# Modelo adiabático da atmosfera terrestre compatível com o aquecimento global e o efeito estufa

(Adiabatic model of the earth's atmosphere compatible with the greenhouse effect)

### Mario Tosi Furtado<sup>1</sup>

Centro Universitário Salesiano de São Paulo, Campinas, SP, Brasil Faculdade de Engenharia Elétrica e Computação, Universidade Estadual de Campinas, SP, Brasil Recebido em 11/3/2011; Aceito em 23/1/2012; Publicado em 21/11/2012

Apresentamos um modelo adiabático da atmosfera terrestre, que descreve o aquecimento global atribuído ao efeito estufa. O regime adiabático assume as distribuições médias das grandezas termodinâmicas, que são dependentes apenas da altitude. As contribuições térmicas não radiativas são introduzidas através do ajuste do coeficiente adiabático do gradiente térmico da troposfera nas regiões dos trópicos, igual a 6,5 K/km. O aquecimento global deriva-se com o balanço energético entre o sol e as radiações emitidas na superfície e troposfera terrestres. Assume-se como principal causa do aquecimento global, o aumento da concentração de  $CO_2$  na troposfera na era pós-industrial. Derivam-se as expressões de emissividade do  $CO_2$  em função de sua concentração na troposfera, a partir do o forçamento radiativo associado ao efeito estufa sobre a terra. Ademais, estabelecese uma relação quantitativa simples para descrever o comportamento do gradiente térmico com o aumento da concentração de  $CO_2$  na troposfera. Por fim, destacamos algumas técnicas de medidas visando uma possível detecção do aquecimento global nos próximos decênios.

Palavras-chave: atmosfera adiabática, efeito estufa, evolução climática, aquecimento global.

We present an adiabatic model of the earth's atmosphere that describes the thermal behavior observed under the greenhouse effect. The adiabatic regime assumes an average distribution of thermodynamic variables in the atmosphere, which depend only on altitude. Non radiative thermal contributions are included by adjusting the adiabatic coefficient, such that the thermal lapse rate coincides with the measured value in the tropics, equal to 6.5 K/km. Global warming is derived from an energetic radiation balance of the incoming solar radiation, and radiations from the earth's ground and troposphere. We assume the increase of  $CO_2$  concentration in the atmosphere in the industrial era, as the main cause of global warming. Using the concept of radiative forcing, we derived expressions for the tropospheric emissivity as a function of  $CO_2$  concentration. Moreover, we established a simple expression to describe the lapse rate behavior with increasing  $CO_2$  concentration in the troposphere. Finally, we discuss some experimental techniques for the detection of global warming in the next decades. **Keywords:** adiabatic atmosphere, greenhouse effect, climatic evolution, global warming.

### 1. Introdução

Nos últimos anos, o debate sobre as mudanças climáticas na terra, cresceu consideravelmente como conseqüência das variações observadas nos últimos decênios. No cenário atual, destacam-se fatores advindos dos seres humanos, conhecidos como causas antropogênicas, que contribuíram de alguma forma no aquecimento do clima terrestre, observado na era pósindustrial. A compreensão geral dos fenômenos físicos envolvidos na evolução climática do planeta representa um desafio científico de monta, de enfoque multidisciplinar. Há grandes expectativas quanto aos programas climáticos envolvendo soluções tecnológicas inovadoras e confiáveis. Os governos dos países em geral, deverão prover as políticas corretas com vistas a prover o desenvolvimento sustentável do planeta.

O primeiro modelo do aquecimento global da era pós-industrial foi proposto por Arrhenius em 1896 [1]. Segundo o autor, os combustíveis fósseis liberam o gás carbônico (CO<sub>2</sub>) na atmosfera da terra. O CO<sub>2</sub> liberado, por sua vez absorve a radiação infravermelha emitida pela superfície terrestre. Essa radiação é então reemitida ao solo e assim, portanto, aquece o planeta. Atualmente, o painel intergovernamental de mudanças climáticas das Nações Unidas, o IPCC (*Intergovernamental Panel on Climate Change*) é o órgão responsável pela grande maioria dos estudos climatológicos produ-

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>E-mail: mtfurtado@dglnet.com.br.

Copyright by the Sociedade Brasileira de Física. Printed in Brazil.

zidos nos últimos anos. O modelo climático do IPCC segue a proposta inicial de Arrhenius, com uma abordagem significativamente mais complexa, incorporando outras radiações térmicas, oriundas do vapor de água e outros gases presentes na atmosfera. O IPCC publicou relatórios quase bi-anuais desde 1990, que podem ser acessados facilmente no endereço eletrônico (http://www.ipcc.ch/). Neste trabalho, faremos referências a alguns desses relatórios. O IPCC apresentou a única proposta para reduzir a concentração do CO<sub>2</sub> na atmosfera, visando contemplar também os efeitos colaterais derivados do efeito estufa. Essa proposta, conhecida como o Protocolo de Kyoto, foi promulgada em 1997. Porém, vale ressaltar, não foi aceita pelos países mais poluentes, como os Estados Unidos e a China.

Por outro lado, nesse mesmo período, surgiram diversos trabalhos de pesquisa com conclusões contrárias às previsões do efeito estufa. Geralmente, tais pesquisas são oriundas de autores céticos, que contestam as diretrizes do Protocolo de Kyoto. Em linhas gerais, esses pesquisadores negam as causas antropogênicas do aquecimento global atribuídas pelo IPCC. Ademais, desconsideram o  $CO_2$  como causa do aquecimento global. Em vez disso, atribuem as variações climáticas dos últimos dois séculos, ao comportamento cíclico da temperatura no centro da terra. Essas variações apresentam períodos cíclicos longos, da ordem de alguns milênios, conforme reportado por alguns autores [2-4]. Nesse cenário, estaríamos atualmente num período de resfriamento climático e o aquecimento global registrado pelo IPCC nos dois últimos séculos seria insignificante. Ademais, o aumento de CO<sub>2</sub> antropogênico detectado na atmosfera, teria pouca ou nenhuma influencia no clima e na temperatura terrestre.

Há contestações sérias e enérgicas sobre as conclusões reportadas por esses autores céticos na literatura [5]. Contudo, nas publicações mais recentes [4], emergiram conclusões contraditórias sobre o papel do  $CO_2$  na atmosfera terrestre, com resultado oposto ao efeito estufa reportado pelo IPCC. Esses autores utilizaram o modelo adiabático da atmosfera na terra, e demonstraram uma redução da temperatura na superfície terrestre de alguns graus, se a atmosfera fosse constituída unicamente de CO<sub>2</sub>. O modelo adiabático permite uma abordagem simplificada da atmosfera terrestre, através da analise da temperatura e pressão média em função da altitude na troposfera, que abrange altitudes até aproximadamente 15 km. Desse modo, determinam-se as grandezas termodinâmicas dos gases na atmosfera, incluindo possíveis contribuições da umidade relativa do ar.

Neste trabalho, contestamos as conclusões reportadas na Ref. [4], utilizando o modelo adiabático, devido à simplicidade analítica para o calculo das grandezas termodinâmicas relevantes dos gases na atmosfera terrestre. As variações médias da pressão e temperatura são ajustadas aos valores medidos na troposfera, Furtado

através do coeficiente adiabático dos gases presentes na atmosfera. Destacamos a influência da umidade do ar na determinação do gradiente térmico da troposfera terrestre. Ademais, incorporamos a contribuição térmica do efeito estufa no modelo adiabático da atmosfera. Nosso modelo assume a concentração de CO<sub>2</sub> no ar, como variável na determinação da radiação térmica ou emissividade na atmosfera. Assim, estimamos quantitativamente a concentração de CO<sub>2</sub> na atmosfera terrestre na era pós-industrial. Os resultados corroboram plenamente as previsões do IPCC. Não obstante, há duas abordagens originais neste trabalho. A primeira é a derivação da emissividade do CO<sub>2</sub> na troposfera, que depende essencialmente, de sua respectiva concentração na atmosfera. A segunda refere-se à obtenção de uma relação direta entre o gradiente térmico no regime adiabático com a concentração de CO<sub>2</sub> na troposfera. Essa relação nos permite determinar como se desloca o gradiente térmico na troposfera em função da altitude com o aquecimento global, nos próximos decênios deste século.

