

Produtos e Materiais Didáticos

Fazendo imagens com um simples elemento difrativo ou refrativo: o axicon

(Imaging by means of a simple diffractive or refractive element: the axicon)

José Joaquín Lunazzi¹ e Daniel S. Ferreira Magalhães

Instituto de Física “Gleb Wataghin”, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, SP, Brasil

Recebido em 2/4/2008; Aceito em 18/12/2008; Publicado em 30/6/2009

Neste artigo, previamente divulgado em inglês [1], demonstramos que a luz difratada por um simples disco digital pode ser usada para gerar imagens com atributos básicos interessantes. Comparamos esses atributos com os obtidos com elementos refrativos. Um disco digital resulta funcionar como um axicon que gera um feixe se propagando em forma de linha e, porque a posição de focalização da imagem depende do comprimento de onda da luz difratada, logo o elemento pode ser usado como um filtro espectral. Os experimentos são de fácil reprodução, permitindo o entendimento de imagens que os estudantes observam diariamente na escola ou em casa.

Palavras-chave: óptica, imagens, difração, axicon, imagens com luz branca, óptica difrativa, óptica refrativa, experimentos simples de óptica.

In this previously divulged paper [1] we demonstrate that the light diffracted by a simple compact disc can be used to generate images with interesting basic attributes. We compare this attributes with the ones obtained with refractive elements. A compact disc acts as an axicon that generates a diffraction-free beam and, because the focused position of the image depends on the wavelength of the diffracted light, thus it can be useful as a spectral filter. The experiments are of easy reproduction, allowing the understanding of images that the students observe daily at school or at home.

Keywords: optics, imaging, diffraction, axicon, white-light imaging, diffractive optics, refractive optics, simple optics experiments.

1. Introdução

Imagens fotográficas de alta qualidade estão sempre sendo associadas com objetivas refrativas de alta qualidade. Esta visão tradicional pode limitar a habilidade do estudante de pensar sobre sistemas geradores de imagens de uma maneira mais geral, especificamente em relação à capacidade de transmissão de informação luminosa mesmo quando a relação objeto e imagem não é direta. Se uma análise elaborada é feita, qualquer distribuição luminosa proveniente de um objeto luminoso pode ter informação sobre o objeto. Uma conhecida objetiva acromática e aplanática é um componente análogo elaborado. A compreensão e mesmo talvez a percepção de um novo sistema de imagens poderia ser visualizado pelos estudantes se seu entendimento não estiver limitado somente a complicados e sofisticados sistemas refrativos. O conhecimento das propriedades de um elemento óptico pode ser usado para determinar características de um objeto sob condições de imagem não-ideal. A história da óptica

mostra que o desenvolvimento de melhores elementos imageadores é um processo de evolução contínuo. A introdução de sistemas difrativos como sistemas que realizam imagens podem levar a novas aplicações no futuro. Como um exemplo pode-se observar o desenvolvimento de um telescópio espacial [2], onde a lente primária é um grande elemento difrativo.

De acordo com a definição de H. McLeod, “um axicon é um elemento óptico que faz a imagem de um ponto em um segmento de reta ao longo do eixo óptico” [3-5]. É conhecido que um axicon é um elemento não-convencional que não é útil para a obtenção de imagens de alta qualidade, mas ele oferece maior profundidade de campo que um conjunto de lentes ou objetivas [6]. Devido a suas propriedades interessantes realizamos alguns experimentos para um laboratório de ensino. Antes do termo “axicon” ser definido a aproximadamente cinquenta anos, ele tinha gerado muitas discussões que aumentaram nosso conhecimento de óptica [7]. Tradicionalmente, axicons são refrativos e feitos de cone de vidro. As propriedades básicas de um ele-

¹E-mail: lunazzi@ifi.unicamp.br.

