Revista Brasileira de Ensino de Física, v. 27, n. 1, p. 137 - 145, (2005)
www.sbfisica.org.br

Gravitação semiclássica

(Semiclassical gravity)

George E.A. Matsas[1]

Instituto de Física Teórica, Universidade Estadual Paulista, São Paulo, SP, Brazil

Fazemos aqui uma breve descrição da teoria semiclássica da gravitação que tem conseguido antecipar de forma bastante robusta alguns efeitos de gravitação quântica.
Palavras-chave: relatividade geral, mecânica quântica, teoria de campos quânticos em espaços-tempos curvos, gravitação quântica, gravitação semiclássica, buracos negros, efeito Fulling-Davies-Unruh, radiação Hawking.

We make a brief description of the semiclassical gravity theory, which has been able to anticipate some effects of quantum gravity.
Keywords: general relativity, quantum mechanics, quantum field theory in curved spacetimes, quantum gravity, semiclassical gravity, black holes, Fulling-Davies-Unruh effect, Hawking radiation.

1. Introdução

A relatividade geral formulada em sua forma definitiva em 1915 por Albert Einstein pode ser resumida dizendo-se que o espaço e o tempo, que já tinham sido unificados em um uno espaço-temporal pelo próprio Einstein dez anos antes, tem suas propriedades modificadas pelo conteúdo subjacente de matéria e energia; e vice-versa: as propriedades do espaço-tempo determinam a forma como a matéria e energia se "organizam" tanto no espaço como no tempo (veja p. 121 e Ref. [1] para um estudo abrangente).

As propriedades locais do espaço-tempo são completamente determinadas pela sua geometria que é, por sua vez, completamente caracterizada por um objeto matemático denominado *métrica.* Apenas a título de ilustração, escrevemos as 10 equações de Einstein da seguinte forma compacta:

$$G_{\mu\nu} = \frac{8\pi G}{c^4} T_{\mu\nu}, \tag{1}$$

onde G é a constante de gravitação Universal de Newton e c é a velocidade da luz. O lado esquerdo está associado com a *geometria do espaço-tempo* enquanto que o lado direito está associado com o *conteúdo de matéria e energia do Universo.*

A relatividade geral além de ser matematicamente elegante possui a virtude de apontar para suas próprias limitações. Elas aparecem como singularidades (divergências) em quantidades observáveis. Por exemplo, usando as equações de Einstein em conjunto com os dados astronômicos atuais somos levados a concluir que o Universo teve um início há uns 13 bilhões de anos atrás e que desde então está em contínua expansão (veja artigo de I. Waga nesta mesma edição). Por mais notável que seja, isso não representaria um problema se a gênesis do Universo não estivesse associada com quantidades divergentes tais como densidade de energia, temperatura e curvatura. Aceitar a realidade física desses resultados significa colocar uma fronteira à própria ciência que não estaria apta a escrutinar a "física" de tais "regiões". Mas que saída nos resta além da infâmia de depor armas?

A relatividade geral é uma teoria clássica, *i.e.*, não incorpora ingredientes quânticos em seu formalismo. Se a teoria de Einstein é a "teoria da relatividade", a mecânica quântica é a "teoria da incerteza". Com esta máxima queremos dizer que ao contrário das teorias clássicas, a teoria quântica nos ensina que é impossível conhecer com infinita precisão o comportamento futuro de um sistema por melhor que conheçamos suas condições iniciais. Por exemplo, se quisermos conhecer com infinita precisão qual a posição de uma partícula, perderemos toda a informação sobre sua velocidade, e vice-versa.

A relatividade geral descreve muito bem o macrocosmos, *i.e.* a física dos astros e do próprio Universo (excetuando-se a era primordial), enquanto que a teoria quântica descreve muito apuradamente o micromundo, *i.e.* a física dos átomos e das partículas elementares. Contudo, a natureza é uma só e não podemos separar

[1]E-mail: matsas@ift.unesp.br.

em compartimentos estanques as teorias que descrevem o micromundo das teorias que descrevem o macrocosmos. É necessário que os princípios que regem todas as teorias, sejam elas usadas para explicar o micromundo ou macrocosmos, sejam compatíveis. Assim, há meio século que se procura por uma teoria que compatibilize a teoria da relatividade geral com os princípios quânticos (veja p. 147).

Estamos, em minha opinião, ainda longe de uma teoria completa e consistente de gravitação quântica, mas seja qual for ela, é natural esperar que dependa das seguintes constantes (dimensionais) fundamentais: a velocidade da luz c, que carregaria a natureza relativística da teoria, $\hbar$ que refletiria a natureza quântica da teoria e G que expressaria ser esta uma teoria relativística de *gravitação* quântica. Com estas grandezas podemos construir três escalas fundamentais que formam a assim chamada *escala de Planck*: a distância de Planck

$$L_P = \sqrt{\frac{\hbar G}{c^3}} \approx 10^{-33}\,\mathrm{cm}\ ,$$

o intervalo temporal de Planck

$$T_P = \sqrt{\frac{\hbar G}{c^5}} \approx 10^{-44}\mathrm{s}$$

e finalmente a massa (ou energia) de Planck

$$M_P = \sqrt{\frac{\hbar c}{G}} \approx 10^{-5}\mathrm{g}\ .$$

Acredita-se, então, que a relatividade geral (e talvez a mecânica quântica) uma vez generalizada(s) numa teoria de gravitação quântica, que permitiria tratar fenômenos em situações extremas como as preconizadas pela escala de Planck, não apresentará as singularidades exibidas pela teoria clássica.