No seção 2, apresentamos a descrição do modelo adiabático da atmosfera terrestre. Na secão 3, estimamos a temperatura na superfície terrestre através do balanço energético entre o sol e a terra. Na seção 4, introduzimos o efeito estufa sobre a terra com um modelo simplificado de duas camadas. Na seção 5, apresentamos o forçamento radiativo, oriundo do IPCC, de modo a estabelecer a relação entre a emissividade da radiação na troposfera e a concentração de CO<sub>2</sub> na atmosfera terrestre. A seção 6 apresenta o tópico principal e original deste trabalho, onde derivamos uma relação de dependência direta da emissividade do  $CO_2$  na troposfera em função da concentração de CO<sub>2</sub> na atmosfera. Na seção 7, inserimos a emissividade do  $CO_2$  no modelo adiabático da atmosfera terrestre. Assim, estabelecemos a relação do dependência entre o gradiente térmico e a concentração de CO<sub>2</sub> na troposfera, um resultado relevante deste trabalho. Na seção 8, discutimos algumas técnicas de medidas do gradiente térmico, realizadas na atmosfera terrestre. Enfim, na seção 9, apresentamos a conclusão.

# 2. O modelo adiabático da atmosfera terrestre

O modelo adiabático considera a atmosfera terrestre como um gás ideal e homogêneo, e deriva-se de modo simples com a primeira lei da termodinâmica [6-9]. Considera-se a pressão da atmosfera P em função da altitude z imersa no campo gravitacional e uniforme da terra. Se  $\rho$  e g são a densidade do ar e a aceleração da gravidade, respectivamente, a variação de P em função de z numa camada atmosférica dz é dada por [6-8],

$$dP = -\rho g dz , \qquad (1)$$

onde  $\rho$  é a densidade do ar dada na Ref. [8] por

$$\rho = \frac{P \ M_m}{R \ T},\tag{2}$$

 $M_m$  é a massa molar da atmosfera terrestre e R = 8,3143 joule/K.mol é a constante dos gases. Por outro lado, defini-se o parâmetro adiabático  $\alpha$  com a expressão

$$\alpha = \frac{\gamma - 1}{\gamma},$$

onde  $\gamma = C_p/C_v$  é o coeficiente adiabático de um gás ideal.  $C_p$  e  $C_v$  são o calor específico do ar à pressão e a volume constante, respectivamente. Considerando-se que  $C_p = C_v + R$ , e inserindo-se as expressões de  $\alpha$  e  $\gamma$ , tem-se

$$\alpha = \frac{R}{C_P}.$$
(3)

Com a primeira lei da termodinâmica [6, 7] e as Eqs. (2) e (3), determina-se o gradiente térmico adiabático  $\Gamma_d$  dado por

$$\Gamma_d = \frac{dT}{dz} = \frac{M_m \ g}{C_p} = -\frac{M_m \ g \ \alpha}{R}.$$
 (4)

Assumindo-se,  $g = 9,807 \text{ m/s}^2$  e constante na troposfera, numa atmosfera seca com  $M_m = 2,896 \times 10^{-2}$  kg/mol e  $\alpha = 0,286$ , tem-se  $\Gamma_d = 9,7$  K/km. Esse valor é superior ao medido na atmosfera terrestre, igual a 6,5 K/km. Conforme veremos mais adiante, a umidade do ar e a convecção térmica na troposfera reduzem  $\alpha$ , por conseguinte  $\Gamma_d$ . Introduzindo o gradiente térmico terrestre na Eq. (4), obtém-se  $\alpha = 0,19$ .

Por outro lado, tem-se a equação de T em função de P no regime adiabático dada pela expressão [9, 10]

$$T = T_0 \quad \left(\frac{P}{P_0}\right)^{\alpha},\tag{5}$$

 $P_0 \in T_0$  são, respectivamente, a pressão e a temperatura na superfície terrestre.  $T_0 = 288$  K é a temperatura média na superfície da terra na era atual [11]. Na Eq. (5),  $T_0$  é conhecida como a temperatura potencial da camada de ar sob a pressão  $P_0$  [10].

Seguimos a abordagem da Ref. [4], considerando  $\alpha$ como parâmetro ajustável do gradiente térmico  $\Gamma_d$  na Eq. (5). O valor de  $\alpha$  depende do valor efetivo de  $C_p$ dos gases constituintes da troposfera. O calor específico efetivo da atmosfera determina-se ponderando o valor de  $C_p$  de cada gás com sua respectiva fração de massa na atmosfera, ou seja

$$C_{pe} = F(\mathbf{N}_2) C_p(\mathbf{N}_2) + F(\mathbf{O}_2) C_p(\mathbf{O}_2) + F(\mathbf{CO}_2) C_p(\mathbf{CO}_2) + F(\mathbf{Ar}) C_p(\mathbf{Ar}).$$

Nessa expressão,  $F(x) \in C_p(x)$  representam a fração de massa e o calor específico do gás x, respectivamente. Em nossos cálculos, incluímos somente os principais gases presentes na atmosfera, cujos valores da fração de massa extraídos da Ref. [11] são os seguintes:  $F(N_2) = 0,7808$ ,  $F(O_2) = 0,2095$ , F(Ar) = 9,34 $\times 10^{-3}$ . Para o gás carbônico, atribuímos o valor  $F(CO_2) = 5,374 \times 10^{-4}$ , ajustado à concentração de 380 ppm (partes por milhão), reportada no relatório do IPCC 2007 (capítulo 2). No caso de  $C_p$  introduzimos as capacidades específicas molares dos gases na atmosfera extraídas da enciclopédia eletrônica *Wikipedia* (http://en.wikipedia.org/wiki/Heat\_capacity):  $C_p(N_2)$ = 29,12 J/K.mol,  $C_p(O_2) = 29,38$  J/K.mol,  $C_p(Ar) =$ 20,77 J/K.mol e  $C_p(CO_2) = 36,94$  J/K.mol.

Ademais, o ajuste de  $\alpha$  com o valor medido do gradiente térmico  $\Gamma_d$  da atmosfera terrestre, exige a inserção de um termo aditivo  $C_w$  no denominador

$$\alpha = \frac{R}{C_p + C_w},\tag{6}$$

 $C_w$  incorpora as contribuições não radiativas do calor específico na atmosfera terrestre, oriundas do vapor de água na umidade relativa do ar e da convecção térmica, presentes na baixa troposfera. Ajusta-se o valor de  $\alpha$  na Eq. (6), de modo a reproduzir o valor médio de  $\Gamma_d$  da atmosfera terrestre medido nos trópicos, de aproximadamente 6,5 K/km [11]. Nesse caso, obtém-se  $C_w = 14,58 \text{ J/K.mol}$ , donde a contribuição de massa estimada do vapor de água é inferior a 1%. Portanto, a contribuição de  $C_w$  deve-se, essencialmente, à convecção térmica na baixa troposfera, e ao calor latente na condensação do vapor de água na alta troposfera. Na realidade este ultimo processo é irreversível, e produz uma redução maior de  $\Gamma_d$  na troposfera. Contudo, essa contribuição é considerada pequena em relação à energia térmica total da massa de ar envolvida. Nesse sentido, considera-se a condensação do vapor de água como um processo pseudo-adiabático [12].

O gradiente térmico numa atmosfera adiabática pode ser também descrito por uma equação de T em função de z, que se obtém com a equação diferencial no regime adiabático dada por

$$\gamma \ \frac{dV}{V} + \ \frac{dP}{P} = 0.$$

A derivação engloba as Eqs. (2) e (5), e a lei dos gases ideais PV = nRT, onde *n* é numero de moles do ar. Daí resulta a relação entre *V* e  $\rho$  dada por

$$V = n \frac{M_m}{\rho},$$

obtendo-se a equação entre $\rho$  <br/>ePno regime adiabático

$$\rho = \rho_0 \left(\frac{P}{P_0}\right)^{1/\gamma}, \qquad (7)$$

onde  $\rho_0$  é a densidade do ar na superfície da terra. Combinando as Eqs. (2) e (7), resulta a equação diferencial que rege a variação de P e z

$$\frac{dP}{dz} = -\rho_0 g \left(\frac{P}{P_0}\right)^{1/\gamma}.$$
(8)

A integração fornece a expressão de P em função de z no regime adiabático

$$P = P_0 \left(\frac{1-z}{z_0}\right)^{1/\alpha},$$
 (9)

onde o parâmetro  $z_0 = RT_0/\alpha M_m g$ , é um fator de escala, que descreve o decréscimo de P com a altitude z na atmosfera terrestre. Introduzindo os valores numéricos de g e  $M_m$ , e considerando uma atmosfera seca com  $\alpha = 0,286$ , obtém-se  $z_0 \approx 29,3$  km. No caso da atmosfera terrestre úmida onde  $\alpha = 0,19$ , obtém-se  $z_0 \approx 44$  km. Ambos os resultados estão bem acima da altitude normalmente atribuída ao topo da troposfera, situada próximo a 17 km nas regiões dos trópicos, mas que se reduz quase à metade, próximo aos polos terrestres [11]. O modelo adiabático é válido para  $P > \sim 10^{-4}$ atm, onde se considera a atmosfera no equilíbrio termodinâmico local [12].

