

História da Física e Ciências Afins

Assim na Terra como no céu: a teoria do dínamo como uma ponte entre o geomagnetismo e o magnetismo estelar

(On Earth as it is in sky: the dynamo theory as a bridge between geomagnetism and stellar magnetism)

Osman Rosso Nelson¹ e José Renan De Medeiros

Departamento de Física Teórica e Experimental, Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Natal, RN, Brasil
Recebido em 6/12/2011; Aceito em 24/5/2012; Publicado em 14/12/2012

Esse trabalho pretende, através de uma abordagem didática, apresentar a íntima ligação entre o magnetismo estelar e o geomagnetismo, ressaltando a importância da teoria de dínamo na compreensão do magnetismo no universo.

Palavras-chave: geomagnetismo, magnetismo estelar, dínamo.

This work aims to show, through a didactic approach, the intimate connection between stellar magnetism and geomagnetism, revealing the importance of the dynamo theory to understanding of magnetism in the universe.

Keywords: geomagnetism, stellar magnetism, dynamo.

1. Introdução

Reunir aspectos históricos relevantes à compreensão do magnetismo estelar conduz inevitavelmente ao longo caminho trilhado para o entendimento do geomagnetismo. Uma visão concisa dessa história tem como ponto de partida o magnífico trabalho de William Gilbert [1] que abandonou o realismo ingênuo das idéias até então apresentadas no estudo do magnetismo, em favor de um empirismo claro e racional. No seu trabalho, descreveu diversas de suas experiências com seu modelo de Terra chamado *terrella*. Ele concluiu que o nosso planeta era uma espécie de grande ímã, explicando, assim, o comportamento da agulha das bússolas sempre apontando na direção norte-sul, servindo, portanto, como um instrumento de orientação. A partir da concepção de Terra como um grande ímã, inicia-se uma longa caminhada em busca do entendimento dos processos de geração e manutenção desse magnetismo terrestre. Por três séculos a Terra foi o único objeto astronômico reconhecido como magnetizado. Posteriormente demonstrou-se que o Sol, numerosas estrelas, as galáxias e o cosmo como um todo possuíam magnetismo. Grandes manchas solares, por exemplo, podem ter campos magnéticos da ordem de 3000 G, os quais são muito maiores do que o campo da Terra (o valor máximo do campo da Terra é 0,6 G). Muitas estrelas são muito mais fortemente magnéticas do que o Sol. Acredita-se que alguns pulsares têm campo magnético

da ordem de 10^{12} G. As galáxias têm um imenso campo magnético com linhas de campo mantidas aproximadamente ao longo dos braços espirais, com intensidade típica de 10^{-6} G. O magnetismo está então emergindo como um fenômeno comum no universo, uma espécie de ingrediente participativo em vários processos relevantes do cosmo.

2. Origem do campo magnético da Terra - nascimento da teoria de dínamo

A representação em miniatura do nosso planeta, *terrella* (mini-Terra), feito com material magnetizado, permitiu a Gilbert uma visão da Terra que o destacou como o primeiro estudioso a identificar que a origem do campo magnético do nosso planeta era interna e que esse magnetismo terrestre era oriundo de uma magnetização permanente no centro da Terra. Apesar do lento progresso do estudo das causas do magnetismo terrestre, a idéia difundida que o interior da Terra era composto de rochas capazes de reter magnetismo logo sofreu oposição. Em 1635, Gellibrand [2] demonstrou que o magnetismo terrestre não poderia ser explicado satisfatoriamente com um modelo de magnetismo permanente numa Terra sólida. Seus estudos estavam pautados no fato de que a direção do campo magnético, na qual a agulha da bússola se alinha, sofre mudança gradual ao longo de anos e essa mudança é hoje conhecida como variação secular. Gilbert mostrou-se descrente

¹E-mail: osman@dfe.ufrn.br.

desse resultado apresentado por Gellibrand, entretanto, três séculos depois, a análise da propagação das ondas sísmicas veio revelar que o nosso planeta tem uma estrutura interna diferente da pensada por Gilbert. As extensas gravações dos impactos dos terremotos sinalizaram a existência de um núcleo terrestre dividido em duas partes: o núcleo sólido, interno, e um núcleo líquido denso, que envolve o primeiro. Tornou-se, então, possível imaginar movimentos os quais podiam alterar o campo magnético, favorecendo, assim, o nascimento de uma explicação satisfatória para a variação secular. Essa descoberta de um núcleo externo líquido foi bem vinda face às dificuldades encontradas na explicação do magnetismo terrestre originado na parte sólida da Terra. A versão inicial do magnetismo da Terra era de origem ferromagnética; entretanto, no final do século XIX, tornou-se claro que substâncias ferromagnéticas não retêm o magnetismo quando aquecidas além de certa temperatura (*ponto de Curie*).

Com o desenvolvimento da mineração, surgiram relevantes informações de como a temperatura do nosso planeta muda com a profundidade. O interior da Terra, nas camadas mais profundas, consegue ser mais quente do que a temperatura de Curie das substâncias ferromagnéticas. O crescimento da temperatura com a profundidade inviabilizava a existência de material magnético, restando, apenas, para a contribuição do magnetismo terrestre, a parte mais afastada do centro. Essa contribuição mais superficial não consegue justificar um magnetismo tão forte quanto o encontrado aqui na Terra.

Finalmente o magnetismo do Sol foi descoberto. Estava aqui um objeto gasoso no qual o magnetismo permanente era totalmente inaplicável. A semelhança existente dos arranjos das plumas coronais vistas nas fotografias do Sol, tomadas durante um eclipse, com uma distribuição de limalhas de ferro na vizinhança de um ímã, fez com que Bigelow [3] sugerisse que o Sol podia ser magnetizado. Uma descoberta muito importante (em 1908) realizada por Hale [4] veio estabelecer conclusivamente a existência de campo magnético fora do ambiente da Terra, no caso campos magnéticos nas manchas solares. Hale tirou suas conclusões baseado no desdobramento Zeeman do espectro das manchas solares.