Mas podemos antecipar algo mais concreto desta nova teoria de gravitação? A resposta é sim, e pelo menos em parte isso se deve à assim chamada formulação semiclássica da gravitação, também denominada de *teoria de campos em espaços-tempos curvos.*

2. Gravitação semiclássica: Motivação histórica

Denominaremos aqui de *campo* a objetos matemáticos definidos em cada ponto do espaço-tempo. Por exemplo, podemos falar do campo de temperaturas de um certo sistema termodinâmico se em cada instante temporal associarmos um certo valor T a cada ponto espacial $\mathcal{P}$. Outro exemplo é o campo eletromagnético.

O campo eletromagnético, por ser de longo alcance, possui, assim como a gravitação, uma formulação clássica. As equações que descrevem classicamente o campo eletromagnético são as equações de Maxwell. Contudo, ao contrário da gravitação, a quantização do campo eletromagnético é relativamente fácil. Em sua formulação quântica, ondas eletromagnéticas acabam sendo interpretadas em termos de *fótons*, que fazem o papel de "partículas de luz".

Uma das previsões mais interessantes feitas pela *Teoria Quântica de Campos* é a de que há criação de pares de partículas, elétron-pósitron, em regiões com campo elétrico intenso. O pósitron é também chamado de anti-elétron pois possui a mesma massa do elétron mas demais números quânticos invertidos, *e.g.*, carga elétrica, número leptônico, etc. A energia necessária para a criação dessas partículas provêm do campo eletromagnético.

Com o efeito acima em mente, é natural argüir-se se um fenômeno análogo não poderia acontecer em campos gravitacionais intensos. Em caso afirmativo, quiça parte da matéria do Universo pudesse ter sido gerada pouco depois do *big bang* a partir do fabuloso campo gravitacional primordial. Foram motivações como essa que levaram L. Parker a estender, nos fins dos anos 60, o conhecido formalismo de Teoria de Campos no espaço-tempo de Minkowski para espaços-tempos curvos. O espaço-tempo de Minkowski é a solução de vácuo espacialmente plana, homogênea e isotrópica das equações de Einstein. Com efeito, tal espaço-tempo descreve localmente bastante bem o espaço-tempo em regiões com baixa densidade de matéria.

Apesar de não podermos esperar que a validade da teoria possa ser extrapolada para a escala de Planck, a gravitação semiclássica já tem antecipado efeitos de origem puramente quântica em gravitação, tal como a radiação Hawking sobre a qual voltaremos a falar mais adiante.

3. Teoria clássica de campos em espaços-tempos curvos

A primeira dificuldade na formalização da gravitação semiclássica (também denominada teoria quântica de campos em espaços-tempos curvos) pode ser vista já antes dos campos serem quantizados. Assim como o campo eletromagnético é descrito a nível clássico por meio das equações de Maxwell, um campo escalar real livre não maciço ϕ é descrito pela equação de Klein-Gordon

$$\Box\phi = 0, \qquad (2)$$

na qual

$$\Box \equiv \frac{\partial^2}{\partial t^2} - \frac{\partial^2}{\partial x^2} - \frac{\partial^2}{\partial y^2} - \frac{\partial^2}{\partial z^2}\ .$$

Tanto as equações de Maxwell como a de Klein-Gordon são equações relativísticas, no sentido que estão de acordo com as simetrias do espaço-tempo preditas pela relatividade. Podemos pensar no campo ϕ como descrevendo "fótons sem spin". Apesar da Eq. (2) ter solução no espaço de Minkowski, ela não possui solução em espaços mais exóticos.

Suponhamos um espaço-tempo plano com topologia de um quatro torus com lado espacial L e temporal T. Então se T^2/L^2 for irracional, a Eq. (2) não admite solução não trivial (*i.e.* a única solução admissível é $\phi = \text{const}$) (veja Ref. [2]). Fica claro assim que as propriedades do espaço-tempo influenciam na construção das possíveis teorias de campo mesmo a nível clássico. Felizmente, para a maior parte do espaços-tempos fisicamente relevantes, as equações que descrevem os campos clássicos possuem solução.

4. Teoria quântica de campos em espaços-tempos curvos e partículas elementares

Assumindo que a teoria de campo clássica possua solução, podemos partir para sua quantização. Uma das perguntas que surge naturalmente é como extrair o conteúdo de partícula da teoria. Antes de mais nada, devemos afirmar que assim como o conceito de partícula elementar deixa de ser bem definido em certas situações tais como, por exemplo, *"durante"* um processo de colisão, o conceito de partícula elementar deixa de ser bem definido em espaços-tempos que não possuem certas simetrias temporais. Com efeito, para podermos discernir entre modos de freqüência positiva de modos de freqüência negativa, *i.e.* partículas de anti-partículas, é necessário que o espaço-tempo possua aquilo que denominamos de um campo de Killing global tipo tempo. Em tais espaços-tempos existe uma família de observadores para os quais as propriedades geométricas do espaço-tempo não mudam.

