

Simulação e modelagem computacionais no auxílio à aprendizagem significativa de conceitos básicos de eletricidade. Parte II - circuitos RLC

(Computational modelling and simulation activities to help a meaningful learning of electricity basic concepts.
Part II - RLC circuits)

Pedro F.T. Dorneles¹, Ives S. Araujo e Eliane A. Veit

Instituto de Física, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, RS, Brasil

Recebido em 21/11/2006; Revisado em 14/2/2008; Aceito em 12/6/2008; Publicado em 18/9/2008

Neste artigo analisamos o comportamento da energia eletromagnética em circuitos do tipo RLC. Discutimos as principais dificuldades dos alunos na aprendizagem de conceitos básicos envolvidos neste tipo de circuito e apresentamos dois produtos oriundos de um trabalho de pesquisa: i) um conjunto de atividades de simulação e modelagem computacionais, propostas com o software *Modellus*, levando em conta tais dificuldades, com o objetivo de auxiliar o aluno a superá-las e ii) um teste sobre a compreensão de conceitos físicos envolvidos em circuitos RLC.

Palavras-chave: simulação computacional, modelagem computacional, concepções alternativas, circuitos RLC, energia eletromagnética, ensino de física.

In this paper we analyze the behavior of electromagnetic energy in RLC circuits, discussing the main student's difficulties on basic concepts involved and presenting two products originated in a research work: i) a set of computational modelling and simulation activities, developed with the software *Modellus*, taking into account such difficulties to help students to surpass them and ii) a test about the understanding of physics concepts involved in RLC circuits.

Keywords: computational modelling, computational simulation, misconceptions, RLC circuits, physics instruction.

1. Introdução

“Vivemos hoje na era da informação”. Talvez nenhuma outra área da física tenha contribuído tanto quanto o eletromagnetismo para tornar verdadeira essa afirmativa. Aparelhos telefônicos, televisores, rádios, computadores e uma vasta diversidade de outros dispositivos eletro-eletrônicos exemplificam, com muita propriedade, diversas aplicações tecnológicas interessantes do conhecimento sobre fenômenos eletromagnéticos. Grosso modo, compreender cientificamente hoje o mundo que nos cerca passa pela compreensão básica destes fenômenos.

Dentre os diversos tópicos interessantes de serem abordados nesse contexto, o estudo do comportamento dinâmico de circuitos RLC é um dos que mais se destaca. Seja como ponto de partida para um estudo mais aprofundado sobre o fenômeno de ressonância - fundamental para o entendimento de vários outros fenômenos mecânicos, acústicos e eletromagnéticos - ou mesmo

para o funcionamento dos aparatos tecnológicos mencionados anteriormente (tais como os sintonizadores presentes em aparelhos de rádio e televisão). Uma compreensão adequada do funcionamento de circuitos RLC pode servir como fonte de motivação e interesse para o aprendizado do eletromagnetismo e também como conhecimento relevante para aprendizagens futuras.

Tendo isso em mente, buscamos no presente trabalho realizar um apanhado das principais dificuldades de aprendizagem que os alunos manifestam em relação ao entendimento de circuitos RLC e apresentar um conjunto de atividades de simulação computacional, visando a superação destas dificuldades. O foco dessas atividades está na compreensão do comportamento dinâmico apresentado por grandezas físicas relevantes nesse tipo de circuito. Além destes objetivos, apresentamos também um teste elaborado para avaliar o grau de compreensão sobre o conteúdo alcançado pelos alunos.²

¹E-mail: pdorneles@if.ufrgs.br.

²O desenvolvimento das atividades computacionais e do referido teste foi efetuado dentro do contexto de uma pesquisa em ensino de física realizada pelo primeiro autor deste trabalho, para sua dissertação de mestrado [1].

Como indicado no título do próprio artigo, o presente trabalho compõe a segunda parte da divulgação de uma abordagem de ensino voltada para o estudo de circuitos elétricos. Na primeira parte [2], foram abordados apenas circuitos simples, suas dificuldades de compreensão e as atividades computacionais desenvolvidas. Optamos pela divisão em duas partes, por entendermos que, apesar da similaridade teórica e metodológica existente entre os materiais desenvolvidos, a inexistência de um teste na literatura sobre circuitos RLC, a falta de um apanhado das principais dificuldades enfrentadas pelos alunos e a discussão sobre materiais que permitam a explicitação do comportamento dinâmico de variáveis associadas ao circuito RLC sejam especialmente úteis aos professores ao abordar o conteúdo.