Em 1919, um primeiro esforço para entender a origem do campo magnético da Terra e do Sol foi realizado pelo matemático Joseph Larmor [5]. Ele propôs que corpos numa escala astronômica, como o Sol, podem ter campos magnéticos causados por um *processo de dínamo auto-excitado*. Estamos agora diante de uma possível explicação do *magnetismo de todos os corpos astronômicos*. Entretanto, o entusiasmo dessa sugestão de Larmor foi amortecido em virtude do trabalho teórico de Cowling [6], um *teorema anti-dínamo*.

Na verdade, o que Cowling realmente analisou e mostrou foi a impossibilidade de manutenção de um

campo magnético com simetria axial através do fluxo do fluido, por isso é menos geral do que sugere em sua conclusão. O impacto desse trabalho levou os teóricos ao esquecimento da “razão de ser” da teoria de dínamo, desencadeou uma verdadeira corrida para os labirintos matemáticos e, portanto, foi o prelúdio de uma maratona no vasto campo teórico para produzir um *teorema anti-dínamo* mais geral. Esse trabalho de Cowling foi uma espécie de primeiro “ponto crítico” da teoria de dínamo. Essa fase se estendeu até os trabalhos relevantes de Childress [7] e Roberts [8], quando foi demonstrado que tal teorema geral anti-dínamo não existia.

As primeiras contribuições matemáticas importantes para a teoria de dínamo foram feitas por Elsasser [9,10] e Bullard [11,12]. Seus trabalhos já discutem o dínamo numa perspectiva mais moderna. O segundo “ponto crítico”, o qual demonstrou a toda a importância da aplicação da teoria de dínamo hidromagnético, foi uma série de artigos de Steenbeck [13, 14], Krause [15, 16] e Radler [17]. Por um lado eles criaram uma descrição matemática conveniente e prática - a *eletrodinâmica de campos médios* - que simplificou consideravelmente o estudo de campos magnéticos em larga escala. Por outro, eles mostraram como o mecanismo de geração do campo de larga escala num fluido turbulento poderia ser entendido. Isso mostrou estar associado com a *helicidade do fluxo*, uma noção importante no modelo de Parker [18] e Braginsky [19]. Apenas após o trabalho de Steenbeck e colaboradores [13,14] é que foi claramente entendido e amplamente aceito.

O nascimento de uma abordagem topológica [20] para o problema do dínamo testemunhou o grande progresso da teoria. Tendo atingido seus objetivos, hoje estes trabalhos tornaram-se clássicos.

Muitas das questões do magnetismo astrofísico podem ser analisadas à luz da teoria de dínamo, mas não tudo. A realidade observacional é mais diversificada do que a teoria. O maior desafio é entender os campos fortes cujas energias excedem em muito aquelas de movimentos hidrodinâmicos.

3. Equações básicas da teoria MHD

A união das equações da mecânica dos fluidos com as equações de Maxwell do Eletromagnetismo fornece uma abordagem teórica para os fenômenos de plasma conhecida como teoria *Magnetohidrodinâmica* (MHD). Tal abordagem, que se constitui essencialmente numa teoria da mecânica do contínuo, teve início com Hannes Olof Gösta Alfvén, que utilizou o termo pela primeira vez em 1942.

Na abordagem da MHD, o fato do plasma ser tratado como um fluido condutor simples, tendo valores locais de densidade, velocidade macroscópica e temperatura, faz com que o comportamento das várias espécies individuais que o constituem, tais como elétrons, os di-

ferentes íons e partículas neutras, não seja especificado como ocorre em outras abordagens. Sendo apenas um dos tratamentos teóricos da física de plasma, a MHD é aplicada para estudar fenômenos de baixas frequências em fluidos condutores usualmente imersos em campos magnéticos. Assim, quando consideramos movimento de plasma não relativístico e variando lentamente (isto é, escala de tempo \gg inverso da frequência de plasma), sob a ação de forças mecânica e magnética, o modelo MHD é apropriado.

Sendo o objeto de estudo da MHD o movimento de um fluido condutor, imerso num campo magnético, naturalmente suas equações devem incluir:

1. Equações do movimento do fluido (*hidrodinâmica*);
2. Equações dos campos eletromagnéticos (*eletrodinâmica*);
3. Equações de estado e, dependendo da abordagem do problema, também a equação de energia (*termodinâmica*).

Para nossa discussão necessitaremos explicitar, apenas, as equações

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{v}) = 0; \quad (1)$$

$$\rho \left[\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + (\mathbf{v} \cdot \nabla) \mathbf{v} \right] = -\nabla p + \rho \mathbf{g} + \frac{\mathbf{J} \times \mathbf{B}}{c}; \quad (2)$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}; \quad (3)$$

$$\nabla \times \mathbf{B} = \frac{4\pi}{c} \mathbf{J}; \quad (4)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0. \quad (5)$$

Essas equações contemplam a continuidade da massa (1), a equação do movimento (2), a lei de Faraday (3), a de Ampère (4) e a lei de Gauss do magnetismo (5). Esse é um contexto em que um fluido condutor de densidade ρ , velocidade \mathbf{v} , pressão p encontra-se na presença de campos elétrico \mathbf{E} , magnético \mathbf{B} e gravitacional, descrito por uma aceleração \mathbf{g} . As grandezas c e \mathbf{J} são, respectivamente, a velocidade da luz no vácuo e a densidade de corrente elétrica. Ressaltemos aqui a ausência do termo de corrente de deslocamento, $(1/c) \partial \mathbf{E} / \partial t$, na lei de Ampère (aproximação não relativística).