mento refrativo esférico ou cônico podem ser facilmente demonstradas com taças de vinho domésticas. Elementos difrativos podem ter a mesma propriedade, a capacidade de focalização de uma lente esférica pode ser representada por uma placa zonal de Gabor e a de uma lente cônica através de um elemento circular de período constante. Uma placa zonal de Gabor (PZG) tem uma distribuição geométrica equivalente à placa zonal de Fresnel, mas porque seu perfil de transmissão é de absorção senoidal, ela tem apenas um foco convergente e um foco divergente. Ela pode ser construída através de exposição fotográfica da interferência de dois feixes de luz coerentes e colineares gerando um elemento óptico holográfico (EOH). Entretanto um elemento circular de período constante não pode ser construído facilmente por interferência óptica, ou mesmo mecanicamente devido ao grande número de linhas por milímetro requerido. A melhor aproximação pode ser encontrada com facilidade em um disco digital (“compact disc” ou “CD”), que é um elemento óptico de período constante construído a partir de uma matriz realizada com um disco de material fotossensível que gira enquanto um laser se deslocando lateralmente expõe um sulco em espiral. Do material passa-se a uma matriz metálica pelo processo de galvanoplastia e constrói-se um molde para o plástico. O elemento de plástico moldado leva uma camada de material refletivo evaporada sob vácuo, que poderia ser de alumínio, e as vezes uma camada de cor absorvente. Desmontando as componente pode-se ficar com o elemento pronto para funcionar por transmissão, o que resulta mais cómodo pois a observação não interfere com a iluminação. Como o perfil não é senoidal por absorção, mas sim de variação de fase, tem-se a presença de várias ordens de difração. Sochacki [3] fez uma comparação teórica e experimental da profundidade de foco entre um axicon gerado por computador de intensidade uniforme e uma lente de Fresnel holográfica sob luz monocromática e mostrou que apesar de a imagem feita pelo axicon não ser clara, ela manteve suas propriedades sob distâncias muito maiores. Uma vez detectada, a presença da parte principal da imagem (ou de pontos objeto) pode ser observada por uma distância longitudinal comparável a distância focal. Pela forma de linha de diâmetro praticamente constante da imagem o elemento é as vezes chamado “não-difrativo”. Nesse artigo discutimos as possibilidades de aplicação didática de um CD como elemento óptico que forma imagem sob iluminação de luz branca.

2. Descrição

A profundidade focal de elementos refrativos pode ser demonstrada por experimentos simples com elementos comuns esféricos e cônicos como, por exemplo, uma taça cheia de água. Como as propriedades difrativas de CDs transparentes não são bem conhecidas, para facilitar o entendimento do processo de imagem proposto com esse elemento, as propriedades difrativas de um CD co-

mun adaptado para transmitir a luz são apresentadas: o padrão de difração produzido por um CD sob iluminação monocromática, ou por qualquer tipo de estrutura espiral, foi calculado por Ferrari [8]. A enésima componente do campo é

$$E_n(r', \theta', z) \cong nE_0 c_{-n} \pi i^{-(n+1)} e^{(i\pi/4)} \times (z\lambda/4r_0^2)^{1/2} e^{(in\theta')} e^{(-i\pi n^2 z\lambda/r_0^2)} J_n(2\pi n r'/r_0), \quad (1)$$

para

$$(r_0/n\lambda) R_{\min} < z < (r_0/n\lambda) R_{\max}, \quad (2)$$

onde r' e θ' são as coordenadas do campo E_n no plano de observação; z é a distância entre o CD e o plano de observação; E_0 é o campo incidente colimado; r_0 é a distância radial entre voltas adjacentes no CD; c_{-n} é a enésima componente de uma função que caracteriza o perfil do CD (ex: a função de Bessel de enésima ordem); n é a ordem de difração, em nosso caso $n = 1$; λ é o comprimento de onda da luz monocromática; R_{\min} e R_{\max} são o raio mínimo e máximo de um CD, respectivamente.

Fora da região dada pela Eq. (2), este campo é algumas ordens de magnitude menor.

Esta análise mostra a formação de um feixe não-difrativo [9] cujo comprimento depende do comprimento de onda, do período (ranhuras espirais) e das dimensões radiais da estrutura.

Um tratamento circular proposto por Magalhães [10] tem explicação mais simples do que o tratamento espiral acima. Em muitos casos, o tratamento circular pode explicar imagens obtidas com estruturas espirais - geralmente de dimensões muito maiores que a estrutura periódica. O esquema para entender o padrão resultante é mostrado na Fig. 1, sob as seguintes condições: (a) iluminação de um pequeno anel do disco com luz policromática, (b) iluminação de diferentes regiões do disco com luz monocromática. Para muitos pontos objetos, o padrão de luz esperado do campo imagem é um conjunto de linhas divergindo do centro do axicon que são precisamente intersectadas no plano-imagem com comprimento de banda limitada ao longo de sua posição longitudinal - comprimentos de onda maiores correspondem a distâncias mais perto do axicon; imagens policromáticas em uma distância que é o centro da linha difrativa; e comprimentos de onda menores estão localizados a distâncias maiores. (c) luz monocromática vinda de todo o CD formando dois feixes não-difrativos, $n = 1$ e $n = 3$ (todas as outras ordens de difração também estão presentes). (d) exemplifica uma condição muito comum quando uma pequena fonte de luz atinge um disco: uma linha colorida emergindo do CD como se fosse uma imagem holográfica com paralaxe contínua. Com um DVD acontece o mesmo apenas que, por ter o dobro do número de linhas por milímetro, a focalização é mais próxima.

