estado singleto (1), as médias quanto-mecânicas dos operadores S^2 e S_z são iguais a zero.

Suponhamos agora que as partículas α e β, que compõem o par descrito pela função singleto (1), se desloquem em direções opostas entre si. Suponhamos também que seja feita uma medida sobre a partícula α pelo aparato clássico A *antes* de ser feita uma medida sobre a partícula β pelo aparato clássico B. De acordo com a mecânica quântica usual, quando uma medida é feita sobre o estado singleto, o sistema salta para algum entre os dois estados possíveis $|u^+>|v^->=|u^+v^->$ ou $|u^->|v^+>=|u^-v^+>$, colapsando-se o outro. É o famoso *colapso da função de onda*. Para quaisquer das duas possibilidades acima, obteremos,

$$<u^+v^-|S^2|u^+v^->=(h^2/4\pi^2)\ ;\ <u^-v^+|S^2|u^-v^+>=(h^2/4\pi^2) \tag{7}$$

Se compararmos (6) com (7) constataremos que, de acordo com a mecânica quântica, uma medida feita pelo aparato clássico A sobre a partícula α faz *saltar abruptamente* o valor do quadrado do spin total de zero para o valor $(h^2/4\pi^2)$. Isto significa que a medida feita pelo aparato A sobre a partícula α muda a realidade física de todo o sistema $\{\alpha,\beta\}$.

Mostraremos que a segunda medida, a qual é feita pelo aparato clássico B sobre a partícula β, depois da medida feita pelo aparato clássico A sobre a partícula α, é completamente irrelevante. Suponhamos que seja atualizada a primeira das possibilidades descritas por (7). Para essa possibilidade teremos,

$$S_{\beta z}|u^+v^->=-(h/4\pi)|u^+v^-> \tag{8}$$

A leitura atenta da fórmula acima é muito importante. Efetivamente, o operador componente z do spin da partícula β não age sobre os estados $|u^{\pm}>$; ele age apenas sobre os estados $|v^{\pm}>$. Acontece que o estado $|v^->$ é autoestado do operador $S_{\beta z}$ com autovalor $(-h/4\pi)$. Ora, esse autovalor já havia sido implementado por ocasião da primeira medida, ou seja, pela medida sobre a partícula α feita pelo aparato clássico A. A segunda medida é inteiramente irrelevante pois a partícula β já tinha um autovalor determinado pela primeira medida. Em conseqüência disso somos forçados a concluir que nenhuma realidade física é alterada por ocasião da segunda medida. Raciocínio perfeitamente análogo pode ser feito para o caso em que a primeira medida leve à implementação da segunda das possibilidades descritas por (7). Para esse caso teremos,

$$S_{\beta z}|u^-v^+>=(+h/4\pi)|u^-v^+> \tag{9}$$

De maneira completamente análoga, encontraremos, por ocasião da medida feita pelo aparato clássico B sobre a partícula β (segunda medida), uma realidade física já totalmente determinada pela primeira medida, que é aquela feita pelo aparato clássico A sobre a partícula α. Com efeito, a medida feita pelo aparato clássico A sobre a partícula α já tinha levado a partícula β para o autovalor $(+h/4\pi)$ do operador $S_{\beta z}$ no autoestado $|v^+>$. Consequentemente, a segunda medida é inteiramente irrelevante. Em outras palavras, e mais um vez, somos forçados a concluir que *nenhuma alteração da realidade física é implementada por ocasião da segunda medida.*

Suponhamos que t_A seja o instante de tempo no qual o aparato clássico A realiza a medida sobre a partícula α e t_B seja o instante de tempo no qual o aparato B realiza a correspondente medida sobre a partícula β. Como a medida realizada pelo aparato A sobre a partícula α é anterior à medida feita pelo aparato B sobre a partícula β, então teremos,

$$t_B>t_A \tag{10}$$

De fato, o intervalo de tempo entre a primeira medida e a segunda pode ser considerado arbitrariamente pequeno, isto é, a quantidade infinitesimal