4. Teoria de dínamo

Os diversos métodos de observação têm revelado a presença de campos magnéticos nos mais distintos ambientes do universo. Medidas indiretas, como as obtidas por técnicas de desdobramento Zeemann, rotação Faraday,

dentre outras, têm dado suporte para uma das principais realizações da astronomia do século XX: *o estabelecimento de que campos magnéticos são onipresentes no cosmo*. Diante dessa constatação, é natural questionar a origem desses campos e qual o papel que eles desempenham na evolução estelar e na evolução cósmica. Se a origem desses campos, nos diferentes corpos celestes, estiver associada ao próprio processo de criação do Universo, não teria havido tempo suficiente para que fenômenos de atenuação os extinguissem? Se o tempo de decaimento desses campos, que pode ser estimado a partir da equação de indução magnética, Eq. (12) que será obtida na seção (4.1), for maior que a idade do universo, significa dizer que eles são suficientemente robustos para ainda hoje exibirem seus efeitos. Se eles não forem tão robustos, existem mecanismos regenerativos?

A estimativa abaixo, baseada na equação da indução magnética, serve de subsídio para entendermos como objetos astronômicos, tais como a Terra, necessitam da presença de mecanismos capazes de sustentar e desenvolver seu campo magnético original, *campo semente*. Da equação de indução da MHD, Eq. (12), obtém-se, como oportunamente será visto, a Eq. (15), a qual descreve a difusão de um campo magnético num fluido em repouso.

Portanto, designando por L e τ , respectivamente, as escalas típicas de comprimento e de tempo de decaimento (*tempo de decaimento ôhmico ou tempo de difusão resistiva*), a equação de difusão para o campo magnético fornece um tempo típico de difusão dado por $\tau \approx L^2/\eta$. Estimando-se esse tempo de decaimento para a Terra (τ_{Terra}), por exemplo, verifica-se que o campo geomagnético não pode ser de origem primordial. As estimativas revelam que $\tau_{Terra} \ll$ *idade do universo*. Portanto, sem processos de regeneração e manutenção, o campo geomagnético seria atualmente nulo, fato que não é observado. Aplicando-se a outros objetos astronômicos, pode-se constatar que, para alguns corpos celestes, é possível que o campo tenha uma origem primordial e, para outros, não. Sendo assim, dedicar um tempo para análise de processos capazes de regenerar campos magnéticos será de grande valia para a compreensão dos processos envolvendo campos magnéticos no universo. A teoria de dínamo surge como uma “ferramenta teórica” capaz de elucidar parte desse grande desafio, fornecendo elementos para compreensão dos processos de regeneração e manutenção de tais campos. Dentro do contexto de teoria de dínamo, diversos tratamentos permeiam a literatura especializada em magnetismo cósmico, magnetismo estelar etc. Assim, desses diferentes tratamentos, surgem expressões referentes às variações de modelos de dínamo, tais como: *modelo de dínamo cinemático, modelo de dínamo dinâmico, modelo de dínamo turbulento ou dínamo eletromagnético de campo-médio etc*. Dentro dessa visão, consideremos a seguinte situação:

seja \mathbf{B}_0 um campo magnético inicial dado. Admita agora que o campo de velocidade \mathbf{v} é bem conhecido. Deseja-se, então, saber qual será a evolução temporal do campo magnético, visto que este se encontra sob a ação do campo de velocidade \mathbf{v} . Em outras palavras, o problema consiste em verificar se o campo magnético inicial não decai a zero à medida que o tempo vai para o infinito. Nessa abordagem, vê-se claramente que, sendo o campo de velocidade previamente dado, não há necessidade de se utilizar a equação da dinâmica do fluido, a *equação de Navier Stokes*. Portanto, a evolução temporal do campo será discutida à luz da equação de indução, não tendo, portanto, uma realimentação do campo magnético para o campo de velocidade. Esta maneira de tratar o problema é conhecida como *modelo de dínamo cinemático*. Os subconjuntos do dínamo cinemático, designados como dínamo de estado estacionário e dínamo rápido, são tais que, no primeiro, procuram-se soluções de estado estacionário, ou seja, soluções para $\partial\mathbf{B}/\partial t = \mathbf{0}$; no segundo, procuram-se soluções admitindo-se que a difusão do campo magnético é desprezível. Esse fato permite que se investigue a taxa máxima de crescimento do campo magnético através do processo de dínamo.

Diferentemente da abordagem do modelo de dínamo cinemático, no chamado modelo de dínamo dinâmico, resolve-se simultaneamente as equações de Navier-Stokes e a equação de indução. Esse processo de solução simultânea pode ser melhor apreciado como segue: usualmente se admite que o termo $(\mathbf{J} \times \mathbf{B})$ na equação de Navier-Stokes, é uma perturbação. Com essa consideração, despreza-se o termo $(\mathbf{J} \times \mathbf{B})$ e, para uma dada geometria, resolvem-se a equação de Navier-Stokes utilizando as condições de contorno e condição inicial. A solução obtida para o campo de velocidade, \mathbf{v} , a partir dessa simplificação inicial, é então substituída na equação de indução magnética, a qual, por sua vez, é resolvida assumindo condições de contorno e condições iniciais pertencente ao campo magnético. A última solução fornece uma estimativa para \mathbf{B} . É possível retornar a equação de Navier-Stokes e usar esse \mathbf{B} para incluir o termo desprezado e resolver a equação para um novo \mathbf{v} . Esse processo pode ser realizado *ad infinitum*. Entretanto, por questões de praticidade e economia computacional, necessário se faz, em algum nível do processo, interromper essa realimentação. Evidentemente, a validade desse processo iterativo deve repousar no fato de haver alguma convergência de \mathbf{v} e \mathbf{B} . A abordagem acima, admitindo uma pequena “força de Lorentz” $(\mathbf{J} \times \mathbf{B})$ em comparação à força de Coriolis, reproduz um modelo de dínamo conhecido como *modelo de campo-fraco (weak-field model)*. No entanto, quando a magnitude da força de Lorentz é igual ou maior do que a força de Coriolis, adota-se a designação *modelo de campo-forte (strong-field model)*.

Modelo de dínamo turbulento ou *dínamo eletromagnético de campo médio* foram independentemente

desenvolvidos por Steenbeck [13, 14], Krause [15] e por Moffatt [21, 22]. O termo dínamo turbulento, como o nome sugere, requer que o núcleo do campo de velocidade seja turbulento. Tal termo será usado para significar que a eletrodinâmica de campo-médio pode ser aplicada.