Pela definição acima, não é claro como definir o conceito de partícula elementar em espaços-tempos sem alguma simetria temporal que, com efeito, é o caso do Universo em expansão em que vivemos. A despeito disso, experiências típicas que envolvem partículas elementares acontecem num período de tempo tão curto (em relação à expansão do Universo) que, em boa aproximação, podemos assumir que o Universo é estático. Nestes casos podemos falar sem problemas de partículas elementares. Em situações mais gerais, contudo, isso não é possível.

Quando o espaço-tempo tende a Minkowski assintoticamente no passado e no futuro podemos comparar o número de partículas nas regiões assintoticamente planas, e atribuir uma possível criação de quanta à variação do campo gravitacional. Note-se mais uma vez, contudo, que mesmo que chegássemos à conclusão que tivesse havido uma criação de N partículas, continuamos não podendo afirmar nada sobre existência ou não de partículas no período não-estático.

5. Efeito (Fulling-Davies-)Unruh

Assim como há espaços-tempos nos quais não se pode definir partículas elementares, há espaços-tempos que admitem definições distintas de partícula elementar para uma mesma teoria de campos. Por exemplo, no espaço-tempo de Minkowski há uma maneira óbvia de definir partículas elementares com relação a observadores inerciais, *i.e.* livre de forças. Por ser o espaço de Minkowski maximamente simétrico, uma outra definição independente pode ser dada além da anterior, usando-se observadores uniformemente acelerados, assim como reza o *efeito Fulling-Davies-Unruh.*

Em resumo, o efeito Fulling-Davies-Unruh diz que um observador acelerado no vácuo de observadores inerciais, detecta um banho térmico de partículas elementares de Rindler cuja temperatura é dada por

$$T_U = \frac{\hbar a}{2\pi k c}, \tag{3}$$

na qual k é a constante de Boltzmann e a corresponde à aceleração própria do observador. Para criarmos alguma intuição sobre o efeito Fulling-Davies-Unruh [3] investigaremos brevemente a resposta de um detector acelerado no vácuo de Minkowski onde usaremos como detector um sistema de dois níveis, também chamado de detector de Unruh-DeWitt [4].

A probabilidade de excitação de um detector (de partículas escalares sem massa) uniformemente acelerado no vácuo de Minkowski (*por unidade de tempo próprio)* em primeira ordem de perturbação, é dada por

$$R = \frac{q^2\,\Delta E}{2\pi(e^{\Delta E/kT_U} - 1)}, \tag{4}$$

na qual lembramos que partículas escalares sem massa podem ser entendidas como fótons sem spin, o vácuo de Minkowski é aquele estado quântico onde observadores livres de forças não detectam partículas, q é a constante do acoplamento mínimo entre o detector e o campo e ΔE é a diferença de energia entre os dois estados do detector. É fácil ver que se o detector está numa trajetória inercial, $a = 0$, então (4) se anula como esperado. No entanto, se o detector possui uma aceleração própria constante a, a Eq. (4) não se anula. O fator tipo Planck $\left[e^{\Delta E/kT_U} - 1\right]^{-1}$ indica que para este detector acelerado, *em particular*, seu comportamento é idêntico ao que teria se estivesse em repouso num banho térmico caracterizado pela temperatura T_U.

Vale notar que detectores distintos acoplados a outros campos podem ter comportamentos totalmente diferentes, *o que não desafia de forma alguma o efeito Fulling-Davies-Unruh.* O efeito Fulling-Davies-Unruh *não* afirma que *todo* detector acelerado uniformemente se comportará como se estivesse inercial num banho térmico caracterizado pela temperatura T_U, *mas que os observáveis obtidos no referencial inercial com o vácuo de Minkowski podem ser recuperados no referencial uniformemente acelerado se assumimos um banho térmico à temperatura* T_U.

É interessante notar que a excitação do detector é acompanhada, segundo a descrição feita por observadores inerciais, da emissão de uma partícula elementar. Isso somente é possível porque o agente que acelera o detector fornece essa energia. É interessante notar também [5] que cada partícula de Minkowski emitida pelo detector assim como observada no referencial inercial, é descrita pelo observador acelerado como a *absorção* de uma partícula de Rindler presente no banho térmico. As denominações *partícula de Minkowski* e *partícula de Rindler* estão associadas à quantização do campo com respeito aos observadores inerciais e acelerados respectivamente.

Finalmente é interessante notar que a observação da depolarização dos feixes de partículas em aceleradores pode ser interpretada no referencial co-acelerado, ao menos em parte, como devida à presença do banho térmico que induziria uma transição no spin [6].

6. Solução para um velho problema

Um outro problema que pode ser entendido completamente neste contexto é a questão *se cargas aceleradas irradiam segundo observadores co-acelerados.* É bem sabido que cargas aceleradas irradiam tal como observado em referenciais inerciais. Classicamente, contudo, havia uma controvérsia sobre se observadores co-acelerados com a carga mediriam alguma radiação. Atualmente existe consenso no contexto clássico que observadores co-acelerados com a carga não medem qualquer radiação.