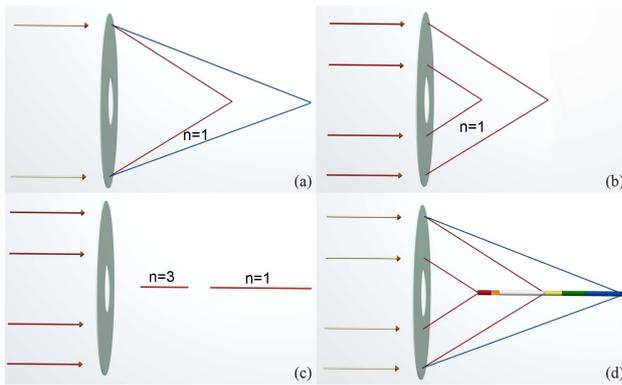


Figura 1 - (a) luz policromática vinda de um pequeno anel do disco digital (primeira ordem de difração, $n = 1$). (b) luz monocromática vinda de diferentes regiões do disco (primeira ordem de difração, $n = 1$). (c) luz monocromática vinda de todo o CD formando dois feixes não-difrativos, $n = 1$ e $n = 3$. (d) luz policromática formando uma linha colorida emergindo do CD (todas as ordens de difração estão presentes).

O uso simples da equação de uma rede retilínea aplicada a cada pequena região do elemento, indicando uma direção principal de difração sem se importar com a curvatura dos sulcos, oferece perfeitamente a visão conceitual do resultado que se obtém de uma equação integral de difração rigorosa. Temos desta maneira diferenciado o elemento do que seria uma rede simples, embora em algumas aplicações didáticas e em condições adequadas a diferença possa passar despercebida.

3. Aparato experimental

Alguns experimentos foram inicialmente executados para comparar as propriedades de uma esfera e de uma lente cônica. Usando elementos simples obtivemos imagens que apesar de fortemente aberradas, podem ser interpretadas qualitativamente em termos de suas aberrações para obter informação do objeto.

No primeiro experimento, uma taça de vinho quase esférica foi usada, Fig. 2(a). Seis objetos são mostrados na Fig. 2(b) e suas imagens são observadas na Fig. 2(c), na cor vermelha porque a taça continha vinho de essa cor. Podemos observar que pontos objetos criam imagens, que não são pontos devido ao elemento óptico que faz a imagem, enquanto que objetos difusos criam imagens também difusas, mas que ainda mantém relação com o objeto.

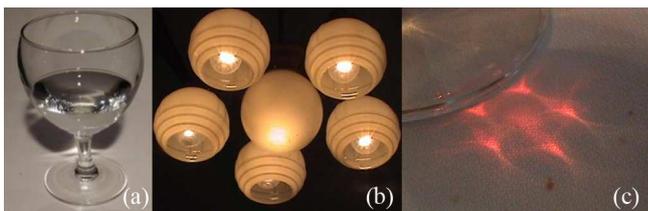


Figura 2 - (a) Taça de vinho quase esférica com água. (b) Seis objetos. (c) Imagem fora de eixo dos objetos.

Este exemplo é usado de modo didático interrogando ao aluno se acha que essa imagem é boa ou não. Comparada com uma fotografia não o seria, claro, mas introduzimos a seguinte colocação: e se uma imagem assim fosse obtida de elementos interestelares, não despertaria nossa curiosidade e daria uma informação suficiente como para querermos conhecer mais? Ou seja, que a idéia de qualidade, como a de precisão, não pode ser absoluta senão que fica ligada ao que se quer conhecer. Para demonstrar as propriedades dos axicons, realizamos um segundo experimento que mostra a limitação da profundidade de campo de um elemento refrativo esférico. Na Fig. 3(a), um bulbo de lâmpada com água representa uma lente esférica plano-convexa. O raio e a espessura da lente eram $(3,25 \pm 0,05)$ cm e $(2,8 \pm 0,1)$ cm, respectivamente. Na Fig. 3(b), a imagem de uma fonte pontual localizada a (112 ± 1) cm de distância do bulbo é observada em foco e fora de eixo a $(9,8 \pm 0,1)$ cm do bulbo. A Fig. 3(c) mostra a imagem correspondente a $(26,3 \pm 0,1)$ cm de distância. Deslocando essa pequena distância, a luz vinda do objeto se difundiu tanto que praticamente nenhuma imagem pode ser observada - logo isso não pode ser considerada uma boa imagem do ponto objeto.