Por fim, invertendo-se a Eq.  $(9) \operatorname{com} z \operatorname{em} \operatorname{função} \operatorname{de} P$ , e combinando-a com a Eq. (5), obtém-se a expressão do gradiente térmico no regime adiabático

$$T = T_0 \left(\frac{1-z}{z_0}\right). \tag{10}$$

Na Eq. (10), o parâmetro adiabático  $\alpha$  influencia através do fator de escala  $z_0$ . A Fig. 1 ilustra como P varia em função de z no modelo adiabático com a Eq. (9), numa atmosfera seca e úmida, respectivamente. O maior valor de  $\alpha$  na atmosfera seca é compensado pelo maior fator de escala da atmosfera úmida, resultando numa variação de P em função da altitude, muito próximas nos dois casos. Por outro lado, a Fig. 2 mostra a dependência de T em função de P nesses 2 casos com a Eq. (5). Observa-se nitidamente, uma queda menos acentuada de T na atmosfera úmida. As Figs. 1 e 2 ilustram o impacto de  $\alpha$  no comportamento da atmosfera terrestre, e como se ajusta o valor medido experimentalmente. Por fim, a validade do regime adiabático se estende até aproximadamente 20 km de altitude, onde se inicia a estratosfera e ocorre a inversão do gradiente térmico com a altitude [11].



Figura 1 - A pressão (atm) em função da altitude (km) no modelo adiabático, numa atmosfera terrestre úmida (a) e seca (b), respectivamente.



Figura 2 - A temperatura (K) em função da pressão (atm), no modelo adiabático numa atmosfera terrestre úmida (a) e seca (b), respectivamente.

## 3. Estimativa da temperatura na superfície da terra

Uma analise rigorosa do comportamento global na atmosfera terrestre, exige modelos sofisticados na determinação das distribuições continuas de massa e possíveis deslocamentos ao redor da terra. Os modelos abrangem a lei da hidrostática, a primeira lei da termodinâmica, e fenômenos complexos de convecção e transporte de massa [13, 14]. Ademais, exigem-se dados precisos das variações das grandezas físicas envolvidas ao longo do tempo. Também, incluem-se as contribuições térmicas da radiação solar e geológicas das partes mais internas do planeta. Além disso, a inclinação do eixo de precessão da terra em relação à eclíptica modifica a radiação solar em função da latitude na superfície terrestre. Todavia, toda a redistribuição de massa dos gases presentes na troposfera, atribui-se à convecção térmica. Além do mais, ocorrem as redistribuições térmicas e de massa, dos processos físico-químicos entre os oceanos e a atmosfera.

O modelo adiabático possibilita investigar de modo simplificado, mas suficientemente preciso as possíveis variações médias das grandezas termodinâmicas na troposfera. As equações descritas no parágrafo anterior permitem determinar o comportamento médio da temperatura terrestre em função da composição dos gases constituintes da atmosfera. Esse cenário nos permite introduzir o efeito estufa de modo natural, e assim estimarmos quantitativamente o aquecimento médio global da temperatura terrestre em função da concentração de  $CO_2$  na atmosfera. Nesse sentido, procuramos definir uma relação direta entre a concentração do  $CO_2$  proveniente de fatores antropogênicos na atmosfera, e o aumento efetivo da temperatura na terra nos próximos anos.

Normalmente, estima-se a temperatura na superfície da terra através do balanco energético da radiação solar incidente e a emissão de corpo negro da superfície terrestre [15]. A primeira é dada pela constante solar  $S = 1,367 \text{ KW/cm}^2$ , da qual uma parte é refletida de volta ao espaço e denomina-se albedo (A). O albedo médio da terra  $\approx 0,3$ . A radiação  $R_S$  de corpo negro emitido pela superfície da terra se calcula com a lei de Stefan-Boltzman:  $R_S = \sigma T_S$ , onde  $\sigma = 5,67 \times 10^{-8}$  $W/m^2 K^4 e T_S é a temperatura na superfície terrestre.$ Define-se o balanço energético como a radiação recebida do sol que compensa a radiação emitida pela terra em todo o espaço. Todavia, a área da radiação solar que incide sobre a terra, limita-se à projeção da área efetiva do disco de raio r da terra, igual à  $\pi r^2$ . Portanto, o balanço energético é dado por [8, 15]

$$S (1-A) \pi r^2 = 4 \pi r^2 \sigma T_S^4, \tag{11}$$

onde  $T_S$  calcula-se com a expressão

$$T_{S} = \left(\frac{S \ (1-A)}{4 \ \sigma}\right)^{1/4}.$$
 (12)

Introduzindo os valores de S,  $A \in \sigma$  na Eq. (12), obtém-se  $T_S = 255$  K. Esta temperatura está abaixo da temperatura  $T_0$ , normalmente atribuída à superfície terrestre, igual a 288 K ou 15 °C [15]. A diferença  $\Delta T = T_0 - T_S = 33$  °C é atribuída ao efeito estufa. Não obstante, recentemente, alguns autores reportaram um menor valor de  $\Delta T = 24$  °C, em decorrência de um maior valor calculado de  $T_S = 264$  K [4]. Esses autores também empregaram o modelo adiabático da atmosfera terrestre. Mas incluíram na Eq. (12), o efeito do ângulo de obliqüidade  $\psi$ , que representa a inclinação do eixo de revolução terrestre em relação à eclíptica, ou seja, ao plano de sua órbita em torno do sol. O ângulo  $\psi$ varia entre 22,1 e 24,5 graus com ciclos de duração de cerca de 40 mil anos. Na era atual,  $\psi \approx 23,5$  graus. Os autores introduziram no denominador da Eq. (6), um fator  $f(\psi)$ , valido apenas para pequenos ângulos [16]. Logo, obtém-se o valor corrigido de  $T_S$  com a divisão por  $f(\psi)$ . Nas latitudes médias e baixas,  $f(\psi)$ apresenta uma variação decrescente quase linear, que é bem representada por  $f(\psi) = (1 - \psi/180)^{1/4}$ , conforme ilustra a Fig. 3. Logo, se  $\psi = 23.5$  graus, o aumento de  $T_S$  é de 3,4%, obtendo-se  $T_S \approx 264$  K. Ademais, nas maiores latitudes, os períodos diurnos e noturnos são mais longos e alternam-se com durações quase semestrais. O balanço energético da Eq. (11) modifica-se nas regiões polares, obtendo-se o dobro da radiação solar anual. Nesse caso,  $f(\psi) \approx 2$ , praticamente não varia, conforme ilustra a Fig. 3. Porém, o albedo dobra nos pólos, e conseqüentemente, as temperaturas são mais baixas e próximas de 250 K (-23 °C), nessas regiões.



Figura 3 - Variação do fator de obliqüidade no denominador da Eq. (17). Expressões de  $f(\psi)$  para baixas e altas latitudes, respectivamente: a) 4(1 -  $\psi/\pi$ ), b) e c) Ref. [3].

O posicionamento cético desses autores, em relação ao efeito estufa, visa minimizar seus efeitos. Para ajustar  $T_0 = 288$  K com o valor corrigido de  $T_S = 264$  K, tais autores introduziram um fator de ajuste  $\approx 1.09$ , de modo a compensar o menor  $\Delta T$  obtido com a inclusão da obliqüidade no calculo de  $T_S$ . Contudo, esse fator é arbitrário, e pode-se reduzi-lo a um valor menor, por exemplo  $\approx 0.87$ , donde obtém-se  $T_S = 255$  K em conformidade com a Eq. (12). Portanto, qualquer contribuição da obliqüidade no calculo de  $T_S$  pode ser compensada por um fator arbitrário adequado.

#### 4. Revisão do efeito estufa na terra

Neste trabalho, empregamos o modelo adiabático da atmosfera terrestre no calculo de  $T_S$ , de acordo com a proposta inicial de Arrhenius [1]. Nessa abordagem, o efeito estufa modifica substancialmente o balanço energético entre a radiação solar e a emissão infravermelha na troposfera terrestre. O fator principal do acréscimo de temperatura  $\Delta T$  é a emissividade do  $\mathrm{CO}_2$  presente na troposfera. Ademais, desconsideramos doravante, qualquer contribuição arbitrária na determinação de  $T_S$  em função da obliqüidade, ou desvio do eixo de rotação terrestre em relação à eclíptica.