Na próxima seção discutiremos o comportamento da energia eletromagnética em um circuito RLC sem fonte, porque, apesar de sua importância, esse tópico não costuma ser abordado apropriadamente em vários livros de física geral. Nas seções posteriores apresentamos um breve relato dos principais trabalhos de pesquisa sobre as dificuldades na aprendizagem de circuitos RLC, o material didático e o teste desenvolvidos. Ao final temos comentários gerais sobre o trabalho realizado.

2. Energia eletromagnética em um circuito RLC em série sem fonte

A aprendizagem de circuitos elétricos do tipo RLC, no nosso entender, necessariamente deveria incluir a compreensão do comportamento dinâmico da energia eletromagnética. Porém, alguns livros de física geral como: Serway e Jewett [3], Tipler e Mosca [4] e Young *et al.* [5] sequer abordam este tópico e outros, por exemplo, Halliday *et al.* [6] e Nussenzveig [7] limitam a discussão a situações em que a resistência é muito pequena (amortecimento fraco). Nesse caso, consideram que a frequência angular de oscilação de um circuito RLC é aproximadamente igual à frequência angular de oscilação de um circuito LC (sem resistência) e concluem que a energia eletromagnética em circuitos RLC decai exponencialmente com o tempo. No entanto, é bem conhecido que a *dissipação de energia no circuito é proporcional ao quadrado da intensidade da corrente elétrica* e que esta varia senoidalmente com o tempo. Então, a dissipação de energia deve apresentar máximos e mínimos, coincidentes com os máximos e mínimos da intensidade de corrente elétrica. De particular interesse nessa discussão qualitativa são os instantes de tempo em que a intensidade de corrente elétrica é nula e, portanto, também a dissipação de energia é nula. Esses instantes devem corresponder a pontos em que a derivada da curva da energia eletromagnética em função do tempo é nula e pode-se prever que esta curva tenha qualitativamente a forma mostrada na Fig. 1, apresentando patamares em torno desses instantes. No caso em que a resistência é muito pequena, como considerado

por Halliday *et al.* [6] e Nussenzveig [7], há pouca dissipação de energia durante uma oscilação completa, os patamares se tornam imperceptíveis e tem-se um decaimento exponencial na medida em que o tempo tende a infinito. Porém, por que não discutir situações em que a resistência não é tão pequena? Consideramos oportuno explorar essa questão e para isso passamos a descrever quantitativamente a energia eletromagnética no circuito apresentado na Fig. 2.

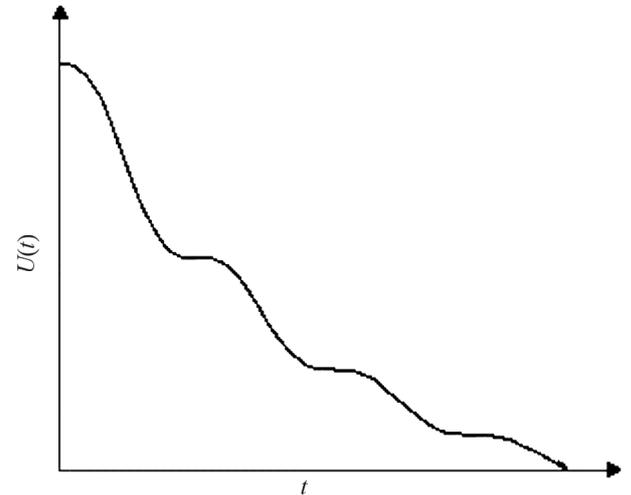


Figura 1 - Comportamento da energia eletromagnética $U(t)$ em função do tempo (t) em circuitos RLC.

Neste circuito, R representa um resistor, C um capacitor, L um indutor e I uma chave interruptora. Vamos desprezar efeitos de radiação e a resistência elétrica dos fios condutores e do indutor, e considerar o resistor ôhmico.

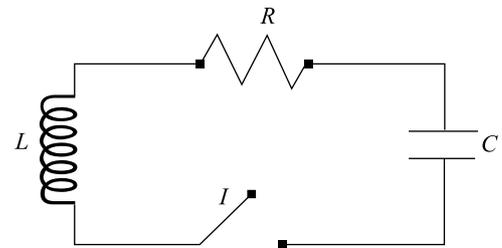


Figura 2 - Circuito RLC em série.