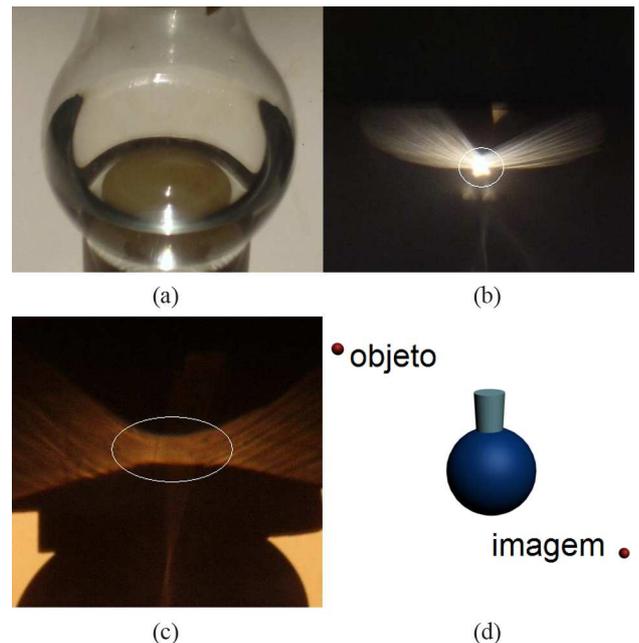


Figura 3 - (a) Um bulbo de lâmpada com água representando uma lente esférica plano-convexa. (b) A imagem de uma fonte pontual em foco fora de eixo. (c) Uma imagem difusa fora de eixo. (d) Situação geométrica do processo de imagem.

No terceiro experimento temos um axicon formado por uma taça cônica de vinho preenchida também com água, como podemos ver na Fig. 4(a). Na Fig. 4(b), a imagem fora de eixo de um objeto a $(9,3 \pm 0,2)$ cm da taça é mostrado. Na Fig. 4(c), vemos que a imagem focalizada do ponto imagem mantém as características de um ponto mesmo a $(34,3 \pm 0,2)$ cm do axicon, logo

temos uma boa imagem do ponto objeto.

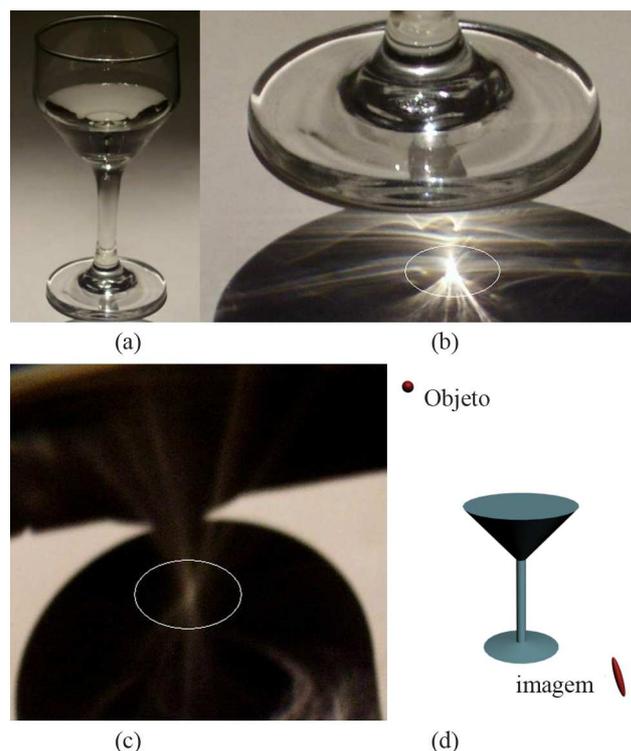


Figura 4 - (a) Uma taça cônica de vinho com água. (b) A imagem fora de eixo de uma fonte pontual a $(9,3 \pm 0,2)$ cm da taça. (c) A imagem a $(34,3 \pm 0,2)$ cm mantém as características da fonte pontual. (d) Situação geométrica do processo de imagem.