Num modelo simplificado do efeito estufa, considera-se o equilíbrio da radiação solar e a emissão da superfície terrestre, entre duas camadas planas a diferentes temperaturas constantes: uma na superfície terrestre  $(T_S)$  e a outra numa altitude média na troposfera  $(T_A)$ . O equilíbrio engloba todos os processos energéticos na baixa atmosfera, como ventos e as correntes marítimas, assegurando a constância térmica de cada camada. A radiação do sol e a emissão de corpo negro na superfície terrestre são as duas fontes de radiação. A primeira centrada na região visível do espectro é transparente na atmosfera, portanto é absorvida na superfície terrestre. Por outro lado, a radiação de corpo negro dessa mesma superfície concentra-se na faixa de do infravermelho próximo. Nesse caso, considera-se a absorção total da radiação infravermelha na troposfera, em acordo com a lei do corpo negro de Stefan-Boltzmann. Ademais, prevalece o equilíbrio termodinâmico local da lei de Kirchoff da radiação térmica [17-19]. Nesse caso, a emissividade e a absortância igualam-se em todos os comprimentos de onda da radiação térmica. Portanto, suas respectivas intensidades no infravermelho próximo são idênticas, no balanço energético entre as duas camadas atmosféricas do efeito estufa. A radiação solar média incidente sobre a terra é dada pela razão da área de projeção do disco iluminado, sobre a área total da esfera terrestre, ou seja, S(1-A)/4. Portanto, o balanço energético da radiação na camada superior da troposfera é dado por

$$\frac{S(1-A)}{4} = \varepsilon \sigma T_A^4 + (1-\varepsilon) \sigma T_S^4.$$
(13)

A emissividade  $\varepsilon$  aparece explicitamente nos dois termos à direita da Eq. (13). No primeiro, representa a emissão da troposfera em todo o espaço. No segundo, refere-se à absortância dessa mesma radiação na troposfera. Por outro lado, o balanço energético na camada situada na superfície terrestre é dado pela expressão

$$\frac{S(1-A)}{4} = \sigma T_S^4 - \varepsilon \sigma T_A^4.$$
(14)

Nesse caso,  $\varepsilon$  contempla a radiação infravermelha emitida pela troposfera e absorvida na superfície terrestre. A temperatura de cada camada do efeito estufa determina-se com as Eqs. (13) e (14). Portanto, as temperaturas na troposfera  $T_A$  e na e superfície terrestre  $T_S$ , são dadas por

$$T_A = \frac{T_S}{2^{1/4}},$$
 (15)

$$T_S = \left(\frac{S\left(1-A\right)}{4\ \sigma\ \left(1-\frac{\varepsilon}{2}\right)}\right)^{1/4}.$$
 (16)

Nota-se a relevância de  $\varepsilon$  no calculo de  $T_S$ . Podemos estimá-la inserindo valores conhecidos das constantes e atribuindo a  $T_S$ , a temperatura média na superfície terrestre, igual a 288 K, donde obtemos o resultado,  $\varepsilon \approx 0,77$ em bom acordo com outros autores [2]. Inserindo o valor de  $T_S$  na Eq. (15), temse,  $T_A \approx 242$  K. No modelo adiabático com atmosfera úmida, esse valor de  $T_A$  corresponde a uma altitude de 7,5 km sob uma pressão atmosférica  $\approx 40\%$ menor em relação à superfície terrestre. O balanço energético do efeito estufa pode ser ampliado com mais camadas atmosféricas intermediárias, favorecendo assim, maior intercâmbio energético entre as camadas mais próximas à superfície terrestre [18]. A absorção abrupta da radiação na superfície introduz uma descontinuidade no perfil da temperatura. Contudo, processos térmicos envolvendo a convecção e a condução térmica na baixa atmosfera, podem suprimir a descontinuidade da temperatura, próximo à superfície.

#### 5. Forçamento radiativo

No modelo de duas camadas do efeito estufa, destacamos a contribuição da emissividade da radiação infravermelha na troposfera, para determinar a temperatura na superfície terrestre. O membro do lado direito da Eq. (13) representa a radiação incidente sobre a terra proveniente da troposfera, e pode ser expresso da seguinte forma

$$R_S = \sigma T_S^4 + \varepsilon \sigma \left( T_S^4 - T_A^4 \right). \tag{17}$$

O primeiro termo representa a radiação de corpo negro emitida pela superfície terrestre, e o segundo, onde aparece explicitamente, a emissividade dos gases na atmosfera, contribui com a radiação associada ao aquecimento do efeito estufa. Qualquer variação positiva desse termo caracteriza quantitativamente o aquecimento de origem antropogênica sobre a terra. Nesse sentido, o IPCC (relatório de 2001, capítulo 6) introduziu o conceito radiative forcing [20] ou forçamento radiativo ( $\Delta F$ ). Este, por sua vez, define-se como o aumento efetivo da radiação que incide sobre a terra, produzida por perturbações do balanço energético entre o topo da troposfera (tropopausa) e a superfície terrestre, de maneira a atingir um novo equilíbrio térmico na superfície. Tais perturbações podem ocorrer via o aumento da concentração dos gases responsáveis pelo aquecimento global na atmosfera. Contudo, o IPCC também inclui em  $\Delta F$ , perturbações naturais, não antropogênicas, como variações da radiação solar sobre a terra e de erupções vulcânicas. Geralmente, o efeito estufa caracteriza-se por uma dependência linear em função de  $\Delta F$ , através da expressão  $\Delta T = \lambda \Delta F$ . O parâmetro  $\lambda$  representa a sensitividade climática que influi sobre o clima da terra. Se considerarmos a emissividade dos gases na troposfera, como única variável do aquecimento global, podemos expressar  $\Delta F$  usando o segundo termo da Eq. (17), ou seja

$$\Delta F = \Delta \varepsilon \ \sigma \ \left( T_S^4 - \ T_A^4 \right). \tag{18}$$

Logo, inserindo os valores de  $\sigma$ ,  $T_S \in T_A$ , obtém-se a sensitividade, dada por:  $\lambda = 5.1 \times 10^{-3} \Delta T / \Delta \varepsilon$ . Portanto, assumindo  $\Delta T = 1$  °C e  $\Delta \varepsilon = 0.01$ ; obtém-se  $\lambda$  $= 0.51 \text{ K.m}^2/\text{W}$ , em conformidade com o valor inicialmente reportado no relatório do IPCC 2001 (capítulo 6). Ou seja, um acréscimo de 0.01 na emissividade da atmosfera gera o aumento de 1 °C na temperatura da superfície terrestre.

Os valores de  $\Delta F$  determinados para todos os gases que contribuem no aquecimento global constam no relatório do IPCC 2007 (capítulo 2). As maiores contribuições são provenientes de alguns gases presentes na troposfera, donde destacam-se, o CO<sub>2</sub> que lidera com  $\Delta F = 1.46 \text{ W/m}^2$ , seguido pelo metano com  $\Delta F = 0.48 \text{ W/m}^2 \text{ e o N}_2 \text{O com } 0.15 \text{ W/m}^2$ . Os outros gases apresentam contribuições muito menores. Todavia, esses valores de  $\Delta F$  representam apenas uma perturbação no balanço energético radiativo da atmosfera, tendo em vista que são muito inferiores à radiação solar de 240  $W/m^2$  incidente sobre a terra. Além disso, no relatório IPCC 2001 (capítulo 6), também constam as expressões analíticas de  $\Delta F$  dos principais gases que contribuem no aquecimento global. No caso do gás carbônico, utilizaremos a expressão derivada por Myhre e colaboradores [21], que descreve a dependência de  $\Delta F$  em função da concentração atmosférica do gás carbônico dada por

$$\Delta F = 5,35 \, \ln \frac{C}{C_0}, \tag{19}$$

C e  $C_0$ são as concentrações de CO<sub>2</sub>, em unidades de ppm (partes por milhão), na era atual e pré-industrial, respectivamente. Igualando-se as Eqs. (18) e (19) de  $\Delta F$ , obtém-se a equação que relaciona a dependência de  $\Delta \varepsilon$  com a concentração de CO<sub>2</sub> na atmosfera terrestre

$$\Delta \varepsilon = \frac{5,35 \ln \frac{C}{C_0}}{\sigma \left(T_S^4 - T_A^4\right)},\tag{20}$$

 $\Delta \varepsilon = \varepsilon - \varepsilon_0$  onde  $\varepsilon e \varepsilon_0$  são a emissividade do CO<sub>2</sub> na atmosfera, na era atual e pré-industrial, respectivamente. Nos próximos parágrafos, utilizaremos essa expressão juntamente com a Eq. (16) para determinar a dependência de  $T_S$  em função da concentração do  $CO_2$  presente na atmosfera. O resultado será inserido na Eq. (10) em substituição à  $T_0$  na equação do gradiente térmico do modelo adiabático da atmosfera terrestre. Assim, determinaremos o perfil de temperatura do gradiente térmico em função da concentração  $CO_2$  na troposfera. Mas antes, estabeleceremos a relação entre a emissividade do  $CO_2$  em função de sua concentração na atmosfera terrestre.