Para expressar a energia eletromagnética $U(t)$ em termos da resistência elétrica (R) do resistor, da indutância (L) do indutor e da capacitância (C) do capacitor, partimos da expressão para a energia elétrica armazenada no capacitor ($U_E(t)$), que é proporcional ao quadrado da quantidade de carga elétrica ($q(t)$) armazenada no capacitor, e da energia magnética armazenada no indutor ($U_B(t)$), que é proporcional ao quadrado da intensidade da corrente elétrica ($i(t)$) no circuito, conforme mostra a Eq. (1) [7].

$$U(t) = U_E(t) + U_B(t) = \frac{1}{2C}q^2(t) + \frac{1}{2}Li^2(t). \quad (1)$$

Vamos admitir que o capacitor do circuito mostrado na Fig. 2 está inicialmente carregado. A partir do instante em que o interruptor é fechado ($t = 0$), a energia eletromagnética no circuito não permanecerá constante, em decorrência da dissipação de energia no resistor na forma de calor (efeito Joule). A taxa de variação de energia eletromagnética no circuito terá, então, a forma

$$\frac{dU(t)}{dt} = -i^2(t) R. \quad (2)$$

Derivando a Eq. (1) em relação ao tempo, substituindo na Eq. (2) e expressando a intensidade da corrente elétrica pela quantidade de carga elétrica que atravessa uma seção reta do resistor por unidade de tempo, encontramos a equação diferencial que descreve o comportamento da quantidade de carga armazenada no capacitor

$$L \frac{d^2q(t)}{dt^2} + R \frac{dq(t)}{dt} + \frac{1}{C} q(t) = 0. \quad (3)$$

Esta equação diferencial possui três tipos de soluções gerais

$$\text{i) } \left(\frac{R}{2L}\right)^2 < \frac{1}{LC}, \quad \text{circuito subamortecido} \quad (4)$$

$$\text{ii) } \left(\frac{R}{2L}\right)^2 = \frac{1}{LC}, \quad \text{circuito criticamente} \quad (5)$$

amortecido,

$$\text{iii) } \left(\frac{R}{2L}\right)^2 > \frac{1}{LC}, \quad \text{circuito superamortecido.} \quad (6)$$

Como é de nosso interesse analisar o comportamento da energia armazenada no circuito durante várias oscilações, vamos nos deter no caso subamortecido, onde R é pequeno, mas não necessariamente muito pequeno, como suposto por Halliday *et al.* [6] e Nussenzveig [7]. Consideremos que os valores de R, L e C , sejam tais que a expressão

$$R < \sqrt{\frac{4L}{C}} \quad (7)$$

seja válida, mas não tão pequenos que tornem possível a seguinte aproximação, usada nas Refs. [6, 7]

$$\left(R - \sqrt{\frac{4L}{C}}\right) \approx -\sqrt{\frac{4L}{C}}. \quad (8)$$

Para este caso, subamortecido, a solução geral da Eq. (3) é

$$q(t) = Ae^{-\frac{R}{2L}t} \cos(\omega t + \phi), \quad (9)$$

onde ω , frequência angular de oscilação do circuito, tem a forma

$$\omega = \sqrt{\frac{1}{LC} - \left(\frac{R}{2L}\right)^2}. \quad (10)$$

Lembrando que a intensidade da corrente elétrica no circuito pode ser expressa pela quantidade de carga elétrica que atravessa uma seção reta do resistor por unidade de tempo, a solução geral para a intensidade da corrente elétrica é

$$i(t) = \frac{dq(t)}{dt} = -Ae^{-\frac{R}{2L}t} \left[\frac{R}{2L} \cos(\omega t + \phi) + \omega \text{sen}(\omega t + \phi) \right]. \quad (11)$$

As soluções particulares dependem das condições iniciais. Para o problema em discussão não há corrente no circuito no instante inicial, pois o interruptor é fechado neste instante, e o capacitor está inicialmente carregado. Então, $q(0) = q_0$ e $i(0) = 0$ e encontramos a constante de fase ϕ e a constante de integração A

$$\phi = \arctan\left(-\frac{R}{2L\omega}\right), \quad (12)$$

e

$$A = \frac{q_0}{\cos(\phi)}. \quad (13)$$

Então a solução particular é dada por

$$q(t) = \frac{q_0}{\cos(\phi)} e^{-\frac{R}{2L}t} \cos(\omega t + \phi) \quad (14)$$

e

$$i(t) = -\frac{q_0}{\cos(\phi)} e^{-\frac{R}{2L}t} \left[\frac{R}{2L} \cos(\omega t + \phi) + \omega \text{sen}(\omega t + \phi) \right]. \quad (15)$$