No contexto da mecânica quântica, a investigação destas questões se torna ainda mais interessante, devido ao papel desempenhado pelo banho térmico no qual a carga está imersa em seu referencial de repouso. Claramente, a corrente que descreve a carga no seu referencial de repouso não pode interagir com partículas de energia finita pois é estática.

Foi mostrado então [7] que *a emissão de fótons com momento transversal $k_\perp$ assim como visto no referencial inercial, pode ser interpretada como a emissão/absorção de fótons de Rindler de energia nula com o mesmo momento transversal $k_\perp$ para/do banho térmico de Davies-Unruh no qual a carga está imersa em seu referencial de repouso.*

Com respeito à mensurabilidade dos fótons de Rindler de energia nula, notamos que apesar de carregarem momento transversal finito, fótons de Rindler emitidos pela carga não são detectáveis. Isso se deve não apenas ao fato de que existem infinitos fótons de energia nula no banho térmico todos eles concentrados sobre o horizonte de eventos onde os observadores acelerados não tem acesso, mas também porque a taxa de emissão e absorção destas partículas é a mesma e o banho não sofre disrupção, *i.e.*, $|n\rangle \to |n+1\rangle$ tem a mesma taxa de transição de $|n+1\rangle \to |n\rangle$. *Nossa conclusão não só está em acordo com a análise feita no contexto clássico de que observadores co-acelerados com a carga não observam radiação, mas explica também "para onde foram" os fótons emitidos assim como acusados pelos observadores inerciais.*

7. Princípio de equivalência e radiação

O problema acima está diretamente ligado com a clássica controvérsia se deveríamos esperar pelo Princípio de Equivalência que cargas estáticas em campos gravitacionais também estáticos irradiassem [8].

O "paradoxo" pode ser enunciado como segue: *É sabido que cargas aceleradas irradiam com respeito a observadores inerciais. Como radiação pode ser interpretada quantum-mecanicamente em termos de fótons, seria natural esperar que observadores co-acelerados com a carga também observassem radiação. Por fim, usando ingenuamente o Princípio de Equivalência, poderíamos ser levados a concluir que cargas estáticas em campos gravitacionais também estáticos emitem radiação, o que seria inconsistente do ponto de vista de conservação de energia.*

Como já vimos acima, o fato do conceito de partícula elementar ser dependente do observador permite que observadores em co-movimento com uma carga uniformemente acelerada não observem fótons de energia finita sendo irradiados pela carga, ao contrário de observadores inerciais. Entretanto, como já visto, esses observadores co-acelerados atribuem à carga emissão e absorção de fótons de energia nula. É natural então se perguntar se observadores estáticos com uma carga num campo gravitacional também estático podem igualmente atribuir a ela a emissão e absorção de algum tipo de partícula de energia nula. No caso em que uma carga se encontra em repouso fora de um buraco negro de Schwarzschild em equilíbrio termodinâmico com um banho térmico, pode-se mostrar, de fato, que tal carga absorverá e emitirá fótons de energia nula.

Vale comentar que num certo caso particular, uma igualdade notável se faz presente. Consideremos uma fonte escalar com aceleração própria $a = \text{const}$, acoplada minimamente com um campo de Klein-Gordon Φ através de uma pequena constante q. Foi mostrado recentemente [9] que a resposta

$$R_{\rm S} = R_{\rm S}(r, M)$$

da fonte à radiação Hawking (associada com o vácuo de Unruh) emitida por buracos negros sem carga ou momento angular calculada quando a fonte repousa com coordenada radial (de Schwarzschild) $r = \text{const} > 2M$ fora do buraco com massa M é exatamente a mesma que a resposta $R_{\rm M}(a)$ da fonte quando ela está uniformemente acelerada (com a mesma aceleração própria que antes) no vácuo inercial do espaço-tempo de Minkowski.

Que este resultado é de fato surpreendente pode ser visto como segue. Primeiramente, devemos lembrar que no espaço-tempo de Schwarzschild podemos expressar a coordenada radial da fonte r em termos da aceleração própria a e da massa do buraco M: $r = r(a, M)$. Assim seria natural esperar que

$$R_{\rm S} = R_{\rm S}(a, M)$$

em vez de

$$R_{\rm S} = R_{\rm S}(a) = R_{\rm M}(a) = \frac{q^2 a}{4\pi^2}\,, \qquad (5)$$

que foi o resultado obtido na Ref. [9].

Notemos que fontes estáticas sem estrutura interna podem apenas interagir com modos de energia nula. Tais modos testam a geometria global do espaço-tempo e são, por isso, muito diferentes nos dois casos. De fato, essa equivalência não se verifica, por exemplo, quando se substitui o vácuo de Unruh pelo de Hartle-Hawking, em cujo caso a resposta da fonte se mostrou ser [9]

$$R'_S(a, M) = \frac{q^2 a}{4\pi^2} + \frac{q^2}{16\pi^2 r^2 a}\,,$$

nem quando o campo de Klein-Gordon sem massa é substituído pelo eletromagnético [10] ou campo de Klein-Gordon maciço [11]. Além disso, a equivalência se mostrou quebrar também quando o espaço-tempo de fundo é provido de uma constante cosmológica [12] ou quando o buraco negro é alimentado com carga elétrica [13]. É neste momento incerto dizer se a equivalência encontrada em Ref. [9] esconde algo mais profundo ou não, mas estudos neste sentido continuam a ser realizados.