O quarto experimento empregou um axicon difrativo (CD por transmissão) e sua ação óptica foi caracterizada observando a linha que ele gera sob iluminação monocromática vermelha e sob iluminação de uma lâmpada de tungstênio. Um apontador laser sem lente colimadora que estava localizado a (100 ± 1) cm foi usado como fonte pontual divergente. A imagem do apontador laser era um segmento de reta iniciando a $(5,0 \pm 0,5)$ cm e terminando a $(13,0 \pm 0,5)$ cm do axicon difrativo, como mostrado na Fig. 5(a). Na Fig. 5(b) podemos ver o feixe não-difrativo composto por vários comprimentos de onda na iluminação com uma lâmpadinha de filamento de tungstênio do tipo usado em painel de carro antigo. A lâmpadinha tinha um filamento de 1 mm de extensão e estava localizada a 1,5 m do CD, o início do feixe acontecia a 5 cm do CD e terminava a 17 cm dele. Essa imagem (Fig. 5(b)) corresponde à situação esquematizada na Fig. 1(d).

O quinto experimento usou o mesmo elemento anterior. Uma câmera fotográfica foi posicionada onde aparecem as linhas (Fig. 1(d)) com o intuito de gravar o que se observaria naquela posição. A luz vinda de uma pequena lâmpada fluorescente passando por um orifício circular de 2 mm foi usada como fonte de luz. Anéis de diferentes cores correspondendo às linhas espectrais da fonte são observadas. Estes anéis se localizam em diferentes regiões do disco dependendo da posição da

câmera [11] (Fig. 6).

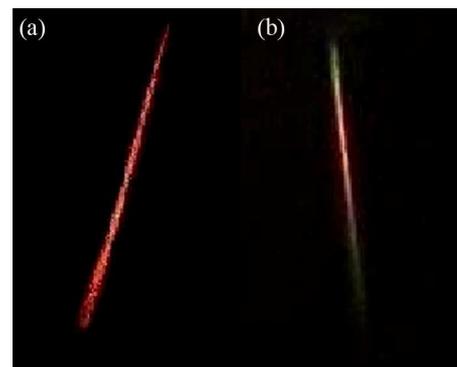


Figura 5 - (a) Comprimento do feixe não-difrativo para o laser vermelho. (b) Comprimento do feixe não-difrativo com a lâmpadinha de tungstênio.

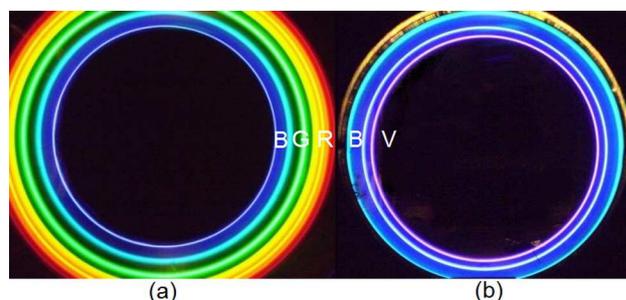


Figura 6 - (a) Câmera na posição $z = (9,2 \pm 0,1)$ cm, as linhas espectrais da fonte B (azul), G (verde) e R (vermelho) são observadas. (b) Câmera na posição $z = (21,5 \pm 0,1)$ cm, as linhas espectrais da fonte B (azul) e V (violeta) são observadas.

Isto pode ser visto com uma lâmpada fluorescente no teto e colocando um olho a uns 7 cm de um disco comum, observando por reflexão e inclinando o disco até encontrar o ponto crítico onde aparecem os anéis. No caso de iluminação por luz branca e olhando a distância, tem-se uma linha de cor variável que, pela diferente posição que assume para a visão binocular, parece atravessar o disco. E, com o olho perto dele, uma faixa espectral que preenche a maior parte da superfície do disco. Estas cores têm feito do CD um popular elemento decorativo.

O sexto experimento foi a fotografia de uma árvore de Natal com uma centena de pequenas lâmpadinhas agrupadas por cores diferentes, de 0,5 W cada. A árvore foi colocada em um intervalo de distâncias \bar{Z}_0 de 4,2 a 4,4 m do CD, como mostrado na Fig. 7. A imagem foi gravada usando o filme negativo Pro image 100 Kodak Professional (F), o qual estava dentro de uma câmera Yashica FX-3, sem qualquer lente ou objetiva entre o filme e a árvore (objeto). As lâmpadas estavam distribuídas pela árvore em uma altura de 1 m.