O que se pretende dizer por campo-médio? Se \mathbf{F} denota os campos de interesses, magnético ou de velocidade, nessa abordagem, lança-se mão dos campos médios $\langle \mathbf{F} \rangle$ e suas flutuações $\mathbf{F}' = \mathbf{F} - \langle \mathbf{F} \rangle$. Assim sendo, admite-se que ambos os campos de velocidade e magnético podem ser separados em um campo médio mais uma parte flutuante. Uma vez expressos dessa forma, os campos são substituídos na equação de indução para se extraírem as médias de interesse. Campos magnéticos nos diferentes ambientes cósmicos, como regra, evoluem em meios turbulentos. Um dínamo turbulento é, portanto, de maior interesse em aplicações astrofísicas.

4.1. Teoria de dínamo - equação de indução

O dínamo elétrico, tão presente no nosso cotidiano, transforma energia oriunda do movimento em energia elétrica. Por analogia a este dínamo elétrico, o processo que designaremos de dínamo também relaciona movimento do plasma astrofísico, através dos campos de velocidades \mathbf{v} , com as variações temporais dos campos magnéticos, $\partial\mathbf{B}/\partial t$, presentes nesse meio. Portanto, dentro da abordagem da MHD, seleciona-se a equação da eletrodinâmica que envolve a velocidade \mathbf{v} (*lei de Ohm*) e a equação da eletrodinâmica que envolve a variação temporal do campo magnético (*lei de Faraday*), a saber

$$\mathbf{J} = \sigma \left(\mathbf{E} + \frac{\mathbf{v} \times \mathbf{B}}{c} \right), \quad (6)$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}. \quad (3)$$

A lei de Ohm, na forma acima expressa, é uma relação constitutiva para meio isotrópico, sendo a condutividade elétrica σ , que em geral é uma grandeza tensorial, tratada aqui como uma constante escalar (independente da posição). Portanto, explicitando-se o campo elétrico da Eq. (6), tem-se

$$\mathbf{E} = \frac{\mathbf{J}}{\sigma} - \frac{\mathbf{v} \times \mathbf{B}}{c}. \quad (7)$$

Substituindo-se a Eq. (7) na Eq. (3), obtém-se

$$\nabla \times \left(\frac{\mathbf{J}}{\sigma} \right) - \nabla \times \left(\frac{\mathbf{v} \times \mathbf{B}}{c} \right) = -\frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}. \quad (8)$$

Relembrando o propósito de escrever uma relação entre os aspectos cinemáticos, o campo de velocidade e as variações temporais do campo magnético, escrever-se-á a densidade de corrente \mathbf{J} em termos do campo

magnético. Isso pode ser feito com a ajuda da lei de Ampère

$$\mathbf{J} = \frac{c}{4\pi} \nabla \times \mathbf{B}. \quad (9)$$

Substituindo-se \mathbf{J} , dado acima, na Eq. (8), obtém-se

$$\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = \nabla \times (\mathbf{v} \times \mathbf{B}) - \frac{c^2}{4\pi\sigma} \nabla \times (\nabla \times \mathbf{B}). \quad (10)$$

Com auxílio da identidade vetorial abaixo, Eq. (11)

$$\nabla \times (\nabla \times \mathbf{B}) = \nabla (\nabla \cdot \mathbf{B}) - \nabla^2 \mathbf{B}, \quad (11)$$

e, usando a equação de Maxwell, $\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$, podemos expressar a Eq. (10) de forma mais adequada.

Portanto, tem-se

$$\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = \nabla \times (\mathbf{v} \times \mathbf{B}) + \eta \nabla^2 \mathbf{B}. \quad (12)$$

Nessa equação, o coeficiente η , *coeficiente de difusão resistiva*, é dado pela equação

$$\eta = \frac{c^2}{4\pi\sigma}. \quad (13)$$

A Eq. (12) é de importância central em MHD, sendo conhecida como *equação de indução*. É notável que apenas um parâmetro hidrodinâmico, a velocidade do fluido, entre nessa equação. Isto permite a formulação do modelo de dínamo designado por dínamo cinemático. Uma simples inspeção revela que dois processos estão contribuindo para a variação temporal do vetor \mathbf{B} . O primeiro, $\nabla \times (\mathbf{v} \times \mathbf{B})$, associado ao movimento do fluido, a partir de agora designado *termo convectivo* e, o segundo, $\eta \nabla^2 \mathbf{B}$, associado ao processo resistivo ôhmico, será designado como *termo difusivo*. O termo difusivo, por estar intimamente ligado à resistividade elétrica (elemento para atenuação das correntes elétricas), contribui para o decaimento dos campos magnéticos. Em outras palavras, no processo de difusão do campo magnético, uma consequência do plasma possuir condutividade finita são as perdas ôhmicas e, portanto, as correntes que são responsáveis pelos campos magnéticos irão decair. Com o decaimento das correntes, tem-se o decaimento do campo magnético. Sendo assim, só resta o termo convectivo para desempenhar o papel de regenerador do campo, termo responsável para o aumento do $|\mathbf{B}|$.

Uma vez que existe uma energia associada ao campo magnético e, se a intensidade desse campo pode ser aumentada através da ação de processos ligados ao termo convectivo, é natural questionar sobre a origem da fonte de suprimento dessa energia. Tendo visto que a velocidade do fluido aparece explicitamente no termo convectivo, a resposta a essa indagação está contida na própria expressão desse termo, ou seja, o suprimento de energia para amplificar a intensidade do campo vem

do movimento do fluido. Essa constatação torna natural e confortável o emprego da palavra dínamo para esse processo. Resumidamente pode-se dizer que:

- se $|\nabla \times (\mathbf{v} \times \mathbf{B})| > |\eta \nabla^2 \mathbf{B}|$, haverá aumento ou regeneração de \mathbf{B} ;
- se $|\nabla \times (\mathbf{v} \times \mathbf{B})| \approx |\eta \nabla^2 \mathbf{B}|$ haverá apenas manutenção de \mathbf{B} ;
- se $|\nabla \times (\mathbf{v} \times \mathbf{B})| < |\eta \nabla^2 \mathbf{B}|$, prevalecerá a dissipação e $|\mathbf{B}|$ decairá com o tempo.