8. Desintegração de prótons acelerados

Um problema relacionado, mas talvez ainda mais surpreendente diz respeito a prótons acelerados. Segundo o modelo padrão das partículas elementares, prótons inerciais são estáveis o que é corroborado por todas as experiências atuais. Contudo, isso não é verdade para prótons acelerados [14]. De fato, o agente acelerador externo é capaz de fornecer a energia necessária para que o próton possa se decompor em partículas mais pesadas seja via interação fraca,

$$p^+ \to n^0\, e^+\, \nu\,,$$

seja via interação forte,

$$p^+ \to n^0\, \pi^+\,.$$

A taxa de desintegração dependerá das condições de aceleração do próton.

Essa descrição bastante natural para a desintegração de prótons uniformemente acelerados segundo observadores inerciais parados no laboratório, não é, contudo, a versão dos fatos segundo observadores co-acelerados com o próton. Isso porque segundo estes observadores o próton estaria em repouso e, sendo assim, não haveria trabalho sendo transferido. Com efeito, a explicação para estes observadores é completamente outra [15]; segundo os observadores uniformemente acelerados, o próton retira a energia necessária para desintegrar absorvendo partículas do banho térmico no qual ele se encontra no seu referencial próprio. Apesar das descrições serem completamente diferentes segundo os dois observadores, eles concordam sobre os observáveis mensuráveis como, por exemplo, o tempo próprio de desintegração.

Descrições são uma questão de gosto mas não os valores dos observáveis mensuráveis - e esse fato tão óbvio nunca deve ser esquecido.

9. O vácuo quântico e o efeito Casimir

Já vimos acima que partículas elementares apresentam efeitos altamente não triviais em espaços-tempos arbitrários. Veremos agora que já o estado de nenhuma partícula, i.e estado de vácuo, dá origem a fenômenos inesperados.

Comecemos nossa discussão com o assim chamado efeito Casimir (para um revisão pedagógica veja nesta mesma revista Ref. [16]). Sejam duas placas metálicas e dispostas paralelamente a uma certa pequena distância uma da outra. Suponhamos também que estejam eletricamente descarregadas e que tenham massa desprezível, afim de que possamos desprezar quaisquer forças de origem eletromagnética e gravitacional. Como claramente forças nucleares são totalmente irrelevantes nesta situação macroscópica, concluímos classicamente que não há qualquer atração entre as placas.

Quanticamente, contudo, a situação é completamente diversa. As placas metálicas, pode-se dizer, perturbam ou polarizam o vácuo. A energia de ponto zero do campo eletromagnético, que na ausência das placas é rigorosamente nula, passa a ter um valor finito entre elas. Com efeito, na presença das placas, a energia do vácuo por elemento de área é

$$V = \frac{\pi^2 \hbar c}{710 d^3}\,, \qquad (6)$$

na qual d é a distância entre as placas. Tomando o gradiente da energia (6), obtemos a força de Casimir de 1948:

$$\vec{F} = -\vec{\nabla} V = \frac{3\pi^2 \hbar c}{710 d^4}\hat{d}\,. \qquad (7)$$

A primeira medida experimental que confirmou esse magnífico efeito foi feita em 1958 nos laboratórios Philips por Sparnaay.

Surge então uma questão bastante natural: Poderiam a curvatura e/ou topologia do espaço-tempo perturbar a flutuação do vácuo quântico, assim como vimos placas metálicas serem capazes de o fazer? Em caso afirmativo, a densidade de energia do vácuo dada pelo valor esperado no vácuo do tensor de energia-momento $\langle 0|T_{\mu\nu}|0\rangle$ seria diferente de zero influenciando por sua vez na geometria do espaço-tempo. A maneira mais natural de se introduzir correções semiclássicas na métrica é obtida modificando-se as equações de Einstein para

$$G_{\mu\nu} = \frac{8\pi G}{c^4}\langle 0|T_{\mu\nu}|0\rangle. \tag{8}$$

Para campos livres, por exemplo, o lado direito de (8) é de ordem $\hbar$, o que evidentemente induz correções quânticas na métrica da mesma ordem. Note que sendo

$$\langle T_{\mu\nu}\rangle \equiv \langle 0|T_{\mu\nu}|0\rangle$$

de origem quântica, o valor esperado no vácuo do tensor de energia momento não precisa satisfazer as condições clássicas de positividade de energia, usadas na maior parte dos teoremas de singularidade deduzidos por Hawking e Penrose via técnicas globais [17]. Isso permite a evasão de importantes resultados por eles demonstrados no contexto clássico, assim como veremos a seguir.

10. Buracos negros clássicos

Buracos negros são regiões no espaço-tempo que engendram campos gravitacionais tão fortes que nem mesmo raios de luz podem escapar de seus interiores. No final da década de 60, Hawking e Penrose mostraram que buracos negros, uma vez formados, não podem ser destruídos ou bifurcados. Finalmente em 1971 Hawking provou sob certas condições que a soma total da área dos buracos negros nunca decresce.

