

# Medindo a temperatura de um gás no regime de micro-Kelvin

(Measuring the temperature of a gas in the micro-Kelvin regime)

André de Freitas Smaira<sup>1</sup>, Stella Torres Müller<sup>1</sup>, Daniel Varela Magalhães<sup>2</sup>  
e Vanderlei Salvador Bagnato<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Instituto de Física de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, SP, Brasil

<sup>2</sup>Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, SP, Brasil

Recebido em 5/2/2011; Aceito em 17/1/2012; Publicado em 27/2/2012

O desenvolvimento científico nos permite trabalhar hoje com gases em temperaturas muito inferiores aos  $10^{-6}$  K. Estes gases, uma vez obtidos por técnicas de resfriamento óptico, precisam ser caracterizados com relação às suas propriedades termodinâmicas. Dentre tais propriedades está a medida da temperatura. Neste trabalho mostramos de forma tutorial como são medidas tais baixas temperaturas, através de técnicas de tempo de voo. Tais técnicas combinam conhecimento básico de mecânica, termodinâmica dentre outros tópicos convencionalmente estudados nos cursos básicos de física.

**Palavras-chave:** física atômica, átomos frios, relógio atômico.

Scientific development allows us to work today with gas at temperatures far below the  $10^{-6}$  K. These gases are obtained by optical cooling techniques and need to be characterized for their thermodynamic properties. Among these properties is the temperature measurement. We show in a tutorial how low temperatures are measured using techniques called time of flight. These techniques combine basic knowledge of mechanics, thermodynamics, among other topics conventionally studied in the basic physics course.

**Keywords:** atomic physics, cold atoms, atomic clock.

## 1. Introdução

Átomos frios, aprisionados ou em feixes desacelerados [1–3] permitiram um enorme desenvolvimento de diversas áreas da física moderna. A remoção da velocidade dos átomos suprime de forma marcante o chamado alargamento Doppler, tradicionalmente presente nas técnicas espectroscópicas utilizando vapores atômicos, permitindo um considerável aumento da resolução espectral. Por esta razão, átomos frios tornaram-se bastante atrativos para uso em metrologia de tempo e frequência. De fato, os relógios atômicos mais precisos possíveis de serem criados hoje, são baseados em átomos frios [4, 5]. Resfriamentos ainda mais profundos de amostras atômicas aprisionadas, tem permitido a obtenção de condensados de Bose-Einstein, tópico que tem revolucionado nosso entendimento de muitas áreas da física.

Quando falamos em tão baixas temperaturas, sua medida não pode ser feita com as tradicionais técnicas de medida, onde colocamos o sistema em contato com uma substância de propriedades fortemente dependentes da temperatura, e previamente calibradas, como é

o caso dos termômetros. Para muitos dos experimentos com átomos frios, a medida de sua temperatura é feita de maneira diferente, usando diretamente a definição de temperatura, através de medidas diretas da distribuição de velocidades da amostra.

Neste trabalho, apresentamos dados experimentais que permitem mostrar de forma didática, como são medidas tais temperaturas no regime de micro-Kelvin. Para isso será apresentada uma técnica para a medida dessa temperatura de uma forma indireta, utilizando a expansão de uma nuvem de átomos aprisionados. Combinando as observações com a teoria de distribuição de velocidades de Maxwell-Boltzmann, determinamos a temperatura da amostra. A técnica pode ser entendida de forma simplificada, como uma forma de medir a distribuição de velocidade dos átomos em uma caixa, fazendo um orifício, de modo a permitir por um curto intervalo de tempo que uma parte da amostra escape. Como aqueles mais rápidos são os que partem primeiro, conhecendo-se a quantidade inicial de átomos, variando o tempo de “abertura do orifício”, e medindo a quantidade que fica na caixa, podemos extrair toda a distribuição de velocidades do gás.

<sup>1</sup>E-mail: andre\_smaira@yahoo.com.br.