Define-se um número adimensional, número de *Reynolds magnético*, R_m , como sendo a razão entre os termos convectivo e difusivo. Assim, seja V , a velocidade típica, e L , a escala de comprimento típico, então o termo convectivo é da ordem de LV/B e o termo difusivo, da ordem de $\eta B/L^2$. Portanto

$$R_m = \frac{|\nabla \times (\mathbf{v} \times \mathbf{B})|}{|\eta \nabla^2 \mathbf{B}|} \approx \frac{LV}{\eta}. \quad (14)$$

Devido à proporcionalidade de R_m com o tamanho L do sistema, vê-se que o valor de R_m , para plasmas astrofísicos, é mais elevado do que aquele para plasmas de laboratório. Em resumo, geralmente para plasmas de laboratórios verifica-se que $R_m \ll 1$ e, para os plasmas astrofísicos, tem-se $R_m \gg 1$. Em outras palavras, para plasmas de laboratório, o termo difusivo é quem domina, enquanto nos plasmas astrofísicos, é o termo convectivo.

Para ganhar uma melhor compreensão de cada um destes termos, convectivo e difusivo, melhor retratá-los separadamente.

(i) *Fluido em repouso* ($\mathbf{v} = 0$)

Para o fluido em repouso a Eq. (12) fica reduzida a uma equação de difusão, a saber

$$\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = \eta \nabla^2 \mathbf{B}. \quad (15)$$

Nessa equação o único processo que ocorre nesse limite é a difusão ou decaimento do campo magnético com o tempo, como já discutido na seção 4. O tempo de decaimento resistivo foi representado naquela oportunidade através da equação $\tau \approx L^2/\eta$.

(ii) *Condutividade infinita* ($\sigma = \infty$)

Na equação de indução, Eq. (12), quando hipoteticamente a *condutividade é infinita* (ou equivalentemente a *resistividade é zero*), o coeficiente de difusão, obtido na Eq. (13), se anula e, portanto, o termo difusivo não aparece na equação. Essa situação frequentemente conhecida como *limite MHD ideal* pode ser descrita pela equação

$$\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = \nabla \times (\mathbf{v} \times \mathbf{B}). \quad (16)$$

Essa equação tem uma estrutura matemática fácil de ser analisada à luz do seguinte teorema encontrado na hidrodinâmica:

Qualquer campo vetorial \mathbf{Q} num fluido, obedecendo à equação

$$\frac{\partial \mathbf{Q}}{\partial t} = \nabla \times (\mathbf{v} \times \mathbf{Q}) \quad (17)$$

satisfaz

$$\frac{d}{dt} \int_S \mathbf{Q} \cdot d\mathbf{S} = 0. \quad (18)$$

A analogia entre as Eqs. (16) e (17) é perfeita. Podemos então obter o resultado conhecido como *teorema de Alfvén do congelamento de fluxo*, que estabelece

$$\frac{d}{dt} \int_S \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S} = 0. \quad (19)$$

O teorema Alfvén declara que o fluxo magnético, através de qualquer espira que se mova solidária ao fluido, é constante no tempo; portanto, à medida que o fluido se move, ele arrasta as linhas de campo magnético com ele. Nessa situação, o plasma pode fluir livremente na direção paralela ao campo magnético, mas se o vetor velocidade do fluido tiver uma componente perpendicular a \mathbf{B} , as linhas serão arrastadas com o fluido.

Nessa análise, convém lembrar que em nenhum momento foi mencionado que a teoria de dínamo daria origem ao campo \mathbf{B} . Nossa discussão partiu sempre do pressuposto de que um determinado *campo semente* existia inicialmente e que poderia estar sujeito a processo como dissipação (através do termo difusivo) e/ou processo de regeneração (através do termo convectivo). A razão dessa cautela é que se o campo magnético inicial fosse nulo, $\mathbf{B}(0) = \mathbf{0}$, não seria possível, via equação de indução, dar origem a um campo magnético. Precisa-se, portanto, de outro processo inicial para gerar esse campo semente. Mas, qual processo? A literatura especializada refere-se a esses processos dando origem aos campos sementes como *processos de bateria*. Os processos de bateria podem explicar a origem de um campo magnético semente a partir de um plasma que esteja inicialmente desmagnetizado. Esta denominação, processo de bateria, é uma alusão aos dispositivos utilizados em eletricidade, que convertem energia não-mecânica (química, por exemplo) em energia elétrica, num circuito, e, em última instância, em energia magnética através das correntes elétricas geradas pelas baterias. A linha de raciocínio associada a esses mecanismos (ou processos) de baterias segue a seguinte base de pensamento: *que processo permite estabelecer um campo magnético em um meio? Aquele que permitir a produção de correntes. Como as correntes surgem do estabelecimento de movimento relativo entre as partículas positivas e negativas, mecanismos que atuam diferentemente sobre cada tipo de partícula*

(positivas, negativas) são fortes candidatos a conseguir estabelecer esse movimento relativo acima citado e, portanto, estabelecer uma corrente no meio que será o agente da criação do campo magnético. Assim, um meio originalmente desmagnetizado devido ao aparecimento de correntes elétricas, fica permeado por um campo magnético. Biermann [23] mostrou pela primeira vez ser possível gerar campos magnéticos em meios originalmente desmagnetizados. Sua abordagem foi estabelecida para um plasma com rotação diferencial Ω . Rotação diferencial é um tipo de rotação que depende da distância ao eixo de giro, ou seja, $\Omega \equiv \Omega(r, z)$. Aqui, r e z são, respectivamente, distância radial e a coordenada axial. Nesse caso, é possível criar um campo elétrico efetivo, \mathbf{E}_{ef} , tal que $\nabla \times \mathbf{E}_{ef} \neq \mathbf{0}$ e, conseqüentemente, $\partial \mathbf{B} / \partial t \neq \mathbf{0}$. Portanto, um campo magnético é criado nesse processo.

