# Efeitos das Marés Sobre o Sistema Terra-Lua

(Tides effects on the Earth-Moon system)

Wilson Lopes

*Universidade de Guarulhos, Praça Tereza Cristina 1, 07023-070, Guarulhos, SP*

*Universidade de Mogi das Cruzes, Caixa Postal 411, 08780-911, Mogi das Cruzes, SP.*

Trabalho recebido em 17 de janeiro de 1996

Uma potência de $3{,}38\times10^{12}$W é dissipada, através das forças de marés, no sistema Terra-Lua, fazendo com que a Lua se afaste da Terra com uma velocidade de 4,07cm/ano e a Terra aumente seu período de rotação em, aproximadamente, $2{,}24\times10^{-3}$s por século.

**Abstract**

A power of $3{,}38\times10^{12}$W is dissipated through the force of the tides, in the Earth-Moon system, making that the Moon turn anway from the Earth with a speed of 4,07cm/year and the Earth increase its period of rotation in about $2{,}24\times10^{-3}$s by century.

## I. Introdução

O homem desde a mais remota antigüidade, tem observado a subida e descida das águas nas costas dos continentes. Relacionar o fenômeno das marés com as posições da Lua e do Sol remonta à época de Cristo. Contudo, uma explicação científica a respeito das marés, somente foi possível com a teoria de Newton, da gravitação.

A Lua, devido estar mais próxima, provoca as maiores marés sobre a Terra do que o Sol. Essas marés são, facilmente, observáveis nas águas oceânicas, porém, o fenômeno ocorre também na parte sólida e na atmosfera terrestres (LOPES, 1992).

Se a parte sólida da Terra fosse perfeitamente elástica e a parte líquida perfeitamente fluida, as marés seriam os efeitos instantâneos das forças de atração gravitacionais e as alturas máximas das marés ocorreriam sempre na direção do corpo atrativo, no nosso caso, a Lua. Contudo, não sendo a parte sólida da Terra, perfeitamente elástica, nem a parte líquida perfeitamente fluida, as alturas das marés não estão alinhadas com os centros da Terra e da Lua (ver a Figura 1). Este fato faz aparecer, na Terra, um torque com tendência em retardar seu movimento de rotação e, no movimento orbital da Lua, outro torque com a mesma direção, mesmo módulo e sentido contrário ao primeiro, acelerando-o, fazendo com que a Lua se afaste da Terra. Desta maneira, por efeito das marés, uma parte da energia de rotação terrestre se transforma em calor, pelo atrito das marés, nas praias, no fundo dos oceanos, etc, e a outra é transferida ao movimento orbital da Lua (KOPAL, 1984).

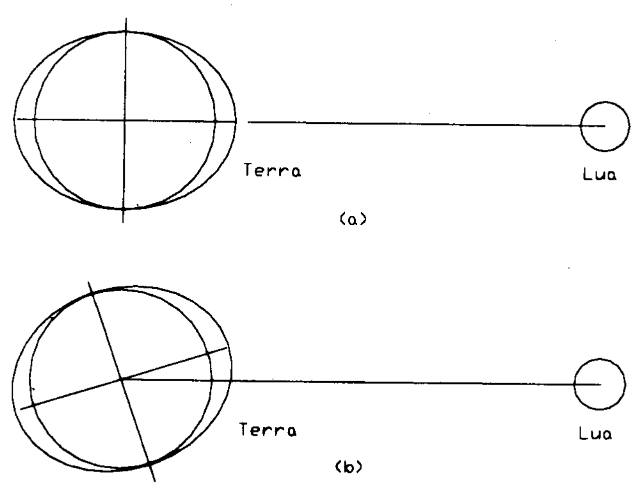


Figura 1. As figuras (a) e (b) mostram os bojos das marés terrestres. (a) Se a Terra e a Lua fossem corpos com propriedades físicas ideais, os bojos das marés estariam alinhados com os centros dos dois corpos. (b) Apresentando, contudo, propriedades físicas reais, os bojos das marés formam um pequeno ângulo com os centros da Terra e da Lua: o bojo da maré ocorre um pouco depois de a Lua ter alcançado a posição zenital.