A área do horizonte de eventos associado a um buraco negro de Kerr-Newmann (*i.e.*, caracterizado por sua massa M, momento angular J e carga elétrica Q) é dada por [18] ($G = c = 1$)

$$\mathcal{A} = 4\pi\left[2M^2 - Q^2 + 2M \quad M^2 - Q^2 - \frac{J^2}{M^2} \quad ^{1/2}\right]. \tag{9}$$

É interessante inverter a Eq. (9) para isolar a massa

$$M^2 = \frac{\mathcal{A}}{16\pi} + \left(\frac{4\pi}{\mathcal{A}}\right)\left(J^2 + \frac{Q^4}{4}\right) + \frac{Q^2}{2}. \tag{10}$$

Diferenciando (10) obtemos

$$dM = \frac{\mathcal{K}}{8\pi}d\mathcal{A} + \Omega dJ + \Phi dQ, \tag{11}$$

que relaciona a diferença de massa entre dois buracos negros com pequenas diferenças de área, momento angular e carga elétrica. A gravidade superficial é definida por

$$\mathcal{K} = \frac{4\pi\left[M^2 - Q^2 - J^2/M^2\right]^{1/2}}{\mathcal{A}}, \tag{12}$$

a freqüência angular por

$$\Omega = \frac{4\pi J}{M\mathcal{A}} \tag{13}$$

e o potencial elétrico sobre o horizonte de eventos por

$$\Phi = \frac{4\pi Q}{\mathcal{A}}\left[M + \sqrt{M^2 - Q^2 - J^2/M^2}\right]. \tag{14}$$

A semelhança entre a Eq. (11) e a forma diferencial da primeira lei da termodinâmica nos faz associar a $\mathcal{K}/8\pi$ uma grandeza tipo temperatura, e à área $\mathcal{A}$ uma grandeza tipo entropia [19]. Note-se que, segundo o teorema de Hawking, a área total de todos os buracos negros nunca decresce, em perfeita analogia com a entropia total de um sistema termodinâmico fechado.

11. Efeito Penrose

Esses resultados ainda permitiam que se extraísse energia de buracos negros com rotação. Em 1969 Penrose [20] mostrou como extrair a energia de rotação de um buraco negro lançando-se mão das propriedades especiais da *ergosfera*. Buracos negros com rotação possuem uma região envolvendo externamente o horizonte de eventos denominada *ergosfera*. Ao entrar na ergosfera, todo raio ou sinal clássico *necessariamente* roda na direção de rotação do buraco. É como se nessa região houvesse um redemoinho espaço-temporal irresistível que nada, nem mesmo a luz, pudesse desafiar. A despeito disso, ainda se pode escapar desta região em direção ao infinito. A idéia é que uma partícula entrando na ergosfera se decompusesse em duas sendo que uma das partes entrasse numa trajetória de energia negativa (sendo engolida posteriormente pelo buraco) e que a outra escapasse para longe carregando parte da energia de rotação do buraco. A energia máxima que poderia ser extraída do buraco desta forma seria

$$\Delta E_{\max} = (M - M_{\rm irr})c^2 ,$$

na qual

$$M_{\rm irr} = \sqrt{M^2/2 + \sqrt{M^4/4 - J^2/4}} \tag{15}$$

é a massa irredutível do buraco. O importante aqui a enfatizar é que este mecanismo é totalmente clássico e que não prevê qualquer extração de energia de buracos negros sem rotação como pode ser visto imediatamente da relação acima fazendo-se $J = 0$.

12. Radiação Hawking

Antes de 1974, a semelhança entre grandezas associadas a buracos negros e relações termodinâmicas parecia uma grande coincidência [21]:

> *It should however be emphasized that $\mathcal{K}/8\pi$ and $\mathcal{A}$ are distinct from the temperature and entropy of the black hole. In fact the effective temperature of a black hole is absolute zero.*

O próprio Hawking, contudo, um ano depois, ao estudar a quantização de campos no espaço externo a estrelas colapsando mostrou que buracos negros irradiam com uma temperatura

$$T = \frac{\mathcal{K}}{2\pi}, \tag{16}$$

assim como observado no infinito e fica associada uma entropia ao buraco negro de

$$S_{bn} = \frac{\mathcal{A}}{4}. \tag{17}$$

Especificamente no caso de buracos negros sem carga ou momento angular:

$$kT = \frac{\hbar c^3}{8\pi GM} \tag{18}$$

e

$$S_{bn} = \frac{4\pi k GM^2}{\hbar c}. \tag{19}$$

Assim, quanto menor o buraco negro, maior sua temperatura e mais rápida sua evaporação [22].

Foi com enorme surpresa que este resultado foi recebido, pois ao contrário do previsto classicamente, buracos negros poderiam eventualmente evaporar até seu possível desaparecimento. Com efeito, os teoremas que provavam a indestrutibilidade dos buracos negros puderam ser contornados graças ao fato que o valor da densidade de energia do vácuo quântico ao redor do buraco é negativo o que não era considerado classicamente.