$$\delta t=t_B-t_A \tag{11}$$

é tão pequena quanto se queira. Isso implica no seguinte resultado: qualquer que seja o instante de tempo arbitrariamente pequeno após a primeira medida, a realidade física de todo o sistema $\{\alpha, \beta\}$, que é composto de duas partículas separadas no espaço, já se encontra totalmente determinada. Em outras palavras, a medida feita pelo aparato clássico A sobre a partícula α, altera *instantaneamente* a realidade física da partícula β que se acha separada de α no espaço. *Ainda em outras palavras, se concebermos, de acordo com Bohr, uma teoria de medida constituída por um sistema quântico no qual tenha lugar o colapso da função de onda por ação de um aparato de medida clássico, então somos forçados a concluir que a mecânica quântica, pelo menos na interpretação de Bohr, implica em ação instantânea a distância.*

Em 1935, Schrödinger [8] escreveu um trabalho no qual, através de um outro exemplo, já havia concluído resultado similar ao que mostramos acima . Uma das conclusões de seu trabalho foi a seguinte:

...It is rather discomforting that the theory should allow a system to be steered or piloted into one or the other type of state at the experimenter's mercy in spite of his having no acess to it.

Os resultados que foram obtidos acima podem ser resumidos através dos seguintes passos:

(1) O estado da partícula β pode ser pilotado a distância para algum dos dois autoestados do operador $S_{\beta z}$ apenas através da manipulação de α.

(2) Como em mecânica quântica o estado é a única realidade, então concluímos que

(3) A Realidade de β é modificada a distância.

Esta é a forma mais simples do paradoxo de EPR (Einstein, Podolsky e Rosen) realçada basicamente por Schrödinger em um contexto um pouco diferente.

No presente estágio de exposição, há bastante espaço para discussão. Trata-se do controvertido problema da medida em mecânica quântica. Efetivamente, se assumirmos a conservação do momento angular para um sistema composto por um micro-sistema (quântico) e um aparato de medida (clássico), o surgimento de uma ação a distância, inteiramente desconfortável, tornar-se-á inevitável.

No entanto, há outras possibilidades de descrição. Consideremos, por exemplo, um aparato de medida A e um micro-sistema σ. Seja $|\sigma_k>$ o estado de σ que se pretende medir. Podemos dizer que pela realização da medida o estado inicial $|A_0>$ de A evolui para o estado final $|A_k>$ após a medida, deixando inalterado o estado $|\sigma_k>$ de σ. Simbolicamente representamos o processo através de:

$$|A_0>|\sigma_k>\longrightarrow |A_k>|\sigma_k> \tag{12}$$

Se, ao invés, o estado inicial do aparato for descrito por

$$|\Psi>=\sum_k c_k|A_k> \tag{13}$$

a natureza linear da evolução quanto-mecânica contida no operador unitário de evolução temporal $U(t)$ implica

$$|\Psi>|\sigma_k>\longrightarrow |A_k>|\sigma_k> \tag{14}$$

Foi mostrado por Wigner, Araki e Yanase[9] que a descrição das medidas quânticas contidas em (12) - (14) leva à violação de todas as leis de conservação para as quantidades físicas conservadas por adição. Deste modo é impossível se assumir que valha a conservação do momento angular (tal como vale no caso da abordagem de Bohr) e assim, o problema da ação a distância, a nível estatístico, não aparece. No entanto, tem-se ainda uma violação da desigualdade de Bell.

Na tentativa de superar tal dificuldade Wigner e colaboradores propuseram que o aparato de medida introduz uma perturbação no micro-sistema de modo que o estado $|\sigma_k>$ fica ligeiramente modificado tal que a expressão simbólica (12) pode ser reescrita como a seguir:

$$|A_0>|\sigma_k>\longrightarrow b_k|A_k>|\sigma_k>+\sum_{k\neq k'}\epsilon_{k'k}|A_{k'}>|\sigma_{k'}> \tag{15}$$

onde,

$$|b_k|^2+\sum_{k\neq k'}|\epsilon_{k'k}|^2=1 \tag{16}$$

com,

$$|b_k|\approx 1 \tag{17}$$

e,

$$|\epsilon_{k'k}|\ll 1 \tag{18}$$

A expressão (18) representa o fato de que o micro-sistema é perturbado pela realização da medida. A descrição acima é chamada de teoria das medidas imperfeitas, teoria essa de Wigner, Araki e Yanase[9]. Em tal descrição, onde as quantidades expressas por (18) estão relacionadas com as pequeníssimas imperfeições das medidas, valem as leis de conservação, como também, desaparece a ação a distância. Permanece ainda uma situação de desconforto pois a desigualdade de Bell continua a ser violada.