Figura 7 - O objeto. Uma centena de lampadinhas de potência 0,5 W cada.

Movendo o filme com respeito ao disco ao longo do eixo z , podíamos ver a formação da imagem de cada conjunto de lâmpada colorida ocorrendo dentro de certo intervalo. As imagens das lâmpadas em diferentes posições foram gravadas com tempo de exposição de $(1,0 \pm 0,1)$ s.

Um disco comum sem a camada refletiva foi usado para trabalhar com luz transmitida e evitar o sombreamento na imagem pelo filme fotográfico preso ao suporte. O experimento é mostrado na Fig. 8. CDs sem a camada refletiva são encontrados como separadores na maioria das caixas cilíndricas de CD-R de 10, 50 e 100 unidades. Por outro lado a camada pode ser removida dos CDs cortando as bordas e retirando a fina película metálica. O buraco central do CD foi coberto para impedir que a luz não difratada passe através dele. A eficiência de difração foi estimada pela medição da intensidade da primeira ordem de difração e da luz transmitida usando um laser de apontador vermelho e o valor encontrado foi de $(11,1 \pm 0,8)\%$. A frequência espacial do CD (ν) foi calculada usando a equação de difração da rede (Eq. (3)).

$$\nu = \frac{\sin\theta_i + \sin\theta_d}{\lambda}, \quad (3)$$

onde θ_i é o ângulo de incidência; θ_d é o ângulo de difração; ν é a frequência espacial e λ é o comprimento de onda da luz. A frequência espacial obtida foi de 670 ± 90 linhas/mm.

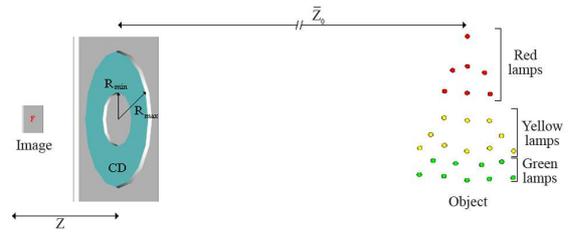


Figura 8 - Esquema experimental para captação de imagem. Z é a distância entre o filme F e o CD. Z_0 é a distância entre o objeto e o CD. R_{min} e R_{max} são o raio mínimo e máximo do CD.

A imagem do conjunto de lâmpadas gravada no filme em diferentes posições no eixo z é mostrada nas Figs. 9, 10 e 11. As figuras estão na mesma razão de aspecto, mas invertidas (cima-baixo) para facilitar a comparação com o objeto real (Fig. 7). Na Fig. 9(a), observamos que a luz vermelha (lâmpadas circuladas e rotuladas como R) é mais intensa no começo da formação da imagem, ou seja, mais próximo ao CD. Em 9(b), podemos ver as lâmpadas vermelhas, amarelas e verdes (rotuladas como R, Y e G respectivamente). Quando a distância z aumenta para 12,5 cm (Fig. 10(a)), não se observa grande mudança na distribuição de cores das lâmpadas. Na Fig. 10(b), percebemos a mudança de cor das lâmpadas vermelhas para violeta. Esta mudança de cores causa redução de intensidade na foto preto e branco. Uma mudança de cores também ocorre do amarelo para o violeta, como pode ser visto nas Figs. 11(a) e 11(b).

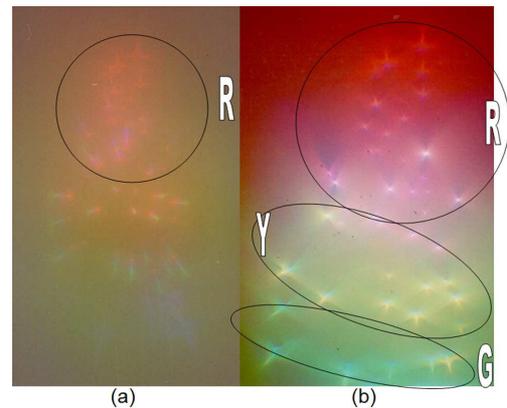


Figura 9 - Imagens das lâmpadas nas posições z : (a) $(4,5 \pm 0,3)$ cm e (b) $(9,0 \pm 0,3)$ cm.