Neste trabalho, pretende-se, através das observações dos anéis de crescimento dos corais, do período Devoniano, determinar a aceleração angular média do movimento de rotação da Terra, e, na suposição de que essa aceleração angular permaneça com o mesmo valor, também no futuro do sistema Terra-Lua, estimar os valores médios: da velocidade de recessão da Lua, da potência dissipada pelo sistema Terra-Lua e, no final dessa história cosmológica, a distância entre os dois astros e a velocidade angular de rotação da Terra.

## II. Aceleração angular da Terra

De acordo com Kopal (1984), há cerca de 370 milhões de anos, os corais do Devoniano médio apresentavam cerca de 400 anéis de crescimento por ano e os corais atuais apresentam cerca de 360 anéis. Assim, há 370 milhões de anos o dia tinha, aproximadamente, a duração de 21,9 horas.

Com estas observações, do passado e do presente (as grandezas físicas da época atual aparecem com o subscrito "o" e do passado com o subscrito "p") da história da Terra, pode-se estimar a aceleração angular média de seu movimento de rotação, através da seguinte equação (LOPES, 1992):

$$\begin{aligned}\theta_m &= \frac{w_0 - w_p}{\Delta t_p} \\ &\approx \frac{2\pi(P_p - P_0)}{\Delta t_p \cdot P_0 \cdot P_p}\,, \end{aligned} \tag{1}$$

onde $P_0 \approx 24,0\text{h} = 8{,}64\times10^4\text{s}$ e $P_p \approx 21,9\text{h} = 7.88\times10^4\text{s}$ são, respectivamente, o período atual de rotação terrestre e o período na época do Devoniano há $\Delta t_p = 3,70 \times 10^8$anos $= 1{,}17\times10^{16}$s. Substituindo-se estes valores na equação (1), obtém- se: $\theta_m \approx -5.99 \times 10^{-22}$ rad/s$^2$. Esse valor, praticamente, coincide com o valor instantâneo atual da aceleração angular, apresentado por STACEY (1977), de - $6{,}0\times10^{-22}$rad/s$^2$. Por esse motivo, assume-se como hipótese, neste trabalho, que a aceleração do movimento de rotação da Terra permaneceu constante, ao longo de todo esse período de sua história, e permanecerá assim, inalterada, também, no futuro, isto é: $\dot{w} = \theta_m \approx -5,99 \times 10^{-22}$rad/s$^2$.

A aceleração angular de rotação da Terra, faz com que seu período de rotação aumente, tornando o dia cada vez mais longo. O atraso do relógio terrestre, em relação ao atual período de rotação, poderá ser calculado pela equação (LOPES, 1992):

$$\tau_0 \approx -P_o^2\dot{w}_0\Delta t/(2\pi), \tag{2}$$

onde $\Delta t = 1,00$ século $= 3{,}15 \times 10^9$s. Substituindo-se os valores numéricos na expressão (2), obtém-se: $\tau_0 \approx 2,24 \times 10^{-3}$s por século.

## III. Momento angular do sistema

Em relação ao sistema referencial localizado no centro de massa do sistema Terra-Lua (ver a Figura 2), têm-se: $m.r_2 + M.r_1 = 0$ e $r_2 - r_1 = r$, onde, $m = 7{,}35\times10^{22}$kg, $M = 5{,}975\times10^{24}$kg e $r$ representam, respectivamente, a massa da Lua, a massa da Terra e a distância média entre a Terra e a Lua ($r_0 = 3{,}844\times10^8$m, é a distância média atual entre a Terra a Lua). Desta maneira as distâncias da Lua e da Terra, em relação ao centro de massa do sistema, são dadas, respectivamente, por: $r^2 = M.r/(m + M)$ e $r_1 = -m.r/(m + M)$, que representam os raios das órbitas, aproximadamente circulares, descritas pela Lua e Terra, em torno do centro de massa do sistema.

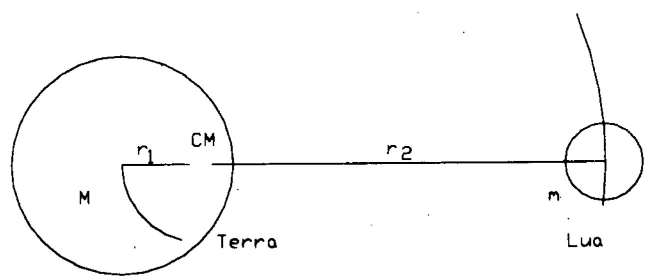


Figura 2. A Terra, de massa $M$, e a Lua, de massa $m$, descrevem seus movimentos quase circulares de raios $r_1$ e $r_2$, respectivamente, em torno do centro de massa, CM, do sistema.