Outras conseqüências marcantes são: (i) a violação de algumas leis de conservação e (ii) a generalização da segunda lei da termodinâmica. Suponha que uma estrela com número leptônico (bariônico) não nulo colapse em um buraco negro. Pelos teoremas de unicidade, não somente a informação sobre estes números quânticos será perdida, como também haverá explicita violação destes números devido à radiação térmica na qual o buraco evapora. Com efeito, o problema da perda de informação induzida pela possível completa evaporação de buracos negros num estado térmico, leva a contradições com os princípios da mecânica quântica e tem sido fruto de acaloradas discussões, que tem levado a especulações diversas que variam desde a sugestão de que a mecânica quântica deveria ser reformulada até a conjectura de que a emissão do buraco negro não seria exatamente térmica como reza a teoria semiclássica ou que ela não levaria ao completo desaparecimento do buraco negro, em cujo caso talvez não houvesse perda de informação ao longo de todo o processo.

13. A segunda lei da termodinâmica

A segunda lei da termodinâmica, por sua vez, merece uma atenção especial [23] pois a física de buracos negros levou a uma revolução em seu enunciado que passa a ser: Em qualquer processo físico, $\delta S' \geq 0$, na qual

$$S' = \sum S_{materia} + \sum S_{bn},$$

sendo $S_{materia}$ a entropia termodinâmica usual externa aos horizontes de eventos e S_{bn} a entropia associada aos buracos negros. Esta é uma nova lei da natureza e como tal deve ser corroborada por experimentos de laboratório. Como não temos buracos negros à disposição acabamos lançando mão de experimentos mentais. A idéia é conceber situações físicas que podem ser tratadas com segurança teoricamente e verificar se a segunda lei generalizada da termodinâmica é desafiada ou não. Até o momento ela tem tido grande sucesso.

14. Efeito Moore

O efeito Hawking, por mais surpreendente que possa parecer à primeira vista, possui um análogo em teoria de campos em espaços curvos que já era conhecido desde o final dos anos 60. Este efeito, que parece ter sido mostrado pela primeira vez por Moore, reza que, em geral, espelhos acelerados emitem fótons [24]. Associando grosseiramente a superfície da estrela colapsante ao espelho, não é difícil antecipar que tais estrelas devem emitir alguma radiação. Aquilo que é definitivamente surpreendente, contudo, é que tal emissão é térmica!

15. Conclusões

A existência de um mecanismo no qual buracos negros evaporam levando possivelmente ao seu desaparecimento foi uma predição notável [25] e mudou completamente o conceito de indestrutibilidade que a teoria clássica conferia aos buracos negros. Mas há ainda muita coisa há entender. Assim como comentado, os estágios finais da evaporação de buracos negros tem sido fonte de grande preocupação. Não é claro se buracos evaporam completamente ou se permanece alguma estrutura estável ao final. Apenas uma teoria quântica completa da gravitação poderia trazer uma resposta. A própria dedução original de Hawking possui sutilezas que precisam ser melhor justificadas.

Um ponto bastante preocupante (até pouco tempo atrás pelo menos) era a suposição da existência de modos (mas não necessariamente partículas) com freqüências trans-planckianas que Hawking implicitamente assumia em sua dedução original (veja Ref. [2] para uma discussão abrangente sobre esse problema). Naturalmente, uma observação direta da radiação Hawking seria muito esclarecedora e eliminaria objeções desta ou outra natureza ao fenômeno, mas não é provável que isso aconteça num futuro próximo, já que a temperatura de emissão de buracos negros típicos, digamos com uma massa solar, é da ordem de bilionésimos de grau Kelvin. Assim, se procuramos um parecer para este problema, por exemplo, ele deverá vir da teoria.

Em 1981 Unruh suscitou a possibilidade que um análogo da radiação Hawking poderia ser observado na forma da emissão de fônons a partir de “buracos mudos” [26]. As fronteiras dos buracos mudos seriam superfícies fechadas nas quais a velocidade do fluido, evoluindo para dentro da superfície, superaria a do som. Assim como buracos negros emitem radiação por possuírem um horizonte de eventos, buracos mudos, emitiriam fônons a partir de seus “horizonte sônicos”. Esse novo efeito predito por Unruh lança mão do fato que a radiação Hawking depende “muito”da existência de horizonte de eventos mas “pouco”das equações de Einstein. A observação de tal efeito seria não apenas interessante para a física da Matéria Condensada que seria revitalizada por técnicas de geometria diferencial pouco familiares a ela mas também, como ficaria claro um pouco mais tarde, para a própria TQCEC.

Quase 15 anos depois da descoberta dos buracos mudos, o próprio Unruh [27], inspirado por Ted Jacobson [28], mostrou como tais buracos poderiam esclarecer o problema das freqüências trans-planckianas que aparecem na dedução do efeito Hawking. Em outras palavras, a radiação Hawking poderia ser rededuzida sem o embaraço original trazido pelas freqüências trans-planckianas. Depois disso as potencialidades dos análogos gravitacionais em Matéria Condensada iniciaram uma fase de contínuo florescimento que tem se mantido até o presente (vide Ref. [29] e suas referências para uma abrangente revisão). Não é exagero dizer que simulações numéricas com fluidos permite-nos ver a radiação Hawking (ou pelo menos seu análogo sônico) sentados confortavelmente à frente dos monitores de nossos computadores.