## 2. Descrição do sistema experimental para resfriamento e aprisionamento de átomos

O sistema experimental usado é essencialmente uma Armadilha Magneto-óptica (MOT) [6], que opera com átomos de Césio, e que faz parte do projeto de Relógios Atômicos Compactos do IFSC/EESC-USP. O sistema tem sido adequadamente descrito em diversas publicações [7,8]. O MOT é um sistema híbrido que emprega feixes de laser polarizados e campo magnético no aprisionamento de átomos neutros. Essa técnica usa a interação do momento magnético dos átomos com um gradiente de campo magnético, para criar um poço de potencial. O MOT é uma armadilha muito robusta, em que os gradientes de campo magnético são pequenos e podem ser atingidos com bobinas bem simples de serem construídas com que se consegue capturar e manter amostras atômicas compostas de cerca de  $10^{10}$  átomos. Essas armadilhas podem ser operadas em células saturadas de átomos alcalinos e em temperatura ambiente e, além disso, podem ser produzidas com lasers de diodo de baixo custo. Todas essas vantagens fizeram do MOT uma das maneiras mais baratas de se produzir amostras atômicas com temperaturas abaixo de 1 mK.

Este tipo de armadilha é constituída de três pares de feixes de laser ortogonais e contrapropagantes que se cruzam no centro de um campo magnético gerado por um par de bobinas montadas na configuração anti-Helmholtz [9] (Fig. 1). Essa configuração gera um campo nulo  $B = 0$  no centro geométrico entre as duas bobinas e próximo a essa posição o módulo do campo cresce linearmente em todas as direções, com um gradiente máximo no eixo ( $z$ ) das bobinas e metade deste valor nas direções ortogonais ( $x, y$ ).

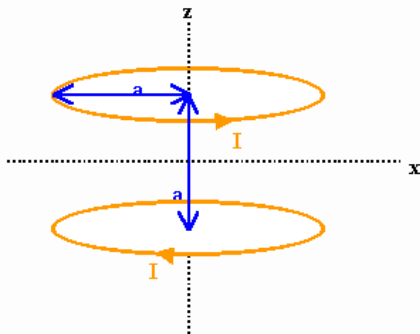


Figura 1 - Ref. [9]: Par de bobinas no arranjo anti-Helmholtz.

Para compreender o funcionamento desse tipo de armadilha será necessário considerar um átomo hipotético de dois níveis, um estado fundamental de momento angular total  $F = 0$  ( $m_F = 0$ ) e um estado excitado  $F' = 0$  ( $m_F = +1, 0, -1$ ), como mostra a Fig. 2. Aplicando um campo magnético fraco e não homogêneo  $\mathbf{B}(z) = B_0 \hat{z}$  nesse átomo, quebra-se a degenerescência do nível excitado por meio do efeito Zeeman, em  $z > 0$  o

subnível do estado excitado  $m_F = +1$  é deslocado para cima e o subnível  $m_F = -1$  para baixo, já para  $z < 0$  os estados são deslocados ao contrário. Se o átomo for iluminado com luz laser de polarizações  $-\sigma$  na direção  $-z$  e  $+\sigma$  na direção  $+z$ , nota-se que se o laser for sintonizado para o vermelho da frequência de ressonância ( $B > 0$ ), o átomo em  $z > 0$  absorverá mais fótons  $-\sigma$  do que  $+\sigma$  e conseqüentemente sofrerá uma força para a origem, onde o campo é nulo e os subníveis Zeeman são degenerados. Para  $z < 0$ , o deslocamento Zeeman é invertido e o átomo absorverá mais fótons  $+\sigma$  do que  $-\sigma$ , dessa maneira a força será novamente dirigida para  $z = 0$ . Veja a Fig. 2.

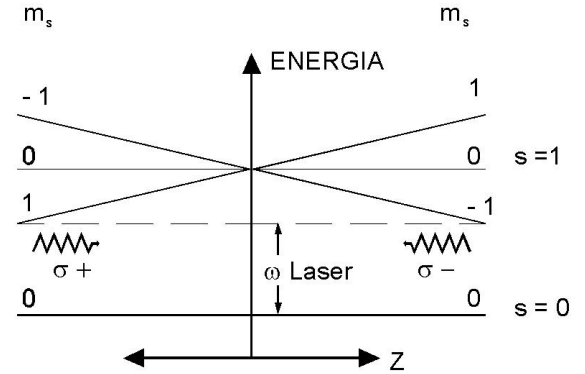


Figura 2 - Ref. [10]: Esquema do processo de aprisionamento magneto-óptico (MOT). Os feixes de aprisionamento são circularmente polarizados  $\sigma^+$  e  $\sigma^-$ .