No presente estágio de nossa discussão, gostaríamos de dar ênfase a dois pontos importantes. o primeiro é que a formulação da teoria quântica baseada nas idéias de medidas imperfeitas é substancialmente diferente da teoria de Bohr de 1927. A teoria de Wigner, Araki e Yanase foi formulada mais de trinta anos após. A pertinência do criticismo de Einstein, ao menos sobre o problema da completeza, deveria ser amplamente reconhecida. A teoria da medida original, na medida em que leva a ação à distância, era de fato uma teoria, pelo menos, incompleta. Infelizmente a pertinência disso não é devidamente reconhecida a ponto de se repetir expressões inadequadas como Einstein foi "perdedor" e Bohr foi "vitorioso". O segundo ponto é sobre o que a *não localidade* é ou pode ser.

- Se correlações preexistentes, e mesmo persistentes, não necessariamente implicam *não localidade*, e, além disso, *não localidade* não requer necessariamente ações instantâneas a distância, então o que de fato é *não localidade*?

De fato, *não localidade* permanece como sendo um problema aberto da física. Pode-se perguntar se se trata de uma propriedade singular da natureza quântica ou se, meramente, se trata de um falso problema. Pretendemos neste trabalho conhecer um pouco mais sobre a natureza dessas dificuldades.

IV. Diagrama de localidade

Seja o par de partículas $\{\alpha, \beta\}$ descrito pelo estado singleto (1). A função de correlação envolvendo a projeção do operador de Pauli σ_a na direção $\mathbf{a}$ (partícula α) e a projeção do operador de Pauli σ_β na direção $\mathbf{b}$ (partícula β) para o estado singleto é dada pela média quanto-mecânica

$$\rho_{a,b} = < \Psi_S|\sigma_\alpha \cdot \mathbf{a} \otimes \sigma_b \cdot \mathbf{b}|\Psi_S >= -\mathbf{a}.\mathbf{b} = -\cos(\mathbf{a}, \mathbf{b}) \tag{19}$$

Tendo em vista duas direções arbitrárias **a** e **a'** para a projeção do operador de Pauli σ_α (partícula α) e duas direções arbitrárias **b** e **b'** para a projeção do operador de Pauli σ_β (partícula β), a quantidade de Bell correspondente será,

$$\Delta = |\rho_{ab} - \rho_{ab'}| + |\rho_{a'b} + \rho_{a'b'}| =$$

$$= |-\cos(\mathbf{a}, \mathbf{b}) + \cos(\mathbf{a}, \mathbf{b}')| + |-\cos(\mathbf{a}', \mathbf{b}) - \cos(\mathbf{a}', \mathbf{b}')| \tag{20}$$

Sejam pois as seguintes definições (ver Fig. 1):

$$\theta = \mathbf{a}, \mathbf{b} \; ; \; \phi = \mathbf{a}, \mathbf{b}' \; ; \chi = \mathbf{a}', \mathbf{b} \; ; \; \Omega = \mathbf{a}', \mathbf{b}' \tag{21}$$

onde θ é o ângulo formado pelos vetores **a** e **b**; ϕ é o ângulo formado pelos vetores **a** e **b'**; χ é o ângulo formado pelos vetores **a'** e **b**; Ω é o ângulo formado pelos vetores **a'** e **b'**.