Para ampliar um pouco o entendimento desse tratamento, vale salientar que, na obtenção da equação de indução, Eq. (12), foi utilizada a lei de Ohm com certo nível de simplificação, Eq. (6). Em tratamento mais complexo, a lei de Ohm é apresentada com um número maior de termos *lei de Ohm generalizada*, como apresentada a seguir

$$\mathbf{E} = -\frac{\mathbf{v} \times \mathbf{B}}{c} + \frac{\mathbf{J}}{\sigma} - \frac{\Gamma \mathbf{B}}{c} + \frac{\mathbf{J} \times \mathbf{B}}{c n_e} + K_{col.n} (\mathbf{J} \times \mathbf{B}) \times \mathbf{B} - \frac{\nabla p_e}{e n_e}. \quad (20)$$

Se o mesmo procedimento utilizado para obtenção da equação de indução for novamente realizado utilizando o valor de \mathbf{E} dado na lei de Ohm generalizada, obteremos uma forma geral da equação de indução

$$\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = \nabla \times (\mathbf{v} \times \mathbf{B}) + \eta \nabla^2 \mathbf{B} + \nabla \times (\Gamma \mathbf{B}) + \frac{c^2}{4\pi} K_{col.n} \nabla \times \{[(\nabla \times \mathbf{B}) \times \mathbf{B}] \times \mathbf{B}\} + \frac{c}{e n_e^2} \nabla n_e \times \nabla p_e. \quad (21)$$

Nas duas últimas equações, Eq. (20) e Eq. (21), tem-se que $K_{col.n}$ é um coeficiente que depende do grau de ionização fracionária do plasma (ou seja, da razão entre as densidades numéricas dos elétrons e partículas neutras, $\chi_e = n_e/n_n$) e das frequências de colisão entre partículas neutras e carregadas; é um coeficiente associado a turbulência (uma medida da velocidade de rotação média de rodamosinhos); e ∇p_e , gradiente da pressão eletrônica. Nesse ponto, é bom ressaltar que, na equação de indução (forma geral), Eq. (21), o último termo é o único independente de \mathbf{B} . Esse termo terá o relevante papel de gerar campos sementes. Observe que para $t = 0$, usando-se a condição inicial $\mathbf{B}(0) = \mathbf{0}$, ele é o único que sobreviverá na expressão, sendo, portanto, o elemento responsável pela criação de campo

magnético num meio que inicialmente estava desmagnetizado. Apesar das dificuldades que esse processo de *bateria de Biermann* encontra para explicar campos sementes em meio estelar, devido à necessidade de um longo tempo para o processo de geração do campo semente, a proposta original de Biermann foi de grande importância, um marco histórico dentro do contexto dos mecanismos de bateria. O processo de bateria de Biermann, ou variações dele, é que dão elementos para explicação da origem dos campos sementes.

4.2. Os efeitos α e Ω na teoria de dínamo

Antes de dar início ao tratamento matemático que desenvolveremos nesta seção, será de grande auxílio absorver os aspectos qualitativos das idéias que permeiam a teoria do dínamo turbulento de Parker. Objetivando a essa compreensão, facilitará muito a utilização de um sistema de coordenadas esféricas. No contexto da astrofísica estelar, a componente azimutal do campo magnético \mathbf{B}_ϕ é usualmente referida como *campo magnético toroidal*, enquanto a combinação das outras duas componentes $\mathbf{B}_p = \mathbf{B}_r + \mathbf{B}_\theta$ é chamada de *campo magnético poloidal*. As linhas de campo poloidal podem ser representadas por curvas no plano meridional, isto é, plano passando pelo eixo do sistema de coordenadas. Nessa perspectiva vamos escrever os vetores campo magnético e velocidade presentes na equação fundamental do dínamo, equação de indução, em termos de suas componentes poloidal e toroidal que satisfazem relações de ortogonalidades ($\mathbf{B}_p \cdot \mathbf{B}_t = 0$; $\mathbf{v}_p \cdot \mathbf{v}_t = 0$).

Para melhor satisfazer os nossos propósitos, vamos escrever a componente poloidal do campo magnético lançando mão da função Ψ , uma função campo qualquer, tal que $\mathbf{B}_p = \nabla \times (\Psi \hat{\phi})$. Aqui $\hat{\phi}$ é o vetor unitário na direção azimutal.

$$\mathbf{B} = \mathbf{B}_t + \mathbf{B}_p; \quad (22)$$

$$\mathbf{v} = \mathbf{v}_t + \mathbf{v}_p. \quad (23)$$

Substituindo essas Eqs. (22) e (23) na equação de indução, Eq. (12) podemos separar as componentes poloidal e toroidal como segue

$$\begin{aligned} \frac{\partial \Psi}{\partial t} + \frac{1}{\tilde{\omega}} \mathbf{v}_p \cdot \nabla (\tilde{\omega} \Psi) = \\ \eta D^2 \Psi \Rightarrow (\text{poloidal}), \end{aligned} \quad (24)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{B_t}{\tilde{\omega}} \right) + \nabla \cdot \left(\frac{B_t}{\tilde{\omega}} \mathbf{v}_p \right) = \\ \mathbf{B}_p \cdot \nabla \left(\frac{v_t}{\tilde{\omega}} \right) + \frac{\eta}{\tilde{\omega}} D^2 B_t \Rightarrow (\text{toroidal}), \end{aligned} \quad (25)$$

onde $D^2 = \nabla^2 - 1/r^2 \sin^2(\theta)$ e $\tilde{\omega} = r \sin(\theta)$. Portanto, escrevendo a velocidade angular como sendo Ω ,

podemos reescrever à equação associada a componente toroidal como

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{B_t}{\tilde{\omega}} \right) + \nabla \cdot \left(\frac{B_t}{\tilde{\omega}} \mathbf{v}_p \right) = \\ \mathbf{B}_p \cdot \nabla (\Omega) + \frac{\eta}{\tilde{\omega}} D^2 B_t \Rightarrow (\text{toroidal}). \end{aligned} \quad (26)$$