O momento angular orbital do sistema Terra-Lua é definido por:

$$L = Mr_1^2\Omega + mr_2^2\Omega\,, \tag{3}$$

onde $\Omega$ representa a velocidade angular orbital da Lua em relação à Terra[1] (Observe que se estivéssemos localizados na Lua, seria a Terra que apresentaria essa velocidade angular orbital em relação à Lua). Essa velocidade angular orbital se relaciona com a distância Terra-Lua, pela terceira lei de Kepler, através da expressão:

$$\Omega = \sqrt{\frac{G(m+M)}{r^3}} , \tag{4}$$

onde $G = 6{,}673\times10^{-11}\mathrm{Nm}^2/\mathrm{kg}^2$ representa a constante universal de gravitação. Assumindo-se, na equação (4), a atual distância entre a Terra e a Lua, $r_0 = 3,844 \times 10^8\mathrm{m}$, tem-se: $\Omega_0 = 2,67 \times 10^{-6}\mathrm{rad/s}$.

Substituindo-se os valores das distâncias $r_1$ e $r_2$ em (3), encontra-se:

$$\begin{aligned} L &= \left[M\frac{m^2r^2}{(m+M)^2} + m\frac{M^2r^2}{(m+M)^2}\right]\cdot\Omega \\ &= \frac{mM}{m+M}r^2\Omega \\ &= \mu r^2\Omega , \end{aligned} \tag{5}$$

onde $\mu = mM/(m+M) = 7,26 \times 10^{22}\mathrm{kg}$ representa a massa reduzida do sistema Terra-Lua.

Aplicando-se o princípio da conservação do momento angular para o sistema Terra-Lua, obtém-se:

$$\begin{aligned} L_t &= Iw + L \\ &= Iw + \mu r^2\Omega \\ &= \text{constante} , \end{aligned} \tag{6}$$

onde $I$ e $w$ são, respectivamente, o momento de inércia da Terra, em relação ao eixo de rotação, e a sua velocidade angular de rotação ( $I_0 = 8,038 \times 10^{37}\mathrm{kg.m}^2$ e $w_0 = 7,29 \times 10^{-5}\mathrm{rad/s}$ representam, na atualidade, respectivamente, o momento de inércia da Terra e a sua velocidade angular de rotação).

Derivando-se a expressão (4), em relação ao tempo, tem-se:

$$\begin{aligned} \dot\Omega &= -\frac{3}{2r}\left(G\frac{m+M}{r^3}\right)^{1/2}\dot r \\ &= -\frac{3}{2r}\Omega\cdot\dot r \end{aligned} \tag{7}$$

A expressão (7) fornece a aceleração angular orbital da Lua em relação à Terra, em função da distância entre a Terra e a Lua, da velocidade angular orbital da Lua em torno da Terra e da velocidade de recessão da Lua em relação à Terra.

Derivando-se, em relação ao tempo, o momento angular total orbital do sistema Terra-Lua, definido pela expressão (6), e levando-se em conta a expressão (7), vem:

$$\begin{aligned} \frac{dL_t}{dt} &= \frac{d}{dt}(Iw) + \frac{dL}{dt} \\ &= \dot I w + I\dot w + \mu(2r\dot r\Omega + r^2\dot\Omega) \\ &= \dot I w + I\dot w + \frac{1}{2}\mu\Omega r\dot r \\ &= 0 , \end{aligned} \tag{8}$$

onde

$$\begin{aligned} T_T &= \frac{d}{dt}(Iw) \\ &= \dot I w + I\dot w \end{aligned} \tag{9}$$

e

$$T_L = \frac{1}{2}\mu\Omega r\dot r , \tag{10}$$

representam, respectivamente, os torques sobre a Terra e sobre o movimento orbital da Lua. Esses torques, conforme a expressão (8), são paralelos, de mesmo módulo e sentidos contrários.