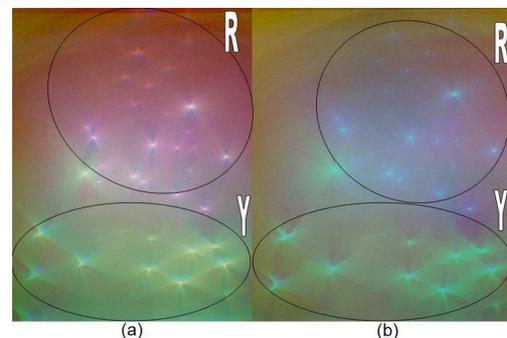


Figura 10 - Imagens das lâmpadas nas posições z : (a) $(12,5 \pm 0,3)$ cm e (b) $(14,0 \pm 0,3)$ cm.

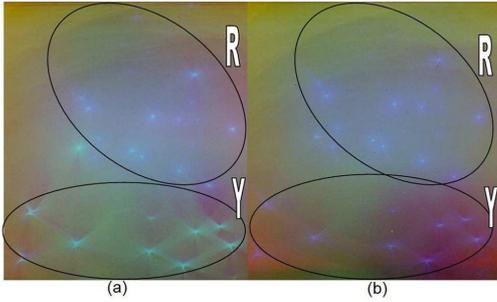


Figura 11 - Imagens das lâmpadas nas posições z : (a) $(16,0 \pm 0,3)$ cm e (b) $(16,5 \pm 0,3)$ cm.

Tabela 1 - Resultados dos comprimentos dos feixes não-difrativos com $R_{min} = (2,2 \pm 0,1)$ cm, $R_{max} = (5,8 \pm 0,1)$ cm e $r_0 = (1,5 \pm 0,1)$ μ m. A incerteza em Z foi calculada por propagação de erros [13].

Cor	Resultados teóricos		Resultados experimentais	
	Z_{min} (cm)	Z_{max} (cm)	Z_{max} (cm)	Concordância dos resultados
Vermelho ($\lambda_R = 680 \pm 60$ nm)	$4,8 \pm 0,6$	13 ± 1	13 ± 1	100%
Amarelo ($\lambda_Y = 580 \pm 10$ nm)	$5,7 \pm 0,5$	15 ± 1	$16,3 \pm 0,6$	91%
Verde ($\lambda_G = 530 \pm 30$ nm)	$6,2 \pm 0,6$	16 ± 2	-	-
Violeta ($\lambda_V = 410 \pm 30$ nm)	$8,0 \pm 0,9$	21 ± 2	-	-

A profundidade de foco do sistema está diretamente relacionada com os comprimentos dos feixes não-difrativos. Para objetos de luz branca, esta profundidade começa com o Z_{min} vermelho e termina com o Z_{max} violeta, assim a profundidade de foco calculada foi de (16 ± 2) cm. Pudemos determinar experimentalmente que a profundidade focal era muito maior que a correspondente para uma objetiva fotográfica de mesmo comprimento e abertura (90 ± 4) cm². Substituindo as lampadinas por fontes de cores mais puras como diodos luminosos (LEDs), observamos o desaparecimento da imagem ao final dos respectivos feixes não-difrativos.

A diferença de caminho p (veja a Ref. [14]) é dada por

$$p = \frac{1}{2} \rho^2 \theta^2 \cos^2 \phi \left[\frac{1}{\bar{Z}_0} + \frac{1}{z} \right], \quad (4)$$

onde ρ e ϕ são as coordenadas polares de um ponto no plano do CD; θ é o ângulo de incidência no CD; \bar{Z}_0 é a distância entre o objeto e o CD e z é a distância entre o CD e a imagem.

A falta de um termo proporcional a $\cos \phi$ indica que não há aberração de natureza comática e o termo em $\cos^2 \phi$ representa astigmatismo, que é o mesmo em magnitude que o astigmatismo de uma lente simples. Diferente de imagens astigmáticas convencionais, as duas linhas focais degeneradas podem ser vistas de uma vez, dando uma característica aparente de cruz para um pequeno objeto. Este astigmatismo torna-se significativo para ângulos de incidência maiores que 7° .