# 6. Derivação da emissividade do $CO_2$ na troposfera

A absortância de um meio semi-transparente é definida pela razão da intensidade da radiação transmitida sobre a intensidade incidente  $I_0$ 

$$a = \frac{I_0 - I}{I_0} = 1 - \frac{I}{I_0},$$
 (21)

onde I é a intensidade absorvida no meio semi-transparente. A transmitância define-se pela razão  $I/I_0$ . A lei de Beer-Lambert estabelece a relação de proporcionalidade entre o decaimento de I e a massa absorvedora por unidade de seção de choque [18, 19]

$$dI = -I \ k \ \rho \ dL,$$

k é a seção de choque de absorção em unidades (m<sup>2</sup>/kg), e L é a distância percorrida pela radiação. O fator  $(k\rho L)$  é também conhecido como absorvância ou *opti*cal depth (caminho óptico). Logo, com a integração de dI, obtém-se a equação exponencial da transmitância

$$\frac{I}{I_0} = \exp\left(-\int^k \rho \, dL\right) \approx e^{-k \rho L}.$$
 (22)

A última aproximação é válida quando se considera apenas as variações da densidade do  $CO_2$  na atmosfera, conforme assumimos a seguir.

Por outro lado, a emissividade  $\varepsilon$  de um corpo semitransparente define-se pela razão de sua intensidade com a intensidade de um corpo negro equivalente à mesma temperatura. Portanto,  $\varepsilon$  é adimensional e inferior à unidade. A lei de Kirchoff da radiação térmica estabelece a igualdade entre a absorção e a emissão no equilíbrio termodinâmico local [18, 19]. Logo,  $\varepsilon = a$ , e inserindo a Eq. (22) na Eq. (21), obtém-se a expressão da emissividade dada por

$$\varepsilon = 1 - e^{-k \rho L}. \tag{23}$$

Essa expressão se simplifica quando o caminho óptico for muito inferior à unidade. Nesse caso temse,  $\varepsilon = k\rho L$ .

Os gases associados ao efeito estufa como o  $CO_2$ ,  $CH_4$ , e  $H_2O \in O_3$ , contém moléculas com espectro vibracional e rotacional. O  $CO_2$  absorve e emite radiação na região do infravermelho próximo, de comprimento de onda igual a 4 e 15  $\mu$ m [17, 18]. Os gases de moléculas diatômicas, como o  $N_2 \in O_2$  não contribuem na faixa do infravermelho.

Doravante, assumimos a emissividade  $\varepsilon$  do CO<sub>2</sub> dependente da concentração do CO<sub>2</sub>, que por sua vez, cresce com sua concentração na atmosfera terrestre. De acordo com a Eq. (18), qualquer acréscimo do efeito estufa resulta de uma variação positiva de  $\Delta \varepsilon$  na atmosfera terrestre. Consideramos a densidade do CO<sub>2</sub> como único parâmetro variável da absorbância.  $k \in L$ são constantes. Ademais, as variações de  $\varepsilon$  são muito pequenas em relação ao seu valor na era pré-industrial  $\varepsilon_0$ . Logo, o diferencial  $\Delta \varepsilon$  da Eq. (23) pode ser aproximado com boa precisão na expressão

$$\Delta \varepsilon = \Delta \rho \ k \ L \ (1 - \varepsilon_0) \,. \tag{24}$$

A fim de deduzir a relação entre  $\Delta \rho \in \Delta C$ , determinaremos antes a densidade volumétrica do ar na atmosfera, com a equação dos gases  $PV = NK_B/T$ , onde N é o numero de moléculas do gás e  $K_B$  é a constante de Boltzmann. N/V em função das grandezas termodinâmicas é dado pela expressão

$$\frac{N}{V} = \frac{P}{K_B T}$$

A densidade volumétrica de um ppm (parte por milhão) corresponde à um milionésimo do seu valor à pressão atmosférica. Se nas unidades CGS, a pressão atmosférica na superfície terrestre é  $P=1,01325 \times 10^6$  dinas/cm<sup>2</sup>,  $K_B = 1,33054 \times 10^{-16}$  ergs/K e T = 288 K, tem-se  $N/V = 2,64 \times 10^{19}$  moléculas/cm<sup>-3</sup>. Logo, a densidade volumétrica de 1 ppm é igual a  $2,64 \times 10^{13}$  moléculas/cm<sup>-3</sup>. Podemos então expressar a concentração de CO<sub>2</sub> em unidades ppm da seguinte forma

$$C_{\text{CO2}} \text{ (ppm)} = \frac{\left(\frac{N}{V}\right)_{\text{CO}_2}}{\left(\frac{N}{V}\right)_{1 \text{ ppm}}} = \frac{\left(\frac{N}{V}\right)_{\text{CO}_2}}{K_B},$$

 $C_{\rm CO_2}~(\rm ppm)$ é a concentração de CO<sub>2</sub> em ppm.  $(N/V)_{\rm CO_2}$  e  $(N/V)_{\rm 1~ppm}$ são as densidades volumétricas do CO<sub>2</sub> e do ar de 1 ppm, respectivamente.

Por outro lado, considerando as igualdades:  $1/K_BT = 1$  ppm e  $(N/V)_{CO_2} = P_{CO2}/K_BT$ , tem-se a seguinte relação

$$C_{\rm CO_2} \,(\rm ppm) = P_{\rm CO_2} \,(\rm dinas.cm^{-2} \,ou \, 0, 1 \, Pa).$$
(25)

Logo, deduz-se a igualdade:  $P_{\rm CO_2}$  (Pa) =  $10^{-1} C_{\rm CO_2}$  (ppm).

Por fim, derivando-se a Eq. (2) e considerado a Eq. (25), obtém-se a equação de  $\Delta \rho$  em função de  $\Delta C$ 

$$\Delta \rho_{\rm CO_2} = \left(\frac{M_m}{R T}\right) \left(\frac{\Delta C_{\rm CO_2}}{10} - \frac{\Delta T}{T}\right), \qquad (26)$$

onde  $\Delta C_{\rm CO_2} = C_{\rm CO_2} - C_0$ .  $\Delta T$ é desprezível em relação à  $\Delta C_{\rm CO_2}$ . Com valores típicos:  $\Delta T < 2C$ ,  $C_0 = 280$  ppm eT = 288 K, tem-se  $\Delta T/T = 2 \times 10^{-5}$ , muito abaixo de  $\Delta C_{\rm CO_2}$  /10 = 8 ppm. Logo, simplificando, tem-se

$$\Delta \rho_{\rm CO_2} = \left(\frac{M_m}{R T}\right) \left(\frac{\Delta C_{\rm CO_2}}{10}\right). \tag{27}$$

A expressão de  $\Delta \varepsilon$  em função da concentração de CO<sub>2</sub>, obtém-se inserindo a Eq. (26) na Eq. (24)

$$\Delta \varepsilon = \left(\frac{M_m}{R T}\right) \left(\frac{\Delta C_{\rm CO_2}}{10}\right) k L (1 - \varepsilon_0).$$
 (28)