Considerando-se, na expressão (9), $\dot I = 0$, $\dot w_0 = -5,99 \times 10^{-22}\mathrm{rad/s}^2$ e $I_0 = 8,038 \times 10^{37}\mathrm{kg.m}^2$, obtém-se o torque médio sobre a Terra, de valor $T_{To} = I_0\cdot\dot w_0 = -4,81 \times 10^{16}\mathrm{Nm}$. Como o torque, sobre o movimento orbital da Lua, é dado pela equação (10) e apresenta o mesmo valor absoluto que o torque sobre a Terra, pode-se estimar o valor da velocidade de recessão da Lua, em relação à Terra, através da expressão:

$$\dot r_0 = 2\cdot T_{Lo}/(\mu\Omega_0 r_0) . \tag{11}$$

Substituindo-se os valores de $T_{Lo} = 4,81 \times 10^{16}\mathrm{Nm}$, $\mu = 7,26 \times 10^{22}\mathrm{kg}$, $\Omega_0 = 2,67 \times 10^{-6}\mathrm{rad/s}^2$ e $r_0 =$

[1] O momento angular de rotação da Lua não foi incluído na equação (3) por ser desprezível quando comparado com os momentos angulares de rotação da Terra e orbital da Lua.

$3,844 \times 10^8$m, na expressão (11), obtém-se, para a velocidade de recessão da Lua, $\dot{r}_0 = 1,29 \times 10^{-9}$m/s = 4,07cm/ano.

Conhecendo-se a velocidade média de recessão da Lua, pode-se calcular, através da equação (7), a aceleração angular do movimento orbital da Lua, $\dot{\Omega}_0 = -3\Omega_0\dot{r}_0/(2r_0) = -1,34 \times 10^{-23}$rad/s$^2$ e, através da equação (2), o atraso desse movimento orbital de $\tau_{Lo} = -P_{Lo}^2\dot{\Omega}_0\Delta t/(2\pi) = 3,74 \times 10^{-2}$s por século (nessa expressão: $\Delta t$ = 1,00 século = $3{,}15\times10^9$s e o período de translação atual da Lua, em torno da Terra, é de, aproximadamente, $P_{Lo}$ = 27,3dias = $2,36 \times 10^6$s).

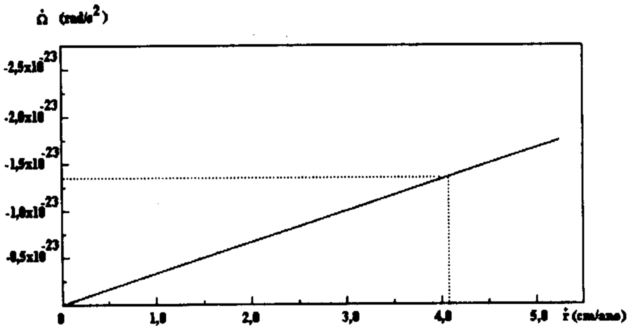


Gráfico 1: O gráfico, construído com a equação (7), apresenta as possíveis variações da aceleração angular orbital da Lua em função de uma velocidade de recessão suposta variável. A distância entre a Terra e Lua e a velocidade angular orbital da Lua foram consideradas, respectivamente, de $r_0 = 3,844 \times 10^8$m e $\Omega_0 = 2,67 \times 10^{-6}$ rad/s.

## IV. O futuro do sistema Terra-Lua

A partir da equação (4), tem-se:

$$r = \frac{G^{1/3}(m+M)^{1/3}}{\Omega^{2/3}} \qquad (12)$$

Derivando-se a equação (12), em relação ao tempo, vem:

$$\dot{r} = -\frac{2}{3}G^{1/3}(m+M)^{1/3}\dot{\Omega}/\Omega^{5/3} \,. \qquad (13)$$

Substituindo-se (12) e (13) em (9), encontra-se:

$$\begin{aligned} T_T &= \frac{d}{dt}(Iw) \\ &= -\frac{1}{2}\mu\Omega \cdot r\dot{r} \\ &= \frac{1}{3}\mu G^{2/3}(m+M)^{2/3}\frac{\dot{\Omega}}{\Omega^{2/3}} \,. \end{aligned} \qquad (14)$$

Integrando-se a equação diferencial acima,

$$\int_{I_0 w_0}^{Iw} d(Iw) = \frac{1}{3}\mu \cdot G^{2/3}(m+M)^{2/3}\int_{\Omega_0}^{\Omega}\Omega^{-4/3}d\Omega,$$

obtém-se:

$$Iw + \mu G^{2/3}(m+M)^{2/3}/\Omega^{1/3} = K \,, \qquad (15)$$

onde $K$ é constante e pode ser calculada com os valores atuais de $I_0$, $w_0$ e $\Omega_0$, a saber: $K = I_0w_0 + \mu G^{2/3}(m+M)^{2/3}/\Omega_0^{1/3} = 3.44 \times 10^{34}$kg.m$^2$/s.