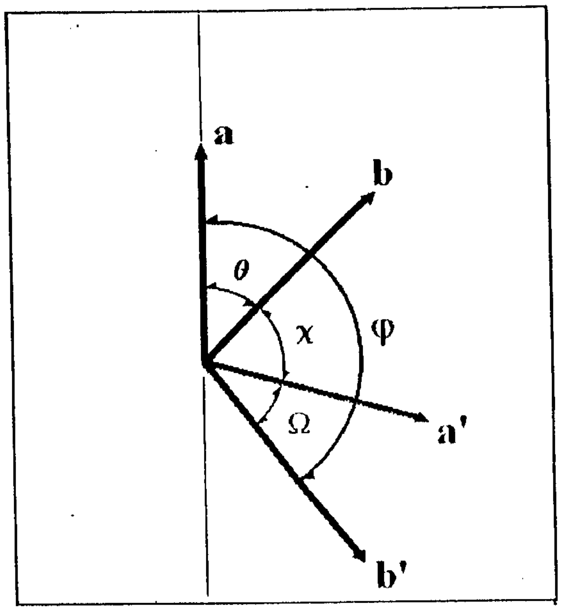


Figura 1. A figura 1 exibe uma representação esquemática das "orientações" assumidas pelas projeções dos spins das partículas que compõem o par singleto. Os ângulos são definidos da seguinte maneira: $\theta = \mathbf{a}, \mathbf{b}$; $\phi = \mathbf{a}, \mathbf{b}'$; $\chi = \mathbf{a}', \mathbf{b}$; $\Omega = \mathbf{a}', \mathbf{b}'$.

Evidentemente, as direções **a** e **a'**, bem como **b** e **b'** podem ser arbitrariamente escolhidas de modo que haverá em conseqüência disso um número infinito de combinações de direções **a** e **b**. Tendo em vista a notação expressa por (21), a quantidade de Bell pode ser reescrita na forma

$$\Delta = \Delta(\theta, \chi, \phi, \Omega) \tag{22}$$

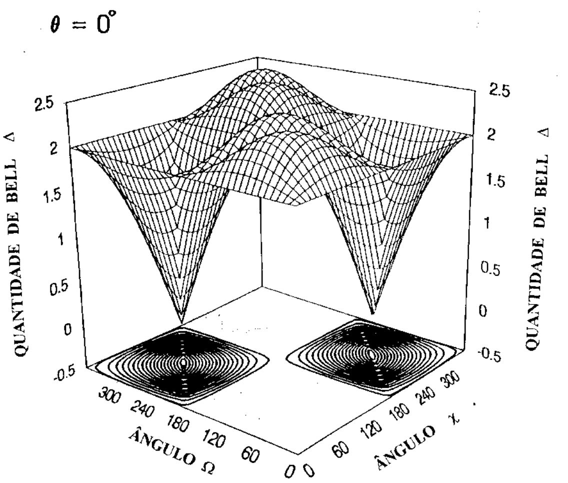
A fim de estudar os valores de Δ que podem ser assumidos para uma dada situação arbitrada, fixaremos um dado valor de θ, e, além disso, postularemos a seguinte condição subsidiária

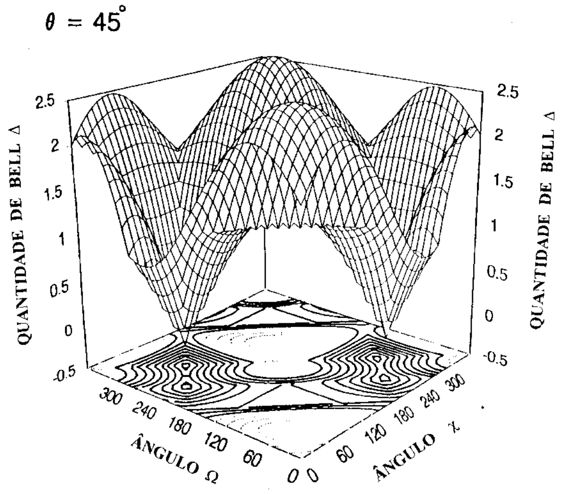
$$\phi = \theta + \chi + \Omega \tag{23}$$