Observe que o termo designado por *efeito* Ω corresponde a uma contribuição dada pela componente poloidal para geração da componente toroidal. Em outras palavras, trata-se de um efeito da rotação diferencial alongando a componente poloidal para criar componente toroidal. Observando agora a Eq. (24), notamos que não existe um termo equivalente onde possamos construir, a partir de uma componente toroidal, uma componente poloidal. Essa *assimetria* foi resolvida com as idéias introduzidas por Parker [18]. Parker elaborou uma idéia crucial para geração de campo poloidal, concentrando-se especificamente em objetos convectivos, como o interior da Terra, do Sol e estrelas em geral. Esses movimentos convectivos são guiados pelo gradiente de temperatura radial. Sua contribuição pode ser resumida da seguinte maneira: “a existência de um movimento convectivo turbulento dentro de um objeto astronômico gera, por exemplo, um movimento ascendente de bolhas. Devido ao congelamento do campo no plasma, ocorre um alongamento das linhas de campo (componente toroidal) no processo de ascensão das bolhas. Em adição, face à rotação estelar, as bolhas estão sujeitas a forças de Coriolis. A ação conjunta dos movimentos convectivos e dessas forças faz com que as bolhas de plasma adquiram um movimento helicoidal (ciclônico). Como as linhas de campo toroidal encontram-se presas (congeladas) ao fluido, elas são arrastadas por esse movimento das bolhas e, assim, contribuem para a geração do campo poloidal”. A Fig. 1 ilustra esse processo de torção das linhas de campo toroidal para gerar campo poloidal.

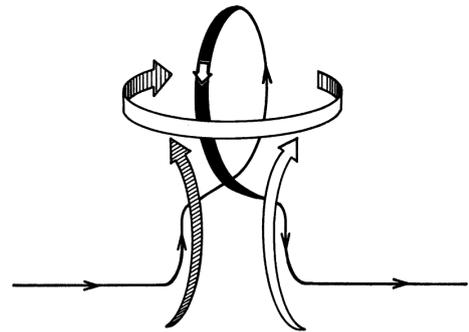


Figura 1 - Representação esquemática da torção das linhas de campo toroidal devido ao movimento turbulento helicoidal ascendente das bolhas de plasma. As linhas sólidas representam as linhas de campo magnético e as fitas orientadas representam os movimentos do fluido [24].

Em outras palavras, os efeitos Ω e α são tais que os campos poloidal e toroidal se auto-sustentam através de

um processo cíclico de realimentação. O campo poloidal pode ser alongado pela rotação diferencial e gerar um campo toroidal (efeito Ω) e, por sua vez, o campo toroidal pode ser torcido pela turbulência helicoidal (associada com a convecção em sistemas com rotação) para dar de novo um campo no plano poloidal (efeito α). Com base nesse raciocínio, Parker pôde eliminar a assimetria apresentada entre as Eqs. (24) e (26), propondo que a taxa de criação de campo poloidal descrito anteriormente seja proporcional a B_t . Dessa contribuição, a Eq. (24) passa a ser escrita como

$$\frac{\partial \Psi}{\partial t} + \frac{1}{\tilde{\omega}} \mathbf{v}_p \cdot \nabla (\tilde{\omega} \Psi) = \alpha B_t + \eta D^2 \Psi \Rightarrow (\text{poloidal}). \quad (27)$$

As Eqs. (26) e (27) são conhecidas como *equações do dínamo*.

5. Conclusões e perspectivas

Nossa apresentação histórica do geomagnetismo permitiu encontrar bases para compreender a existência do magnetismo nas estrelas e em todo o Universo. O papel da teoria do dínamo como elemento unificador na compreensão desse magnetismo amplia nossa percepção desse maravilhoso ingrediente participativo da evolução do Cosmo: “o campo magnético”. A busca de entendimento dos processos de geração e manutenção desse magnetismo em diferentes escalas no Cosmo constitui um forte apelo ao estudo da magnetohidrodinâmica [25].

Apesar da importância da teoria do dínamo na história do magnetismo no Universo, não podemos deixar de ressaltar que os avanços nas pesquisas vêm demonstrando algumas de suas fragilidades, tanto no contexto do geomagnetismo como no contexto estelar. Portanto, diante dos sérios desafios que ela ainda tem que enfrentar, não podemos consagrá-la como sendo o mecanismo último capaz de explicar todas as sutilezas do magnetismo no Universo [30].

Como sabemos, estão presentes nos objetos astronômicos, em sua maioria, fluxos turbulentos de plasma ou de líquidos condutores. Assim, os desafios decorrentes dos complicados processos associados a essas turbulências nos fazem perceber a que distância ainda estamos para reconhecer os verdadeiros mecanismos capazes de explicar questões, que vão desde a explicação do porquê da existência de magnetismo forte apenas em algumas estrelas e em alguns planetas; também como a rotação desses objetos de fato participa do processo de dínamo; como as estruturas de larga escala podem estar presentes em objetos como estrelas e galáxias; qual a origem das variações temporais do campo geomagnético; como explicar as oscilações do campo magnético do Sol; até a necessidade de fazer