Quando a Lua e a Terra atingirem a máxima distância, uma da outra, devido às suas marés mútuas, tanto a Lua quanto a Terra estarão sempre com as mesmas faces voltadas, uma para a outra. Nessa ocasião, a velocidade angular de translação da Lua, em torno da Terra, e a velocidade angular de rotação da Terra serão iguais. Igualando-se, portanto, $\Omega_f = w_f$ (o subscrito "$f$" se refere ao futuro do sistema Terra-Lua) e substituindo-se em (15), vem:

$$w_f(K - I_f w_f)^3 = \mu^3 G^2(m+M)^2 \,. \qquad (16)$$

Dividindo-se esta última equação por $I_0^3 w_0^4$ e assumindo-se como constante o momento de inércia da Terra ($I_f = I_0$), obtém-se uma equação do quarto grau em $w_f/w_0$, a saber (STACEY, 1977):

$$\frac{w_f}{w_0}\left(\frac{K}{I_0 w_0} - \frac{w_f}{w_0}\right)^3 = \frac{\mu^3 G^2(m+M)^2}{I_0^3 \cdot w_0^4} \,, \qquad (17)$$

onde os valores de $K/(I_0w_0)$ e $\mu^3G^2(m+M)^2/(I_0^3w_0^4)$ são, respectivamente, 5,88 e 4,25. Essa equação de quarto grau apresenta duas raízes reais, a saber: $(w_f/w_0)' = 4,93$ e $(w_f/w_0)'' = 0,0212$. Sendo $w_0 = 7,29 \times 10^{-5}$ rad/s a velocidade atual de rotação da Terra, essas raízes são correspondentes às velocidades angulares de $3,59 \times 10^{-4}$ e $1.54 \times 10^{-6}$rad/s e, como conseqüência, correspondentes aos períodos de 4,86h e 47,2dias. Levando-se em conta a expressão (12) e assumindo-se $\Omega_f = w_f$, obtém-se a distância, entre a Terra e a Lua, a saber: $r_f = G^{1/3}(m+M)^{1/3}/w_f^{2/3}$. Levando-se em conta os valores das raízes obtidas acima, os valores das distâncias são, respectivamente, $1{,}46\times10^7$m = $2{,}29.R_0$ e $5{,}54\times10^8$m = $86{,}9.R_0$ ($R_0 = 6,378 \times 10^6$m representa o atual raio equatorial terrestre).

A partir da velocidade média de recessão da Lua, pode-se estimar o intervalo de tempo em que a Terra e a Lua estarão voltadas, uma para a outra, com a mesma face: $\Delta t_f = (r_f - r_0)/\dot{r} = 1,32 \times 10^{17}$s = 4,17 $\times 10^9$ anos.

## V. Energia do sistema Terra-Lua

A energia orbital do sistema Terra-Lua é dada por:

$$\begin{aligned} E &= \frac{\mu v^2}{2} - G\frac{mM}{r} \\ &= \frac{\mu}{2}G\frac{m+M}{r} - \mu G\frac{m+M}{r} \\ &= -\frac{1}{2}\mu G\frac{m+M}{r^3}r^2 \\ &= -\frac{1}{2}\mu\Omega^2 r^2 . \end{aligned} \quad (18)$$

A energia total do sistema é dada por:

$$\begin{aligned} E_t &= \frac{Iw^2}{2} - \frac{1}{2}\mu\Omega^2 r^2 + H \\ &= \text{constante} . \end{aligned} \quad (19)$$

Na expressão (19), o termo $H$ representa uma função de dissipação de energia provocada pelas mares mútuas, entre a Terra e a Lua (BLITZER, 1985).