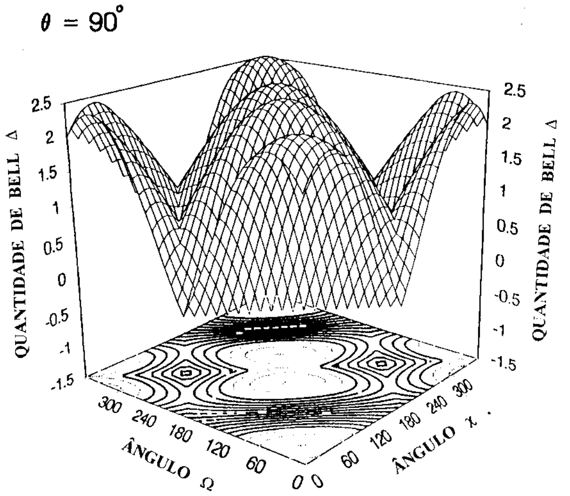
Construindo um programa tal que faça percorrer diversos valores de χ e de Ω para um dado valor de θ prefixado, obtemos, para cada par (χ, Ω) um valor de ϕ calculado através da relação arbitrada (23). Deste modo, para cada θ prefixado calculamos, por meio de (23) um valor de Δ tal que

$$\Delta = \Delta(\chi, \Omega) \tag{24}$$

É importante dar ênfase ao fato de que a arbitrariedade da escolha da condição subsidiária (23) não implica em introdução de qualquer propriedade espúria. Trata-se de uma escolha legítima entre muitas outras que constituem o universo inteiro de possibilidades.







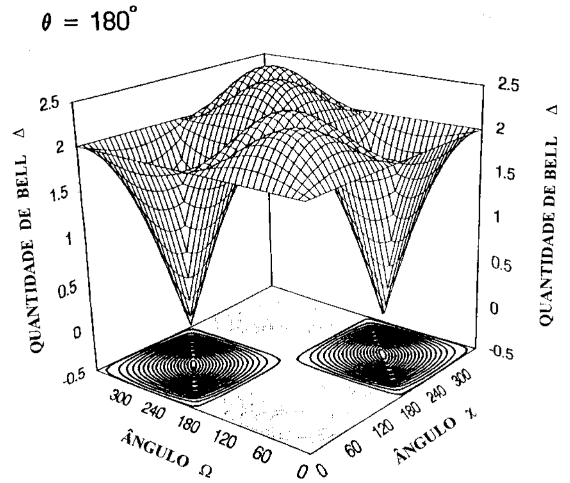


Figura 2. A quantidade de Bell Δ é calculada em função de χ e Ω para valores prefixados de θ, respectivamente. Fig. 2a: $\theta = 0$; Fig. 2b: $\theta = \pi/4$; Fig. 2c: $\theta = \pi/2$; Fig. 2d: $\theta = \pi$. Mostramos as figuras "topográficas" no plano (χ, Ω) da superfície $\Delta = \Delta(\chi, \Omega)$. As linhas mais escuras denotam as regiões onde $\Delta \leq 2$ e as linhas mais claras indicam as regiões para as quais $\Delta > 2$. Os cálculos foram feitos tendo em vista a condição subsidária, puramente geométrica $\phi = \theta + \chi + \Omega$.

Tendo em vista as prescrições acima, a dependência da quantidade de Bell Δ em função dos ângulos χ e Ω resulta em superfícies tais como as que são exibidas nas Figs. (2a-2d) para as quais foram usados diversos valores prefixados de θ, como os seguintes: $\theta = 0$; $\theta = \pi/4$; $\theta = \pi/2$; $\theta = \pi$. Nessas figuras também são mostradas as curvas topográficas de $\Delta = \Delta(\chi, \Omega)$ correspondendo, obviamente, à projeção de Δ sobre plano formado por (χ, Ω). As curvas topográficas correspondendo às regiões tais que $\Delta \leq 2$ aparecem traçadas com linhas mais escuras que as correspondentes às regiões em que $\Delta > 2$.

- Como então poderíamos interpretar os resultados

$$\Delta \leq 2 \tag{25}$$

e

$$\Delta > 2 \tag{26}$$

à luz dos conceitos até então trazidos à baila?

Tal como vimos, em princípio, a *não localidade* não necessariamente teria a ver nem com manutenção de correlações preexistentes e nem mesmo com ações instantâneas a distância. A teoria de Wigner Araki e Yanase não implica em tais ações mas, na medida em que viola a desigualdade de Bell, conduz à *não localidade.*

Admitindo a solidez conceitual da desigualdade de Bell, deduzida por diversos autores através de métodos tanto deterministas quanto probabilistas, então nos deparamos com um problema muito difícil.