A gravitação semiclássica, assim como preconizado no início, não pretende ser uma teoria completa de gravitação quântica. No entanto, esperamos ter conseguido convencer o leitor da riqueza de informações que ela acrescenta aos nossos conhecimentos de gravitação como um todo. A fórmula para a temperatura com que buracos irradiam consegue agrupar as constantes fundamentais $G, c, \hbar, k$ e talvez acabe sendo o primeiro resultado intrinsecamente quântico observado na gravitação. Apenas o futuro poderá aquilatar com propriedade o quão relevante teoria quântica de campos em espaços-tempos curvos acabará sendo para o desenvolvimento da física teórica.

Agradecimentos

O autor realmente gostaria de agradecer a Jorge Castiñeiras, Edisom Moreira, Vicente Pleitez e Alberto Saa por seus comentários e críticas, assim como à Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo e ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico pelo suporte financeiro parcial.

Referências

[1] R.M. Wald, *General Relativity*, (The University of Chicago Press, 1984.)

[2] R.M. Wald, *Quantum Field Theory in Curved Spacetimes and Black Hole Thermodynamics*, (The University of Chicago Press, 1994.

[3] S.A. Fulling, Phys. Rev. D **7**, 2850 (1973); P.C.W. Davies, J. Phys. A: Gen. Phys. **8**, 609 (1975); W.G. Unruh, Phys. Rev. D **14**, 870 (1976).)

[4] B.S. DeWitt, *General Relativity*, edited by S.W. Hawking and W. Israel (Cambridge University Press, Cambridge, 1979).

[5] W.G. Unruh and R.M. Wald, Phys. Rev. D **29**, 1047 (1984).

[6] J.S. Bell and J.M. Leinaas, Nucl. Phys. **B212**, 131 (1985).

[7] A. Higuchi, G.E.A. Matsas and D. Sudarsky, Phys. Rev. D **45**, R3308 (1992); Phys. Rev. D **46**, 3450 (1992).

[8] L.C.B. Crispino, A. Higuchi and G.E.A. Matsas, Phys. Rev. D **5808**, 4027 (1998).

[9] A. Higuchi, G.E.A. Matsas and D. Sudarsky, Phys. Rev. D **58**, 104021 (1998).

[10] L.C.B. Crispino, A. Higuchi and G.E.A. Matsas, Phys. Rev. D **58**, 084027 (1998); ibid **63**, 124008 (2001).

[11] J. Castiñeiras, I.P. Costa e Silva and G.E.A. Matsas, Phys. Rev. D **67**, 067502 (2003).

[12] J. Castiñeiras, I.P. Costa e Silva and G.E.A. Matsas, Phys. Rev. D **68**, 084022 (2003).

[13] J. Castiñeiras and G.E.A. Matsas, Phys. Rev. D **62**, 064001 (2000).

[14] D.A.T. Vanzella and G.E.A. Matsas, Phys. Rev. D **63**, 014010 (2001).

[15] G.E.A. Matsas and D.A.T. Vanzella, Phys. Rev. D **59**, 09400 (1999); D.A.T. Vanzella and G.E.A. Matsas, Phys. Rev. Lett. **87**, 151301 (2001).

[16] M.V. Cougo-Pinto, C. Farina e A. Tort, Rev. Braz. Ens. Fis. **22**, 122 (2000).

[17] S.W. Hawking and G.F.R. Ellis *The Large Scale Structure of Spacetime* (Camb. Univ. Press, Cambridge, England).

[18] L. Smarr, Phys.Rev.Lett. **30**, 71 (1973).

[19] J.D. Bekenstein, Phys. Rev. D **7**, 2333 (1973).

[20] R. Penrose, Riv. Nuov Cim. **1** (número speciale), 252 (1969).

[21] J.M. Bardeen, B. Carter, and S.W. Hawking, Commun. Math. Phys. **31**, 161 (1973).

[22] F. Halzen, E. Zas, J.H. MacGibbon and T.C. Weeks, Nature **353**, 807 (1991).

[23] R.M. Wald, *The Thermodynamics of Black Holes* in *Living Reviews* (http://www.livingreviews.org)

[24] N.D. Birrell and P.C.W. Davies, *Quantum Field Theory in Curved Space*, (Cambridge University Press, Cambridge, 1982). S.A. Fulling, *Aspects of Quantum Field Theory in Curved Space-Time*, (Cambridge University Press, Cambridge, 1989.)

[25] S.W. Hawking, Nature **248**, 30 (1974); S.W. Hawking, Commun. Math. Phys. **43**, 199 (1975).

[26] W.G. Unruh, Phys. Rev. Lett. **46**, 1351 (1981).

[27] W.G. Unruh, Phys. Rev. D **51**, 2827 (1995).

[28] T. Jacobson, Prog. Theor. Phys. **136**, 1 (1999).

[29] M. Visser, Class. Quan. Grav. **15**, 1767 (1998).