Derivando-se a energia total do sistema, em relação ao tempo, obtém-se:

$$\begin{aligned} \frac{dE_t}{dt} &= \frac{1}{2}(\dot{I}w^2 + 2Iw\dot{w}) - \mu\Omega r(\dot{\Omega}r + \Omega\dot{r}) + \dot{H} \\ &= 0 , \end{aligned} \quad (20)$$

onde $\dot{I}$ e $\dot{H}$ representam, respectivamente, a variação, em relação ao tempo, do momento de inércia da Terra em torno de seu eixo de rotação, e a potência dissipada por efeito mútuo das marés no sistema Terra-Lua.

Multiplicando-se a expressão (20) por 2 e levando-se em consideração a expressão (7), vem:

$$\dot{I}w^2 + 2Iw\dot{w} + \mu\Omega^2 r\dot{r} + 2\dot{H} = 0 \quad (21)$$

Multiplicando-se a equação (8) por $w$ e, entre a equação resultante e a equação (21), eliminando-se o produto $\dot{I}w^2$ obtém-se:

$$\dot{w} = \frac{1}{Iw}\left[\mu r\dot{r}\Omega\left(\frac{1}{2}w - \Omega\right) - 2\dot{H}\right] , \quad (22)$$

que representa a aceleração angular do movimento de rotação da Terra, em função da potência dissipada por efeito das marés.

Substituindo-se (22) em (8) pode-se obter a variação do momento de inércia da Terra em relação ao tempo, a saber:

$$\dot{I} = \frac{1}{w^2}[2\dot{H} - \mu\Omega r\dot{r}(w - \Omega)] . \quad (23)$$

Assumindo-se a constância do momento de inércia da Terra, a expressão (23) fornece:

$$\dot{H} = \frac{1}{2}\mu\Omega r\dot{r}(w - \Omega) , \quad (24)$$

que representa a mesma expressão da potência dissipa por efeito das marés encontrada por BLITZER (1985), em função da velocidade de recessão da Lua. Para uma velocidade de recessão de 4,07cm/ano, a potência dissipada no sistema Terra-Lua é de 3,38$\times 10^{12}$W, correspondente à energia anual de 1,07$\times 10^{20}$J.

## VI. Conclusões

Através de dados paleontológicos, da época do Devoniano, pôde-se calcular, com as equações (1) e (2), respectivamente, a aceleração angular média de rotação da Terra, de -5,99$\times 10^{-22}$rad/s, e o alongamento do dia, em 2,24$\times 10^{-3}$ segundo por século, pelo efeito das marés, que confirmam as observações astronômicas destes dois últimos séculos, que estimam um alongamento no período de rotação terrestre, segundo KOPAL (1984), de 1,8$\times 10^{-3}$ segundo por século.

Assumindo-se, por hipótese, que o valor da aceleração angular instantânea de rotação da Terra permaneceu constante e igual a aceleração angular média de rotação, obtida pela equação (1), e assumindo-se $\dot{I} = 0$, calculou-se, através da equação (9), o torque que a Lua exerce sobre a Terra, agindo como um freio à rotação terrestre pelo efeito das marés. Tendo o torque que a Lua exerce sobre a Terra o mesmo valor absoluto que o torque que a Terra exerce sobre o movimento orbital da Lua, através da equação (11), obteve-se o valor da velocidade de recessão média com que a Lua se afasta da Terra, de 4,07cm/ano. Através dessa velocidade de recessão média, calculou-se o valor da aceleração angular orbital da Lua em -1,34$\times 10^{-23}$rad/s$^2$ e, com o auxílio da equação (2), o atraso no mês sideral, que atualmente é de 27,3dias, em 3,74$\times 10^{-2}$ segundo por século. Esse atraso no mês sideral estaria alongando o período de saros, que atualmente é de, aproximadamente, 18anos

[2] Período de tempo, de aproximadamente, 18anos e 10dias, em que os eclipses se repetem na mesma seqüência. Esse período já era conhecido pelos caldeus e assírios, que através dele previam os eclipses.

e 10dias (SMITH & JACOBS, 1973), em 6,75×$10^{-3}$s por período de saros[2].