Nesse ponto, introduzimos as condições de contorno do efeito estufa sobre a terra, e estimamos o valor da constante associada ao produto kL na Eq. (28). Segundo o relatório do IPCC 2001 (capítulo 6), os valores limites conhecidos em 1998 da concentração de  $CO_2$ na atmosfera, eram aproximadamente  $C_0 = 280$  ppm e C = 360 ppm, na era pré-industrial e atual, respectivamente. Vale ressaltar no relatório do IPCC 2007 (capítulo 2) um acréscimo de 20 ppm na concentração do  $CO_2$  em 2005. Tal acréscimo resulta numa alteração pouco significativa e será desprezado a seguir. A emissividade atual do CO<sub>2</sub> é  $\varepsilon = 0.77$ , calculado acima com a Eq. (16). Tal resultado está de acordo com a temperatura atual da superfície da terra. A emissividade na era pré-industrial  $\varepsilon_0$  se estima com a Eq. (16), considerando  $\varepsilon_0 = \varepsilon - \Delta \varepsilon$ , onde  $\varepsilon$  é a emissividade na era atual. Nesse caso, obtém-se  $\varepsilon_0 = 0.763$ . Logo, inserindo na Eq. (28), os valores limites de  $C \in \varepsilon$ , junto a massa molar do CO<sub>2</sub>,  $M_m(CO_2) = 4.4 \times 10^{-2}$  kg/mol, a constante R = 8,314 J/K.mol e a temperatura na troposfera  $T_A = 242$  K, determina-se o produto  $k.L = 1,69 \times 10^2$  $m^3/kg$ . Com esse resultado na Eq. (28), obtém-se a expressão linear de  $\Delta \varepsilon$  em função de  $\Delta C$ 

$$\Delta \varepsilon = 8,76 \times 10^{-5} \Delta C_{\rm CO_2} \sim 10^{-4} \Delta C_{\rm CO_2}$$

Portanto, a expressão linearizada da emissividade em função da concentração do  $CO_2$  na troposfera é dada por

$$\varepsilon = \varepsilon_0 + 10^{-4} (C - C_0). \tag{29}$$

Todavia, o forçamento radiativo reportado pelo IPCC caracteriza-se por uma dependência logarítmica

em função da concentração de  $CO_2$  na atmosfera terrestre. A expressão logarítmica da emissividade é dada pela Eq. (20). Podemos deduzir a dependência logarítmica da concentração do  $CO_2$  considerando a expansão de Taylor de primeira ordem, ou seja

$$\ln \left( C_{\rm CO_2} \right) ~\sim~ C_{\rm CO_2} - ~C_0 ~=~ \Delta C_{\rm CO_2}$$

e obtém-se a relação

$$\frac{\Delta_{\rm CO_2}}{C_0} \sim \ln\left(\frac{C_{\rm CO_2}}{C_0}\right)$$

A Eq. (26) de  $\Delta \rho_{\rm CO_2}$  pode ser então expressa na forma logarít<br/>mica

$$\Delta \rho_{\rm CO_2} = \left(\frac{M_m C_0}{10 R T}\right) \left(\ln \frac{C_{\rm CO_2}}{C_0} - \frac{10 \Delta T}{C_0 T}\right).$$

Do mesmo modo, o termo à direita com  $\Delta T$  é desprezível (= 2 × 10<sup>-4</sup>) em relação ao termo logarítmico (~ 0,3). Simplificando-se, tem-se

$$\Delta \rho_{\rm CO_2} = \frac{M_m C_0}{10 \ R \ T} \ \ln\left(\frac{C_{\rm CO_2}}{C_0}\right).$$

Inserindo essa expressão na Eq. (24), obtém-se a equação da emissividade do  $CO_2$  da atmosfera terrestre com a dependência logarítmica em função da concentração de  $CO_2$ , ou seja

$$\Delta \varepsilon = \frac{M_m C_0 \ k \ L \ (1 - \varepsilon_0)}{10 \ R \ T} \quad \ln\left(\frac{C_{\rm CO_2}}{C_0}\right). \tag{30}$$

Seguindo o mesmo procedimento da Eq. (29), com as condições de contorno nas eras pré-industrial e atual, respectivamente, estima-se a constante  $kL = 1.92 \times 10^2$ m<sup>3</sup>/kg, e obtém-se a expressão logarítmica da emissividade do CO<sub>2</sub> na atmosfera

$$\varepsilon = \varepsilon_0 + 2.8 \times 10^{-2} \ln\left(\frac{C_{\rm CO_2}}{C_0}\right). \tag{31}$$

As Eqs. (29) e (31) serão utilizadas na análise do efeito estufa na atmosfera terrestre. A dependência em função da concentração de CO<sub>2</sub> está ilustrada na Fig. 4. Nota-se a equivalência entre as duas expressões logarítmicas, Eqs. (20) e (31), como consequência das mesmas condições de contorno usadas nos dois casos. A formula linearizada na Eq. (29) representa uma boa aproximação para concentrações um pouco abaixo de 400 ppm.

Por fim, estimamos as demais grandezas e constantes envolvidas nos cálculos da emissividade do CO<sub>2</sub>. A densidade atmosférica na superfície terrestre calcula-se com a Eq. (2), com as constantes  $M_m(ar) = 2.9 \times 10^{-2}$  kg/mol, T = 288 K e  $P = 1,013 \times 10^5$  Pa (= 1 atm), obtendo-se  $\rho_0 = 1,23$  kg/m<sup>3</sup>. Na troposfera, numa altitude aproximada de 7 km, tem-se T = 242 K e P = 0,4 atm, conforme ilustra a Fig. 2 no caso da atmosfera úmida. Logo, a densidade mais baixa da atmosfera nessa altitude é 0,584 kg/m<sup>3</sup>. A densidade do CO<sub>2</sub> na era pré-industrial também se calcula da mesma forma, com  $P_{\rm CO_2} = 2,8$  Pa  $(2,8 \times 10^{-4}$  atm) e  $M_m(\rm CO_2) = 4,4 \times 10^{-2}$  kg/mol. Obtém-se  $\rho_0$  (CO<sub>2</sub>) = 5,22 × 10<sup>-4</sup> kg/m<sup>3</sup> na superfície terrestre, que por sua vez, decresce com a pressão atmosférica em função da altitude.

A seção de choque de absorção estima-se com as Eqs. (28) e (30). O comprimento de absorção da radiação na atmosfera L assume-se da ordem de 100 m. Tal distância representa uma variação da temperatura com a altitude na troposfera, de cerca de 1 K, como mostra a Fig. 7. Se considerarmos os valores do produto kL deduzidos nas Eqs. (29) e (31), obtemos  $K = 1,69 \text{ m}^2/\text{kg}$  e 1,92 m<sup>2</sup>/kg, respectivamente, muito próximos de valores reportados na literatura [17, 18].



Figura 4 - Variação da emissividade em função da concentração de  $CO_2$  na atmosfera terrestre. Consideram-se as 3 expressões derivadas no texto: (a) a Eq. (29) linear e (b) e (c) com as Eqs. (20) e (31) de dependência logarítmica, respectivamente.

# 7. A emissividade do $CO_2$ no modelo adiabático da atmosfera terrestre

A temperatura na superfície terrestre pode ser estimada com qualquer uma das Eqs. (20), (29) ou (31) juntamente com a Eq. (21). Esta ultima insere a contribuição térmica do efeito estufa no calculo da temperatura na superfície terrestre  $T_S$ . Na Fig. 5, aparecem as variações de  $T_S$  em função da concentração de CO<sub>2</sub> na troposfera, com as 3 expressões da emissividade do CO<sub>2</sub>. O comportamento da temperatura segue, conforme previsto, a mesma tendência da emissividade na Fig. 4 em função da concentração de CO<sub>2</sub>. Ademais, podemos estabelecer a dependência entre  $T_S$  e o gradiente térmico na troposfera, atribuindo o valor calculado de  $T_S$  na Eq. (16), à temperatura potencial da atmosfera terrestre no regime adiabático. Nesse contexto,  $T_S$  é a temperatura na superfície terrestre que depende da concentração de CO<sub>2</sub> na troposfera. Logo, podemos estabelecer uma relação entre a temperatura na troposfera e a concentração de CO<sub>2</sub>, substituindo  $T_0$  por  $T_S$  na Eq. (10). Assim, inserindo a Eq. (16) de  $T_S$  na Eq. (10), podemos analisar como se comporta o gradiente térmico com a concentração de CO<sub>2</sub> na troposfera.



Figura 5 - Variação da temperatura na superfície terrestre em função da concentração de  $CO_2$  na atmosfera, considerando 3 expressões da emissividade. (A) linear: (Eq. (29)). (B) e (C) logarítmicas com as Eqs. (20) e (31), respectivamente.