A eficiência luminosa do sistema, restrita pela eficiência de difração do elemento difrativo, está em

4. Discussões

Usando um comprimento de onda médio e seu desvio do valor médio [12], a profundidade de foco foi estudada para as cores dos objetos. Através dos resultados de Ferrari [8] e Magalhães [10] mostrados pela Eq. (2), podemos comparar os resultados medidos no laboratório com os calculados (Tabela 1).

torno de 11%. Redes de difração com mais alta eficiência (quase 100%), reportadas por Marciante [15], geram expectativa de evolução na área, possibilitando o desenvolvimento de possíveis sistemas práticos para o futuro.

A observação simples deste elemento tem sido útil para aplicá-lo em geometrias mais complexas de dupla difração gerando não apenas interessantes experimentos para ensino [16] como também pesquisa em novas técnicas de imagens [17-19], as primeiras obtidas por dupla difração de luz branca.

5. Conclusões

Através de elementos simples obtivemos imagens com maior profundidade de foco que as obtidas com uma lente esférica. Mostramos que é possível obter imagens difrativas de objetos pontuais e usá-las com a vantagem da separação espectral ao longo do campo longitudinal com grande profundidade de foco. A eficiência do sistema é restrita pela eficiência de difração do elemento difrativo e pelo astigmatismo, que está presente para grandes ângulos de incidência. A simplicidade do sistema torna possível a observação e verificação de um fenômeno não usual em sala de aula.

6. Agradecimentos

Os autores agradecem à Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior, do Ministério da Educação Brasileiro e à Comissão de Pós Graduação

do Instituto de Física - Unicamp pelo suporte financeiro. Os autores também agradecem a J.A. Campos e T. Dellariva pelo suporte técnico.

Referências

- [1] J.J. Lunazzi and D.S.F. Magalhães, arXiv service, www.arxiv.org, physics/**0701234** (2007).
- [2] R.A. Hyde, *Applied Optics* **38**, 4198 (1999).
- [3] J. McLeod, *Journal of the Optical Society of America* **44**, 592 (1954).
- [4] J. McLeod, *Journal of the Optical Society of America* **50**, 166 (1960).
- [5] M. Pérez, C. Gómez-Reino and J. Cuadrado, *Optica Acta* **33**, 1161 (1986).
- [6] J. Sochacki, A. Kolodziejczyk, Z. Jaroszewicz and S. Bará, *Applied Optics* **31**, 5326 (1992).
- [7] Z. Jaroszewicz, A. Burvall and A. Friberg, *Optics & Photonics News* **16**, 34 (2005).
- [8] J. Ferrari, E. Garbusi and E. Frins, *Physical Review E* **67**, 036619 (2003).
- [9] J. Durnin, J. Miceli, Jr. and J. Eberly, *Physical Review Letters* **58**, 1499 (1987).
- [10] D. Magalhães, *Estudo de Imagens por Dupla Difração com Seleção de Luz Branca e Elementos Definidos Bidimensionalmente*. Dissertação de Mestrado, Universidade Estadual de Campinas, 2005. Disponível em <http://www.ifi.unicamp.br/ccjdr/teses/apresentacao.php3?filename=IF419>.
- [11] J. Lunazzi e D. Magalhães, *Difração por um CD*, video disponível em <http://www.ifi.unicamp.br/vie/F809/F809videos/CDdifracao.rm>, ou <http://br.youtube.com/watch?v=exP3KyyIUAw>.
- [12] Wikipedia, *Color* (Wikipedia, 2006), <http://en.wikipedia.org/wiki/Color>.
- [13] Jose Henrique Vuolo, *Fundamentos da Teoria de Erros* (E. Bucher, São Paulo, 1992).
- [14] J. Dyson, *Proceedings of the Royal Society of London. Series A, Mathematical and Physical Sciences*, London, **248**, 93 (1958).
- [15] J.R. Marcante and D.H. Raguin, *Optics Letters* **29**, 542 (2004).
- [16] J.J. Lunazzi, D.S.F. Magalhaes, M.C.I. Amon and N.I.R. Rivera, *Optica Pura y Aplicada* **41**, 33 (2008).
- [17] J.J. Lunazzi and N.I.R. Rivera, *Journal of Optics, Opt. Soc of India* **37**, 56 (2008).
- [18] J.J. Lunazzi and N.I.R. Rivera, arXiv service, www.arxiv.org, physics/**0512205**.
- [19] N.I.R. Rivera, *Imagens por dupla difração com luz branca sem elementos intermediários*. Tese de Doutorado, Universidade Estadual de Campinas, 2007. Disponível em <http://webbif.ifi.unicamp.br/teses/apresentacao.php?filename=IF284>.