A equação (17), do quarto grau, nos forneceu duas raízes reais, 4,93 e 0,0212, e com elas, calcularam-se, respectivamente, os valores das velocidades de rotação da Terra, em $3,59 \times 10^{-4}$ e $1,54 \times 10^{-6}$rad/s (correspondentes aos períodos de 4,86h e 47,2dias). Às velocidades de rotação de $3,59 \times 10^{-4}$ e $1,54 \times 10^{-6}$rad/s correspondem, respectivamente, às distâncias, calculadas através da expressão (12), de 1,46×$10^{7}$m = 2,29.$R_0$ e 5,54×$10^{8}$m = 86,9.$R_0$, onde $R_0 = 6,378 \times 10^6$m representa o raio equatorial terrestre. Sendo a distância do limite de Roche, para o sistema Terra-Lua, de 2,97.$R_0$, descartamos a primeira raiz, fornecida pela equação (17): a Lua não poderia ter estado a uma distância menor que o limite de Roche, ela se despedaçaria devido às forças de marés exercidas pela Terra (LOPES, 1992). Portanto, no final desta história cosmológica, quando a Lua e a Terra estiverem com as mesmas faces, uma voltada para a outra, a duração do dia terrestre será de 47,2dias e a Lua estará à distância de 86,9.$R_0$ da Terra[3].

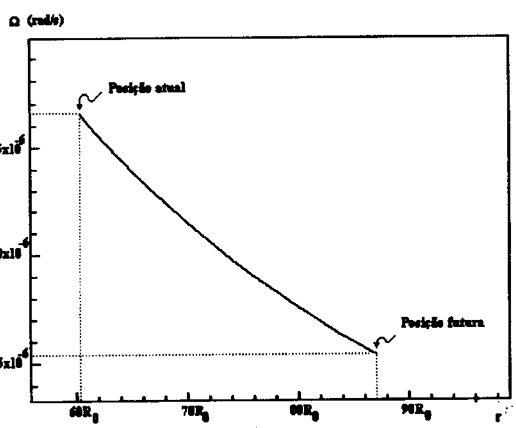


Gráfico 2: Este gráfico, construído com o auxílio da terceira lei de Kepler, representada pela equação (4), fornece a velocidade angular orbital da Lua, em função da distância entre a Terra e a Lua, da presente data, onde a distância é de 60,3$R_0$, até que os dois astros estejam voltados, um para o outro, com a mesma face, onde a distância é de 86,9$R_0$ ($R_0$ = 6,378×$10^{6}$m representa o raio equatorial terrestre).

A expressão (24), da potência dissipada no sistema Terra-Lua, é a mesma que aquela apresentada por BLITZER (1985). Essa expressão foi conseguida supondo-se, na expressão (23), o momento de inércia da Terra constante ($\dot{I} = 0$). Para uma velocidade de recessão da Lua, em relação à Terra, de 4,07cm/ano, obteve-se uma potência dissipada de $3,38 \times 10^{12}$W, que é cerca de 7,04 vezes menor que a potência geotérmica média, emitida através da superfície terrestre, e 10,7 vezes maior que a potência média gerada pelos terremotos (UDÏAS, 1983). a potência de 3,38×$10^{12}$W está de acordo com os valores apresentados por STACEY (1977), de 3,4×$10^{12}$ e $4,6 \times 10^{12}$W (este último valor, da potência dissipada, é obtido a partir de dados de eclipses). Como neste problema, estimou-se uma velocidade de recessão média de 4,07cm/ano, a partir da época do Devoniano até a época de hoje (e não uma velocidade atual de recessão), conclui-se que a uma potência de $4,6 \times 10^{12}$W, obtida através de eclipses, corresponderia, segundo este trabalho, a uma velocidade de recessão de $1,8 \times 10^{-9}$m/s = 5,7cm/ano.

Tabela 1: As quatro colunas da tabela fornecem, da esquerda para a direita, respectivamente, a massa, a distância do planeta ao Sol, a velocidade angular de rotação do planeta e a distância de satélite estacionário em torno do planeta[4]. O Sol foi considerado com um período de rotação de 26dias.