Portanto, a dependência da temperatura na troposfera em função da altitude no regime adiabático, pode ser expressa da forma

$$T = \left(\frac{S(1-A)}{4\sigma(\frac{1-\varepsilon}{2})}\right)^{1/4} \frac{(1-z) \alpha M_m g}{R T_0}, \quad (32)$$

 $\varepsilon$  incorpora a dependência da concentração de CO<sub>2</sub> com as Eqs. (20), (29) ou (31). Na Fig. 6, aparecem os perfis do gradiente térmico obtidos com a Eq. (32), nos 2 tipos de atmosfera ilustrados nas Figs. 1 e 2. O gradiente térmico maior da atmosfera seca, igual a 9,7 K/km decorre do maior valor de  $\alpha = 0,286$ . Nesse caso, a variação térmica na troposfera, se limita numa faixa de altitudes, até aproximadamente 10 km acima da superfície terrestre. Por outro lado, o menor valor de  $\alpha = 0,19$  na atmosfera úmida, resulta num gradiente térmico menor de 6,5 K/km. Logo, a extensão da troposfera terrestre aumenta significativamente até aproximadamente 15 km de altitude.

De modo a ilustrar como varia a temperatura em função da concentração de  $CO_2$  na troposfera, precisamos ampliar significativamente a escala de altitudes na troposfera. Nesse caso, consideramos uma faixa relativamente pequena de altitudes, na região de absorção e emissão da radiação infravermelha. A Fig. 7 mostra como se desloca o gradiente térmico numa extensão que abrange as altitudes desde 6,8 km até aproximadamente 7,6 km. Essa faixa compreende a variação de apenas, mais ou menos 2 K. A figura mostra claramente o deslocamento do gradiente térmico com a altitude em função da concentração de  $CO_2$  na atmosfera terrestre no regime adiabático.



Figura 6 - Gradiente térmico em função da altitude na troposfera terrestre no regime adiabático, obtidos com a Eq. (32): (A) atmosfera úmida e (B) atmosfera seca.

Conforme ilustra a Fig. 7, quando a concentração do  $CO_2$  na atmosfera atingir o dobro do valor atual, ou seja 720 ppm, o gradiente térmico permanece inalterado, mas as temperaturas se deslocarão cerca de 100 m para cima na troposfera. As temperaturas aumentarão de aproximadamente 1 K nas altitudes mostradas na Fig. 7. Nessa analise, consideramos apenas as expressões logarítmicas da emissividade, mais precisas na determinação da concentração de  $CO_2$  na faixa considerada. Por outro lado, nota-se na Fig. 7, que em principio, pode-se determinar quantitativamente a concentração de  $CO_2$  na atmosfera com medições precisas da temperatura em função da altitude na troposfera terrestre.

Vale ressaltar o resultado contraditório reportado na Ref. [4], onde os autores determinaram uma pequena redução da temperatura terrestre sob uma pressão atmosférica de CO<sub>2</sub>. Esse resultado obteve-se substituindo os valores de  $M_m$  e  $\alpha$  no fator  $z_0$  na Eq. (10), com os valores correspondentes do  $CO_2$ . Considerando que no CO<sub>2</sub> tem-se,  $M_m(CO_2) = 4.4 \times 10^{-2} \text{ kg/mol e a}$ capacidade específica molar  $C_p(\text{CO}_2) = 36.94 \text{ J/K.mol},$ obtém-se  $\alpha = 0,225$  de acordo com a Eq. (3). Logo, inserindo esses dados na Eq. (4) ou (10), obtém-se um gradiente térmico um pouco maior, de aproximadamente 11,7 K/km. Nesse cenário, a temperatura decresce um pouco mais rapidamente em função da altitude na troposfera. Os autores interpretam esse pequeno decréscimo do gradiente térmico, como uma redução efetiva da temperatura terrestre sob uma atmosfera de  $CO_2$ . Porém, ignoraram qualquer contribuição da emissividade do  $CO_2$  no calculo da temperatura na superfície terrestre. Conforme destacamos amplamente neste trabalho, a emissividade do  $CO_2$  tem um papel determinante no aquecimento global associado ao efeito estufa, além de determinar corretamente a temperatura na superfície terrestre.



Figura 7 - Variação do gradiente térmico na troposfera no regime adiabático, em função da concentração de  $CO_2$  com a Eq. (32). As altitudes situam-se próximas à camada superior, emissora da radiação térmica na troposfera. O parâmetro variável é a concentração de  $CO_2$  na Eq. (16) com a emissividade linear e logarítmicas, respectivamente. (a): Eqs. (20) e (31) com C = 360 ppm, (b): Eq. (29) com C = 360 ppm, (c): Eqs. (20) e (31) com C = 450 ppm, (d): Eq. (29) com C = 450 ppm, (e): Eqs. (20) e (31) com C = 720 ppm e (f): (29) com C = 720 ppm.

# 8. Considerações sobre as medidas do gradiente térmico na troposfera

As observações na atmosfera terrestre empregam várias técnicas de medidas experimentais [22]. As mais rotineiras utilizam balões atmosféricos, conhecidos como radiossondas na medição da umidade relativa do ar, altitude/longitude, pressão e temperatura local. Os resultados das medidas são enviados periodicamente por transmissão via radiofreqüencia às estações terrestres. Os equipamentos utilizados nas radiossondas são transportados em balões inflados com gases de baixa densidade em relação ao ar (H<sub>2</sub> ou He). O balão se expande com a altitude devido à diminuição da pressão da atmosfera com a altitude. Uma radissonda pesa cerca de 250 gramas e pode atingir o topo da troposfera.

Nas observações a maiores altitudes, empregam-se satélites nas medições com sensoriamento remoto. As técnicas incluem o retro-espalhamento de micro-ondas (radares), e também nas regiões visível e ultravioleta do espectro eletromagnético. Esta última é mais conhecida pelo acrônimo "LIDAR" (*light detection and ranging*).

Desde 1979, realizaram-se medidas sistemáticas na atmosfera terrestre, empregando satélites e radiossondas, a fim de levantar dados periodicamente, para determinar a evolução no tempo das grandezas medidas na atmosfera. As medidas incluem a temperatura, na superfície e em função da altitude na troposfera [23]. Diversos trabalhos recentes destacaram uma ampla variedade de medidas, das quais considerarmos apenas algumas, relacionados a este trabalho. Primeiro, vale destacar os resultados conflitantes obtidos com diferentes técnicas de medidas de temperatura na troposfera [24, 25]. Os satélites MSU (Microwave Sounding Unit), atribuem um acréscimo médio da temperatura na superfície e na troposfera terrestre, próximo a 0,17 K por década de anos passados. Em contrapartida, medições com radiossondas indicaram uma variação muito menor na troposfera, aproximadamente 0,04 K/década. Esse resultado é incompatível com os modelos climáticos globais mais sofisticados, utilizados geralmente na previsão das variações climáticas terrestres. Ademais, tais modelos prevêm o aumento maior da temperatura na superfície terrestre em relação à troposfera. Contudo, alguns ajustes introduzidos mais recentemente nos resultados obtidos com radiossondas, resultaram em dados maiores e mais próximos do aquecimento observado na troposfera, cerca de 0,15 K/década [26, 27].

Por outro lado, há diferenças significativas de temperatura em função da latitude na troposfera terrestre. Vários estudos confirmaram contribuições importantes da convecção térmica e umidade relativa do ar, que modificam o gradiente térmico na troposfera [28, 29]. Com efeito, as maiores temperaturas localizam-se nas regiões mais próximas aos trópicos em contraste com as regiões polares. De acordo com a Ref. [24], a temperatura global na troposfera nos últimos anos, apresentou um aumento semelhante ao da superfície terrestre. O acréscimo da temperatura global na superfície corresponde apenas a 10% dessa variação, desconsiderando a troposfera. Porém, a temperatura pode subir até 60% da variação total permitida nas regiões tropicais de gradiente térmico úmido e adiabático.

Mais recentemente, registraram-se medidas na troposfera utilizando a técnica de retro-espalhamento LI-DAR com espectroscopia Raman de alta resolução [30]. As medições foram realizadas em latitudes medianas de clima temperado na Europa, mais precisamente no sul da Alemanha, com uma resolução da temperatura inferior a 1 K até altitudes de 14 km no céu noturno. As medidas de sensoriamento remoto na atmosfera empregaram estações terrestres equipadas com telescópio. O perfil medido do gradiente térmico é muito semelhante ao mostrado nas Figs. 6 e 7, numa atmosfera adiabática e úmida. Portanto, consistente com a concentração atual de 360 ppm de CO<sub>2</sub> na troposfera. Ademais, os autores obtiveram boa concordância entre as medidas realizadas por LIDAR com as observações de radiossondas na atmosfera.