previsões. Sem sombra de dúvidas, uma teoria que pretenda ter um alcance tão universal, tentando explicar o magnetismo em pequena e larga escala, certamente enfrentará os testes oriundos de esforços teórico, computacional e experimental. Com esse nível de abrangência, a teoria de dínamo acaba por recrutar uma verdadeira integração entre disciplinas como a geofísica, astrofísica, física de plasma e ciência planetária. Esse esforço conjunto busca não apenas dar explicações das questões já estabelecidas, mas, além disso, almeja ser capaz de estabelecer previsões, como por exemplo, aquelas que forneçam subsídios para auxiliar-nos no que diz respeito às preocupações decorrentes da atividade solar com as mudanças climáticas globais. No entanto, os desafios à teoria do dínamo não param por aqui. Novas perspectivas que se descortinam no estudo do magnetismo/dínamo estão no âmbito da exoplanetologia, com a descoberta de várias centenas de planetas extrasolares [26], trazendo resposta para um dos grandes desafios da ciência ainda em aberto: a ligação entre a habitabilidade de um planeta e a construção de uma magnetosfera [27], matéria que desperta um interesse particular no contexto da exobiologia. Estrelas pouco massivas surgem na literatura como candidatas ao papel de hospedeiras de planetas habitáveis [28-29]. As missões espaciais CoRoT e Kepler constituem um esforço particular no sentido de procurar cenários planetários em nossa galáxia. Tal empenho aumenta de forma substancial nossa ambição de procurar por vida fora do nosso planeta, seja ela um microorganismo ou uma civilização tecnologicamente desenvolvida. Tal vínculo deve-se ao papel de blindagem que o campo magnético oferece, sendo um escudo protetor de partículas energéticas, favorecendo ao desenvolvimento de vida, como aquela que habita a Terra. Portanto, ampliar a compreensão do processo de geração e manutenção de campos magnéticos no Cosmo tem, entre outras motivações, aquela de vislumbrar um melhor entendimento das possibilidades de existência de vida fora do ambiente terrestre e, dessa forma, quem sabe poder encontrar a resposta à inquietante questão: “Estamos sós no Universo?”

Agradecimentos

Agradecemos a Giana Gadelha Paiva Rosso Nelson pelas sugestões na elaboração desse texto. Agradecemos também aos árbitros da RBEF pelos relevantes comentários e sugestões.

Referências

- [1] W. Gilbert, *De Magnete* (Dover Publications, Inc., New York, 1958), traduzido por P.F. Mottelay, 1893.
- [2] H. Gellibrand, *A Discourse Mathematical on the Variation of the Magneticall Needle* (William Jones, London, 1635).
- [3] F.H. Bigelow, *The Observatory* **14**, 50 (1891).

- [4] G.E. Hale, *Astrophys. J.* **28**, 315 (1908).
- [5] J. Larmor, *Rep. Brit. Assoc. Adv. Sci. report* 159 (1919).
- [6] T.G. Cowling, *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.* **94**, 39 (1934).
- [7] S. Childress, *J. Math. Phys.* **11**, 3063 (1970).
- [8] G.O. Roberts, *Phil. Trans. Roy. Soc. London*, **A266**, 535 (1970).
- [9] W.M. Elsasser, *Theory. Phys. Rev.* **69**, 106 (1946).
- [10] W.M. Elsasser, *Phys. Rev.* **70**, 202 (1946).
- [11] E.C. Bullard, *Proc. Roy. Soc. London* **A197**, 433 (1949a).
- [12] E.C. Bullard, *Proc. Roy. Soc. London* **A199**, 413 (1949b).
- [13] M. Steenbeck, F. Krause and K.H. Radler, *Z. Naturforsch.* **21**, 369 (1966).
- [14] M. Steenbeck and F. Krause, *Astr. Nach.* **291**, 49 (1969).
- [15] F. Krause and M. Steenbeck, *Z. Naturforsch.* **22a**, 671 (1967).
- [16] F. Krause and K.H. Radler, *Mean-Field Magnetohydrodynamics and Dynamo Theory* (Pergamon Press, Oxford, 1980).
- [17] K.H. Radler, *Z. Naturforsch.* **23**, 1851 (1968).
- [18] E.N. Parker, *Astrophys. J.* **122**, 293 (1955).
- [19] S.I. Braginsky, *JETP* **47**, 2178 (1964).
- [20] K.H. Moffatt, *J. Fluid Mech.* **35**, 117 (1969).
- [21] K.H. Moffatt, *J. Fluid Mech.* **11**, 625 (1961).
- [22] K.H. Moffatt, *J. Fluid Mech.* **41**, 435 (1970).
- [23] L. Biermann, *Z. Naturf. A.* **5**, 65 (1950).
- [24] E.N. Parker, *The Astrophysical Journal* **162**, 665 (1970).
- [25] O.R. Nelson, *Sobre a Natureza dos Processos Físicos de Aquecimento da Atmosfera de Estrela do Tipo Solar*. Tese de Doutorado, Universidade Federal do Rio Grande do Norte, 2008.
- [26] J. Schneider, *The Extrasolar Planets Encyclopaedia*. Disponível em <http://exoplanet.eu> (2007).
- [27] J. Griessmeier, A. Stadelmann, U. Motschmann, N.K. Belisheva, H. Lammer and H.K. Biernat, *Astrobiology* **5**, 587 (2005).
- [28] J.C. Tarter, P.R. Backus, R.L. Mancinelli, J.M. Aurnou, D.E. Backman, G.S. Basri, A.P. Boss, A. Clarke, D. Deming, L.R. Doyle, E.D. Feigelson, F. Freund, D.H. Grinspoon, R.M. Harberle, S.A. Hauck II, M.J. Heath, T.J. Henry, J.L. Hollingsworth, M.M. Joshi, S. Kilston, M.C. Liu, E. Meikle, N. Reid, L.J. Rothschild, J. Scalo, A. Segura, C.M. Tang, J.M. Tiedje, M.C. Turnbull, L.M. Walkowicz, A.L. Weber and R.E. Young, *Astrobiology* **7**, 30 (2007).
- [29] J. Scalo, L. Kaltenegger, A. Segura, M. Fridlund, I. Ribas, Y.N. Kunikov, J.L. Grenfell, H. Rauer, P. Odert, M. Leitzinger, F. Selsis, M.L. Khodachenko, C. Eiroa, J. Kasting and H. Lammer, *Astrobiology* **7**, 85 (2007).
- [30] D.P. Lathrop and C.B. Forest, *Physics Today* **64**, 40 (2011).