| Planeta | $M$ ($10^{24}$kg) | $r_0$ ($10^{11}$m) | $w_0$ ($10^{-5}$rad/s) | $r_s$ ($10^{8}$m) |
|---|---|---|---|---|
| Mercúrio | 0,33 | 0,5791 | 0,124 | 2,43 |
| Vênus | 4,88 | 1,082 | 0,0299 | 15,4 |
| Terra | 5,975 | 1,496 | 7,29 | 0,422 |
| Marte | 0,645 | 2,279 | 7,09 | 0,205 |
| Júpiter | 1899 | 7,783 | 17,7 | 1,59 |
| Saturno | 568 | 14,27 | 17,1 | 1,09 |
| Urano | 87,2 | 28,70 | 16,1 | 0,608 |
| Netuno | 103 | 44,97 | 12,5 | 0,761 |
| Plutão | 0,10(?) | 59,00 | 1,14 | 0,37(?) |
| Sol | $1,99 \times 10^{6}$ | — | 0,280 | 257 |

Considerando-se, na expressão (24), $\dot{H} = 0$, obteve-se a igualdade entre as velocidades angulares: de rotação do planeta e orbital do satélite ($w_0 = \Omega_0$). Essa é uma característica de satélite estacionário, e através da terceira lei de Kepler, dada pela equação (4), pôde-se calcular as distâncias desses satélites em torno dos planetas e do Sol (observe os valores de $r_s$ na Tabela 1).

Considerando-se, em (24), $\dot{H} > 0$, têm-se: a) para $w_0 > \Omega_0$ (a distância do satélite ao planeta é maior

[3] A distância média atual entre a Terra e a Lua é de, aproximadamente, 60,3.$R_0$, onde $R_0 = 6,378 \times 10^6$m.

[4] Estes dados foram obtidos, direta ou indiretamente, através do Anuário Astronômico de 1986.

que a distância de satélite estacionário), $\dot{r} > 0$, ou seja, o satélite se afasta do planeta; b) para $w_0 < \Omega_0$ (a distância do satélite é menor que a distância de satélite estacionário), $\dot{r} < 0$, o satélite se aproxima do planeta. No caso do sistema Terra-Lua, estando a Lua a uma distância maior que $4,22 \times 10^7$m (distância de satélite estacionário para a Terra), vimos que a Lua se afasta da Terra com velocidade de 4,07cm/ano. Se a Lua estivesse à distância, do centro da Terra, de, aproximadamente, $4,22 \times 10^7$m ela seria um satélite estacionário da Terra: a Terra estaria sempre com a mesma face voltada para a Lua, a velocidade de recessão da Lua seria nula e o sistema Terra-Lua não dissiparia energia pelo efeito de suas marés mútuas.

Um caso interessante acontece com o planeta Marte e os seus satélites: Phobos e Deimos. A distância de satélite estacionário para Marte é de, aproximadamente, $2,05 \times 10^7$m, e as distâncias de Phobos e Deimos, ao planeta, são, respectivamente, $9,4 \times 10^6$ e $2,35 \times 10^7$m. Portanto, conclui-se , através da equação (24), que Phobos se aproxima de Marte e Deimos se afasta (BLITZER, 1985). Talvez Phobos, num futuro remoto, penetre na região de Roche para o sistema Marte-Phobos e as forças de marés o despedace, formando um anel em torno do planeta.

A distância de satélite estacionário para o Sol é de $2,57 \times 10^{10}$m. Sendo a distância de Mercúrio ao Sol de $5,791 \times 10^{10}$m, poder-se-ia concluir que todos os planetas, pelo efeito das marés mútuas entre eles e o Sol, estão se afastando do Sol. E o Sol, como conseqüência do afastamento dos planetas, estaria diminuindo sua velocidade de rotação?

## Referências


Universidade de São Paulo: Instituto Astronômico e Geofísico. Anuário Astronômico. São Paulo, 1986.

L. BLITZER, Letter To The Editor. American Journal of Physics. **53**(4), 299 (1985).

Zdenek KOPAL, O sistema Terra-Lua. In: I. G. Gass, P. J. Smith e R. C. L. Wilson. *Vamos Compreender a Terra: Compêndio de Geociências.* 2. ed. Coimbra, Almedina, 1984.

W. LOPES, "O Limite de Roche", Revista Brasileira de Ensino de Física. **14**(1), 3 (1992).

E.v.P. SMITH and K. C. JACOBS, *Introductory Astronomy and Astrophysics*, Philadelphia, W. B. Saunders, 1973. 564 p.

F. D. STACEY, *Physics of the Earth,* 2. ed. New York, John Wiley, 414, 1977.

Agustin UDÏAS, Energia de la Tierra. Investigacion y Ciencia, **86**, 128 (1983).