Dessa forma o átomo sente uma força restauradora sempre em direção à origem e a força total pode ser escrita como uma força harmônica

$$f_{MOT} = -\alpha_D v - K_D z, \quad (1)$$

onde  $K_D = \alpha_D \frac{\mu_B g B_0}{k}$  é a constante de mola,  $\alpha_D$  o coeficiente de fricção,  $\mu_B = 9,274 \times 10^{-24}$  J/T é o magneton de Bohr e  $g = -4,013 \times 10^{-4}$  é o fator de Landè.

Através do sistema de detecção também podemos calcular o número de átomos aprisionados. Na Fig. 3 são mostradas as imagens de uma nuvem de átomos aprisionados e de uma nuvem em um melado óptico, isto é, sem o campo magnético das bobinas. Essas imagens foram obtidas através de uma câmera CCD.

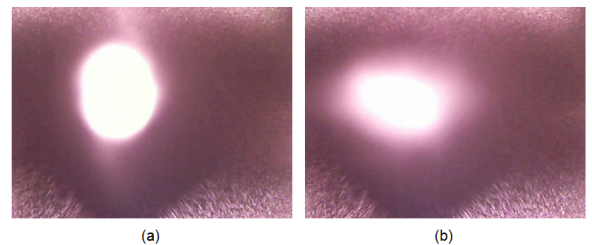


Figura 3 - Ref. [11]: (a) Imagem da nuvem de átomos aprisionados na armadilha magneto-óptica (b) Imagem da nuvem de átomos resfriados em um melado óptico, isto é, só com os feixes de laser.

A potência medida pelo fotodetector será

$$P_m = \frac{V}{G_A G_D}, \quad (2)$$

onde  $V$  o sinal medido no osciloscópio ou computador em Volts,  $G_A$  é o ganho do amplificador em  $VA^{-1}$  e  $G_D$  é o ganho do detector em  $AW^{-1}$ .

A potência total emitida pela nuvem de átomos aprisionados é dada por

$$P_T = \frac{N \frac{\Omega_0^2}{2}}{2\Delta^2 + \frac{\Gamma^2}{2} + \Omega_0^2} \frac{h\nu}{\tau}, \quad (3)$$

onde  $\frac{N \frac{\Omega_0^2}{2}}{2\Delta^2 + \frac{\Gamma^2}{2} + \Omega_0^2}$  é o número de átomos emitindo na transição de aprisionamento,  $h\nu$  é a energia que está sendo emitida e  $\tau$  é o tempo de vida médio do estado excitado.

A relação entre a potência total emitida pela nuvem e a potência medida no fotodetector

$$\frac{P_T}{P_m} = \frac{4\pi R^2}{\pi r^2}, \quad (4)$$

onde  $R$  é a distância da nuvem de átomos aprisionados até a lente de coleta e  $r$  é o raio da lente de coleta.

No caso da nuvem de átomos aprisionada neste experimento, substituindo os valores na Eq. (3) temos que  $N = 7 \times 10^8$  átomos.

O número final de átomos é dado pelo equilíbrio entre a taxa de captura e a taxa das perdas dos átomos na armadilha [12]. Os dois principais canais de perdas são as colisões entre os átomos aprisionados com os átomos do gás de fundo e com os próprios átomos aprisionados [13].

### 3. Medição da temperatura através do processo de liberação-recaptura

Para tal medição, será utilizada a técnica de “release-recapture”, em que a nuvem atômica obtida é solta do campo de luz e, depois de um breve período, recapturada.

A partir do número de partículas inicial e do número delas recapturadas (já que algumas são perdidas), sua temperatura pode ser obtida através do modelo de distribuição de velocidades de Maxwell-Boltzmann.

Tendo um número conhecido de partículas ( $N_0$ ) capturadas e conhecendo o raio de captura ( $R_C$ ) tal que, se um átomo estiver a uma distância menor que ele do centro da armadilha, será capturado por ela e utilizando a teoria de Maxwell-Boltzmann

$$f(v)dv = 4\pi v^2 \left( \frac{m}{2\pi KT} \right)^{\frac{3}{2}} e^{-\frac{1}{2} \frac{mv^2}{k_B T}} dv,$$

$$\int_0^\infty f(v)dv = 1$$

Desligando a armadilha e religando num determinado tempo muito pequeno ( $t$ ), para uma expansão livre praticamente isotrópica da nuvem atômica obtida, serão perdidas as partículas com velocidades superiores a  $\frac{R_C}{t}$ , ou seja

$$\frac{N(t)}{N_0} = 1 - \int_{\frac{R_C}{t}}^\infty f(v)dv = \int_0^{\frac{R_C}{t}} f(v)dv.$$