- Se a *não localidade* não é nada disso que discutimos acima, o que mais poderia ser?

- Será que estamos fazendo muito barulho por nada?

V. Observações finais e conclusões

Entre as teorias da física, a mecânica quântica revela-se como sendo extremamente bem sucedida no que concerne à explanação do comportamento microscópico da natureza. No entanto, é a única a exibir a estranha e inusitada propriedade da *não localidade.* Poder-se-ia argumentar que na Física essa situação não é nova na medida em que a teoria gravitacional de Newton também trazia consigo a idéia de *interação instantânea a distância* que não deixa de ser uma forma de *não localidade.* Efetivamente sejam dois corpos interagindo a distância. O momento linear total do sistema é a soma vetorial dos momentos lineares de cada um dos corpos

$$\mathbf{p}_{\text{total}} = \mathbf{p}_1 + \mathbf{p}_2 \tag{27}$$

Se admitimos a lei de conservação do momento linear total, teremos

$$(d\mathbf{p}_{\text{total}}/dt) = 0 \ , \tag{28}$$

ou equivalentemente,

$$\mathbf{p}_{\text{total}} = \text{Constante} \tag{29}$$

Como a lei é válida para qualquer que seja o tempo, então

$$(d\mathbf{p}_1/dt) = -(d\mathbf{p}_2/dt) \ , \tag{30}$$

Tendo em vista a definição de força newtoniana como a variação temporal do momento linear, a expressão acima se refere à famosa lei de ação e reação. Trata-se de uma lei de ação instantânea a distância. Se não fosse instantâneo, nos instantes nos quais um dos corpos variasse o seu momento linear mas o outro ainda não, não valeria a lei de conservação expressa em (28) e (29). Se quisermos preservar a lei de conservação (29) para todos os instantes da interação, faz-se necessário assumir a interação instantânea a distância. Não basta portanto que as durações das variações dos momentos lineares dos dois corpos envolvidos sejam as mesmas. Faz-se necessário, além disso, assumir que essas ações sejam instantâneas. Lembremo-nos que na teoria de Newton original não há a idéia de campo a qual somente foi introduzida na Física no século XIX por Faraday e Maxwell.

Como sabemos, a teoria eletromagnética de Maxwell não envolve interação instantânea a distância: os campos e os potenciais sentidos no ponto $\underline{1}$ do espaço e no tempo $\underline{t}$ são devidos às distribuições volumétricas de carga e às distribuições de correntes elétricas no tempo $(t - r_{1,2}/c)$, onde as quantidades $r_{1,2}$ se referem às distâncias entre o ponto exterior $\underline{1}$ considerado e cada um dos pontos $\underline{2}$ que constituem a distribuição, e c se refere à velocidade da luz no vácuo, em conformidade com os bem conhecidos potenciais retardados

$$\Phi(1,t) = \int \{\rho(2, t-(r_{1,2}/c))dV_2/4\pi\epsilon_0 r_{1,2}\} \quad (31)$$

$$A(1,t) = \int \{\mu_0 \mathbf{j}(2, t-(r_{1,2}/c))dV_2/4\pi r_{1,2}\} \quad (32)$$

Essa situação toda foi muitíssimo bem esclarecida por Einstein quando mostrou que a física das interações instantâneas estava de acordo com o espaço e o tempo absolutos de Newton e com as transformações de Galileu enquanto a física das interações não instantâneas requeria um campo para a mediação das ações e estava de acordo com as transformações de Lorentz. E não é por outra razão que as equações de Maxwell são invariantes pelas transformações de Lorentz mas não pelas transformações de Galileu.

Apesar de Newton não ter concebido nem construído qualquer teoria de campo, ele próprio escreveu, no famoso Escólio Final dos *Principia*, que não formulava hipótese; somos assim livres para conjecturarmos que segundo Newton, tratava-se meramente de um modelo da realidade segundo o qual *tudo se passava como se fosse.* Em uma carta a Bentley, ele considerou absurdo uma interação entre dois corpos separados por um vácuo o que mostra a sua hesitação.

Hoje sabemos que a ação instantânea a distância contida na teoria de Newton, e que constitui uma forma primitiva de *não localidade*, é algo apenas acidental, na medida em que pertencente meramente a um modelo extremamente fértil de realidade, mas sem contrapartida ontológica. Trata-se apenas de uma excelente aproximação da realidade.