O modelo atmosférico baseado no regime adiabático aborda somente variações de grandezas termodinâmicas em função da altitude. Nesse sentido, a temperatura e pressão não variam com a latitude e a longitude terrestres. Não obstante, a Eq. (6) do calor específico da atmosfera no regime adiabático, incorpora contribuições térmicas não radiativas, que podem ser associadas à umidade relativa do ar e à convecção térmica. Tais contribuições não radiativas derivam do valor ajustado do expoente  $\alpha$  da atmosfera no regime adiabático, que reproduz o gradiente térmico médio da atmosfera terrestre nos trópicos, igual a 6,5 K/km. Nesse cenário, assume-se uma maior contribuição da convecção não radiativa, que restitui o equilíbrio térmico na troposfera em função da altitude no regime adiabático. Logo, os resultados da Fig. 7 ilustram a evolução da temperatura média nas regiões dos trópicos em função da concentração de CO<sub>2</sub> na atmosfera. Admitindose um aumento da temperatura terrestre atual de 0,15 °C/década nos próximos decênios, prevê-se um aumento de 1 °C, aproximadamente daqui a 70 anos. Nesse caso, a concentração de CO<sub>2</sub> deverá quase dobrar de acordo com o gráfico da Fig. 5. Este resultado está de acordo com a Fig. 7, onde nota-se que a concentração de  $CO_2$  deverá atingir 720 ppm, ou seja o dobro do valor atual. O deslocamento previsto na altitude de uma isoterma será aproximadamente 100 m para cima. Tais variações de temperatura de apenas 1 °C estão ainda no limite de resolução das técnicas atuais de medidas atmosféricas. Contudo, maiores deslocamentos das isotermas na troposfera poderão em principio, ser mais facilmente detectados no decorrer deste século.

#### 9. Conclusão

Apresentamos o modelo adiabático da atmosfera terrestre associado ao efeito estufa na descrição do aquecimento global. Causas antropogênicas produzem o aumento significativo da concentração do CO<sub>2</sub> na atmosfera. O modelo considera a distribuição média da pressão e temperatura dos gases na troposfera, que variam apenas com a altitude. Estes são ajustados aos respectivos valores médios na troposfera terrestre, através do coeficiente adiabático dos gases na atmosfera. Ademais, incorporamos a contribuição térmica da umidade relativa do ar, que modifica o perfil de variação da temperatura na troposfera. Por outro lado, inserimos corretamente a radiação térmica do efeito estufa, oriunda do  $CO_2$  na troposfera que aquece a superfície terrestre. A concentração do CO<sub>2</sub> presente na atmosfera determina o valor da temperatura média global na era pós-industrial. A emissividade do  $CO_2$  provê a intensidade da radiação infravermelha atribuída ao efeito estufa. Vale destacar o bom acordo entre os nossos resultados e as previsões mais recentes reportadas nos relatórios do IPCC. Um aspecto relevante e inédito em nossa abordagem refere-se à expressão da emissividade do CO<sub>2</sub>, derivada a partir do forçamento radiativo. Assim, estabelecemos a relação direta entre a concentração do CO<sub>2</sub> na atmosfera com o aqueci-

mento do efeito estufa sobre a terra. A emissividade atual do  $CO_2$  e seu crescimento na troposfera nos permite prever a temperatura terrestre no futuro. Embora nosso modelo contemple apenas variações térmicas em função da altitude, contribuições não radiativas associadas à umidade relativa do ar e a convecção térmica, homogeneízam de forma eficiente o regime adiabático, reduzindo por sua vez o gradiente térmico na troposfera. O modelo adiabático em conjunto com o efeito estufa demonstra como evoluiu a temperatura terrestre na era pós-industrial. O aquecimento global decorre do aumento da concentração do CO<sub>2</sub> na troposfera, que por sua vez, altera o balanço energético proveniente do sol. Desse modo, cresce o forçamento radiativo e a temperatura na superfície terrestre. Tendo em vista, o aumento de temperatura de cerca de 0,15 °C/década nos próximos decênios, prevê-se o possível aumento de 1 °C num prazo aproximado de 70 anos. Nesse caso, a concentração de CO<sub>2</sub> deverá atingir o dobro do valor atual. Variações dessa ordem na temperatura do gradiente térmico na troposfera estariam ainda no limite de resolução, das técnicas atuais de medidas atmosféricas em função da altitude. No entanto, deslocamentos mais significativos do gradiente térmico produzidos por maiores aumentos da concentração de CO<sub>2</sub> na atmosfera, poderão ser mais facilmente detectados.

Por fim, destaca-se o contexto didático deste trabalho, que pode contribuir como introdução ao estudo do efeito estufa e sua influencia no clima terrestre. O texto se insere em qualquer curso universitário de física do nível básico, abrangendo noções elementares de termodinâmica e radiação eletromagnética. Ademais, contribui naturalmente, nos cursos de introdução à climatologia. O aquecimento global é um tema atual de pesquisa e desafios tecnológicos inovadores, que contribui para atingirmos o desenvolvimento sustentável, e pode despertar o interesse de alunos de física e outras áreas afins.

#### Agradecimentos

Ao Prof. André Tosi Furtado, do Instituto de Geociências da Unicamp, pelo envio da Ref. [4], que motivou este trabalho. Ao Editor da RBEF, pelas sugestões e críticas na forma final de apresentação do texto.

### Referências

- S. Arrhenius, Philosophical Magazine and Journal of Science Series 5, 41, 237 (1896).
- [2] L.F. Khilyuk e G.V. Chilingar, Energy Sources 25, 357 (2003).
- [3] O.G. Sorokhtin, G.V. Chilingar, L.F. Khilyuk and M.V. Gorfunkel, Energy Sources, Part A 29, 1 (2007).
- [4] G.V. Chilingar, O.G. Sorokhtin, L. Khilyuk and M.V. Gorfunkel, Environmental Geology 58, 1207 (2009).

- [5] W. Aeschbach-Hertig, Environmental Geology 52, 1007 (2007).
- [6] F. Reif, Fundamentals of Statistical and Thermal Physics (McGraw-Hill, New York, 1965), cap. 5.
- [7] P.A. Tipler, *Fisica* (Guanabara Dois, Rio de Janeiro, 1984), v. 1, cap. 13.
- [8] J.T. Hougton, *The Physics of Atmospheres* (Cambridge, 1986), cap. 1.
- [9] L. Landau and E. Lifchitz, *Physique Statistique* (Editions MIR, Moscow, 1967), cap. 4.
- [10] J.T. Hougthon, op. cit. (1986), cap. 3.
- [11] D.L. Hartmann, Global Physical Climatology (Academic Press, San Diego, 1994), cap. 1.
- [12] D.G. Andrews, An Introduction to Atmospheric Physics (Cambridge University Press, Cambridge, 2000), cap. 2.
- [13] D.G. Andrews, op. cit., cap. 4.
- [14] J. Hougthon, Global Warming: The Complete Briefing (Cambridge University Press, Cambridge, 1997), cap. 5.
- [15] D.L. Hartmann, op. cit., cap. 2.
- [16] G.V. Chilingar, O.G. Sorokhtin and L.F. Khilyuk, Environmental Geology 54, 1567 (2008).
- [17] D.G. Andrews, op. cit., cap. 3.
- [18] D.L. Hartmann, op. cit., cap. 3.

- [19] J.T. Hougthon, op. cit. (1986), cap. 2
- [20] J. Hougthon, op. cit. (1997), cap. 3.
- [21] G. Myhre, E.J. Highwood and K.P. Shine, Geophysical Research Letters 25, 2715 (1998).
- [22] Cf. Ref. [17], D.G. Andrews, op. cit., cap. 7.
- [23] J. Hurrel, S.J. Brown, K.E. Trenberth and J.R. Christy, Bulletin of the American Meteorological Society 81, 2165 (2000).
- [24] Q. Fu, C.M. Johanson, S.G. Warren and D.J. Seidel, Nature 429, 55 (2004).
- [25] M. Free and D.J. Seidel, Journal of Geophysical Research 110, D07101 (2005).
- [26] J.R. Christy, R.W. Spencer and W.D. Braswell, Journal of Atmospheric and Ocean Technology 17, 1153 (2000).
- [27] J.D. Christy, W.B. Norris, R.W.Spencer and J.J. Hnilo, Journal of Geophysical Research 112, D0612 (2007).
- [28] I. Folkins, Journal of the Atmospheric Sciences 59, 992 (2002).
- [29] R.W. Spencer and W.D. Braswell, Bulletin of the American Meteorological Society 78, 1097 (1997).
- [30] M. Radlach, A. Behrendt and V. Wulfmeyer, Atmospheric Chemistry and Physics Discussions 7, 7569 (2007).