Então

$$\frac{N(t)}{N_0} = \int_0^{\frac{R_C}{t}} 4\pi v^2 \left( \frac{m}{2\pi KT} \right)^{\frac{3}{2}} e^{-\frac{1}{2} \frac{mv^2}{k_B T}} dv.$$

Simplificando

$$\frac{N(t)}{N_0} = \frac{4}{\sqrt{\pi}} \int_0^{\alpha_C} \alpha^2 e^{-\alpha^2} d\alpha, \quad (5)$$

$$\text{onde } \alpha^2 = \frac{mv^2}{2k_B T} \text{ e } \alpha_C = \frac{R_C}{t} \sqrt{\frac{m}{2k_B T}}.$$

Medindo-se o número  $N(t)$  de partículas recapturadas, plotando, através do Maple, o número de partículas em função do tempo de espera com a armadilha desligada ( $t$ ) e comparando esses dados experimentais com os obtidos teoricamente para diferentes temperaturas, pode-se obter a temperatura aproximada dos átomos do MOT. Mas existe uma diferença entre o tempo inicial teórico e o prático. Isso acontece devido ao fato de que na teoria utilizada, os átomos partem de um só ponto, como se toda a matéria estivesse ocupando o mesmo espaço, sendo que na realidade isso nunca ocorre e os átomos partem de um raio inicial, ou seja, têm que percorrer uma distância menor que a prevista na teoria para que possa escapar da armadilha e, portanto, deve ter uma velocidade menor para que isso ocorra. Assim, na Eq. (5), deve-se somar uma constante  $t_C$  na variável temporal para que isso seja corrigido e obtenha-se uma estimativa além da qual a temperatura real não está

$$\frac{N(t)}{N_0} = \frac{4}{\sqrt{\pi}} \int_0^{\alpha_C} \alpha^2 e^{-\alpha^2} d\alpha, \quad (6)$$

$$\text{onde } \alpha^2 = \frac{mv^2}{2k_B T} \text{ e } \alpha_C = \frac{R_C}{t + t_C} \sqrt{\frac{m}{2k_B T}}.$$

Plotamos um gráfico teórico e hipotético apenas para mostrar a relação entre a variação da temperatura e o deslocamento da curva. Tal demonstração está na Fig. 4.

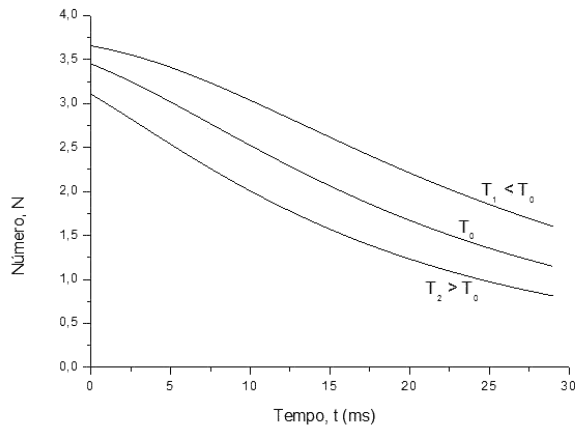


Figura 4 - Relação entre a variação de temperatura e o deslocamento da curva no gráfico teórico.

#### 4. Resultados e discussões

Como utilizamos átomos de  $^{133}\text{Cs}$ , temos massa  $m = 2,20694650(17) \times 10^{-25}$  kg, número inicial  $N_0 = 3,6$  e raio de captura  $R_C = 4,8$  mm.