A situação em mecânica quântica parece algo mais grave e muito mais difícil de se entender. Com efeito, se a teoria de medida de Bohr leva à interação instantânea a distância, há outra teoria de medida mais aperfeiçoada que a supera. Acontece que a desigualdade de Bell, que parece ser um resultado muito sólido, continua a ser violada. Como se pode mostrar, a desigualdade de Bell pode ser deduzida a partir de critérios absolutamente gerais de realidade (Ver referência [10]). Somos forçados a concluir que a *não localidade* ou é uma característica muito profunda da realidade quântica, em relação a qual não entendemos, ou ela é tão somente uma dificuldade acidental da teoria[12].

Perguntaríamos o porquê da teoria quântica ser a única, entre todas as outras teorias da filosofia natural, a exibir propriedade tão inusitada. Todas as outras são teorias perfeitamente locais no sentido da desigualdade de Bell e da separabilidade einsteiniana. Por exemplo, a teoria geral da relatividade é local no sentido em que as ações correspondentes se propagam através do espaço (ou do espaço-tempo) em perfeita concordância com o princípio einsteiniano da separabilidade. As ondas gravitacionais, recentemente confirmadas no caso do pulsar PSR1913+16[11], requerem que as realidades físicas, de dois objetos espacialmente separados a distâncias arbitrariamente grandes, sejam *necessariamente independentes.*

Sem dúvida, o sucesso empírico da mecânica quântica é enorme e constitui importante façanha cognitiva da ciência. No entanto, isso não implica que ela seja completa e definitiva para descrever todos os aspectos da realidade. Tal como é bem sabido, e largamente aceito, todas as teorias têm mostrado possuir limitações além das quais são claramente inadequadas. Por exemplo, a descrição do estado singleto, tal como foi discutida neste artigo, revela-se uma boa descrição a nível atômico, mas não temos qualquer boa razão para acreditarmos que ela continuará a ser uma boa descrição a nível cosmológico.

Para concluir o presente estudo, no qual calculamos e exibimos alguns diagramas de localidade que revelam mais alguns aspectos deste renitente problema, diríamos que, na situação presente, o problema ainda se encontra longe de ser esclarecido. Novas propostas experimentais, precisam ser levadas a cabo e o problema das hipóteses adicionais precisa ser esclarecido. Testes independentes e referenciais teóricos adequados precisam ser adotados.

Agradecimentos

Os autores agradecem calorosamente ao Prof. Franco Selleri do Departamento de Física da Universidade de Bari - Itália pelos comentários e sugestões.

Referências

1. A. Einstein, B. Podolsky, N. Rosen, Phys. Rev. **47**, 777, (1935).
2. N. Bohr, Phys. Rev. **48**, 696, (1935).
3. F. Selleri, *History of Einstein - Podolsky -Rosen Paradox*, in: Quantum Mechanics versus Local Realism, Plenum Publishing Corporation 1988, pp. 1- 61 (Editado por F. Selleri).
4. D. Home, F. Selleri, Rivista del Nuovo Cimento **14** 9, 1, (1991).
5. J. S. Bell, Physics **1**, 195 (1965).
6. Einstein morreu em 1955 e Bohr morreu em 1962.
7. A. Garuccio, F. Selleri, *Action at a distance in quantum mechanics,* trabalho apresentado por ocasião das comemorações em Paris do centenário de nascimento de Einstein (6 - 9 de Junho de 1979).
8. E. Schrödinger, Proc. Camb. Phil. Soc. **31**, 555 (1935).
9. M. M. Yanase, in B. d'Espagnat ed., *Foundations of Quantum Mechanics*, Atas da Escola Internacional de Física Enrico Fermi da Sociedade Italiana de Física/ Curso IL. Academic Press, New York (1971)
10. J.B. Bastos Filho e F. Selleri, Foundations of Physics, **25** 5, 701 (1995).
11. B. Schwartzschild, Phys. Today, **19** Dez. 1993.
12. J.B. Bastos Filho, Apeiron, **2** 4, 102 (1995).