Com esses dados e as medidas experimentais de número de mols em função do tempo de recaptura obtidos e apresentados na tabela abaixo e utilizando a teoria de distribuição de velocidades de Maxwell-Boltzmann (Eq. (6)), temos, utilizando o software Maple, um gráfico (Fig. 5), que relaciona os dados experimentais (número de átomos após o resfriamento Doppler) com os teóricos, obtendo, a partir da proximidade entre a taxa de variação dos pontos experimentais e das curvas teóricas os seguintes resultados

$$t_C = 25 \text{ ms,}$$

$$58 \mu\text{K} \leq T \leq 108 \mu\text{K.}$$

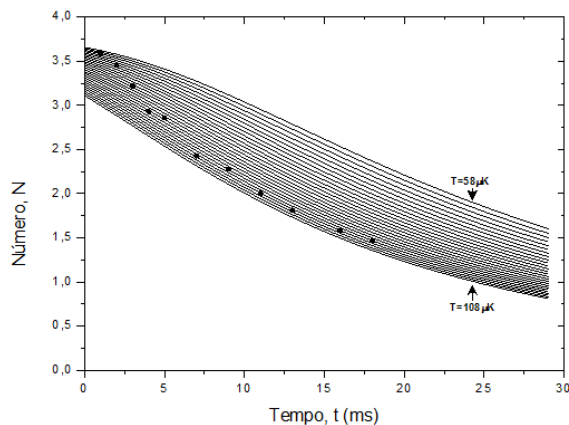


Figura 5 - Gráfico de número de mols em função do tempo de recaptura sobreposto pelas curvas teóricas.

Podemos observar que, apesar do grande intervalo obtido, os pontos com maior tempo de espera para recaptura e, portanto, com resultados mais precisos, estão em um intervalo menor de curvas. Então podemos dizer que a temperatura mais provável está próximo de

$100 \mu\text{K}$ . Esse resultado está próximo ao esperado, já que essa medida foi feita depois do resfriamento Doppler (Limite Doppler:  $T_D = 124,62 \mu\text{K}$ ).

#### 5. Conclusões

A técnica utilizada se mostrou muito eficiente para medição de baixas temperaturas apesar de os resultados serem aproximados, já que a medida é obtida apenas por observação de gráficos (o que tem um erro associado muito grande). Porém ao menos existe a certeza de que a temperatura real está dentro de uma faixa conhecida e que quanto maiores os tempos ( $t$ ) em que o laser de rebombeio fica bloqueado, maior a precisão do método, sendo que, no nosso caso, os seis pontos finais indicaram um erro de menos de  $10 \mu\text{K}$ , ou seja, um erro relativo menor que 10%.

Como não podemos fazer a medida diretamente e os outros métodos apresentam muita desvantagem para um relógio compacto em relação ao espaço utilizado, já que seria necessária uma cavidade extra para o método “tempo de voo”, usamos esse método, que apesar da grande margem de erro relativo, mostra um resultado satisfatório para medidas em baixas temperaturas em que o pequeno gasto de espaço está entre os fatores importantes para o sucesso do experimento, como em um relógio atômico compacto.

#### Referências

- [1] V.S. Bagnato e S.C. Zilio, *Ciencia Hoje* **9**(53), 41 (1989).
- [2] V.S. Bagnato e S.C. Zilio, *Revista de Ensino de Física* **10**, 43 (1988).
- [3] M.E. Firmino, V.C. Clussi, S.C. Zilio e V.S. Bagnato, *Revista de Física Aplicada e Instrumentação* **4**, 368 (1989).
- [4] J. Dalibard e C. Cohen-Tannoudji, *Journal of Optical Society of America B* **6**, 2023 (1989).
- [5] H. Metcalf and P. Van Der Straten, *Journal of Optical Society of America B* **20**, 887 (2003).
- [6] S. Lieder, Magneto-optical trap. Disponível em [http://www.rzuser.uni-heidelberg.de/~slieder/Downloads/MOT\\_analysis.pdf](http://www.rzuser.uni-heidelberg.de/~slieder/Downloads/MOT_analysis.pdf)
- [7] S.T. Müller, Padrão de Frequência Compacto. Tese de Doutorado, Instituto de Física de São Carlos, São Carlos, 2010
- [8] S.T. Müller e V.S. Bagnato, in: XII Workshop da Pós-Graduação do IFSC, 2008, p. 172.
- [9] Magneto-Optic Trap, disponível em <http://electron9.phys.utk.edu/optics507/modules/m10/mot.htm>, acessado em 17/01/2012.
- [10] S.T. Müller, op. cit., p. 38
- [11] S.T. Müller, op. cit., p. 96
- [12] H. Metcalf, op. cit., p. 887-907
- [13] H. Metcalf and Van Der Straten, *Laser Cooling and Trapping* (Springer-Verlag, New York, 1999).