As Eqs. (14) e (15), respectivamente, representam as oscilações de carga e de corrente em circuitos RLC, onde observa-se que essas grandezas físicas variam senoidalmente com o tempo, diferentemente dos circuitos simples, em que a intensidade da corrente elétrica atinge um valor estacionário. Para analisarmos qualitativamente estas oscilações inicialmente vamos apresentar a principal característica de um circuito que contém um indutor. Um indutor em um circuito elétrico se opõe às variações da intensidade de corrente elétrica no circuito. Sendo assim, em um circuito LC ou RLC nunca ocorrem saltos na intensidade de corrente elétrica no circuito. Então, no instante em que o interruptor é fechado ($t = 0$), no circuito mostrado na Fig. 2, o capacitor começa a se descarregar e o módulo da intensidade da corrente elétrica irá tender para um valor máximo. No instante em que o capacitor estiver totalmente descarregado a corrente elétrica será máxima e tenderá a zero, mas não imediatamente, devido ao indutor. Como a corrente continuará no mesmo sentido,

o capacitor começará a ser carregado com polaridade invertida. Quando a intensidade de corrente elétrica for nula o capacitor estará totalmente carregado e terá se passado meia oscilação. Então ele voltará a se descarregar e a intensidade da corrente elétrica irá começar a crescer até atingir um máximo. Neste instante o capacitor estará totalmente descarregado. Novamente a corrente elétrica será máxima e tenderá a zero. Então, o capacitor começará a carregar-se e quando a corrente for nula no circuito o capacitor estará totalmente carregado e com a mesma polaridade inicial. Neste instante terá se passado uma oscilação completa. Se a resistência elétrica no circuito fosse desprezível estas oscilações permaneceriam infinitamente, mas neste caso em que há resistência elétrica as oscilações de carga e de corrente elétrica estarão presentes no circuito até o instante em que a energia eletromagnética for diferente de zero.

Encontradas as expressões para $q(t)$ e $i(t)$, finalmente podemos nos deter no comportamento das energias em um circuito RLC sem fonte subamortecido. Usando as Eqs. (14) e (15) encontramos as energias elétrica (U_E) e magnética (U_B), dadas por

$$U_E = \frac{1}{2C} \frac{q_0^2}{\cos^2(\phi)} e^{-\frac{R}{L}t} \cos^2(\omega t + \phi) \quad (16)$$

e

$$U_B = \frac{1}{2} \frac{Lq_0^2}{\cos^2(\phi)} e^{-\frac{R}{L}t} \left[\left(\frac{R}{2L} \right)^2 \cos^2(\omega t + \phi) + \frac{R\omega}{L} \cos(\omega t + \phi) \sin(\omega t + \phi) + \omega^2 \sin^2(\omega t + \phi) \right]. \quad (17)$$

Substituindo as Eqs. (16) e (17) na Eq. (1), chegamos à expressão geral para a energia eletromagnética U

$$U = \frac{1}{2} \frac{q_0^2}{\cos^2(\phi)} e^{-\frac{R}{L}t} \left[\frac{4L + R^2}{4LC} \cos^2(\omega t + \phi) + R\omega \cos(\omega t + \phi) \sin(\omega t + \phi) + \omega^2 L \sin^2(\omega t + \phi) \right]. \quad (18)$$

Para visualizar graficamente esta expressão, geramos com o *Modellus* o gráfico apresentado na Fig. 3, correspondente ao caso em que $R = 1,5 \text{ k}\Omega$, $C = 0,10 \text{ }\mu\text{F}$, $L = 3,46 \text{ H}$ e $q_0 = 2,20 \text{ }\mu\text{C}$ onde se verifica que o perfil da curva coincide com o previsto na Fig. 1. Também são mostradas as contribuições para a energia elétrica no capacitor e a energia magnética no indutor, podendo-se observar que os patamares na energia eletromagnética ocorrem em torno dos pontos em que a energia elétrica armazenada no capacitor é máxima e, como consequência, a energia armazenada no indutor é nula, conforme previsto.

Conforme mencionado anteriormente, nos dois livros de física geral que localizamos abordando este

tema, estes patamares não são mencionados, provavelmente porque a discussão se limita a valores de resistência que satisfazem a Eq. (8), e neste caso a variação da energia, numa boa aproximação, decai exponencialmente. Por exemplo, no Halliday *et al.* [6], 5ª ed., consta a seguinte expressão para a energia eletromagnética

$$U = \frac{q_0^2}{2C} e^{-\frac{R}{L}t}. \quad (19)$$

Nas edições mais atuais desse livro, a Eq. (19) foi retirada, mas consta na 7ª ed. que: "...a energia do campo magnético oscila de acordo com um termo proporcional ao quadrado do seno e que a energia total diminui exponencialmente com o tempo." [8, p. 298]. Que, no caso geral de subamortecimento, a energia total em um circuito RLC não diminui exponencialmente, acabamos de demonstrar. Quanto à energia magnética, é verdade que a Eq. (17) pode ser escrita em termos do quadrado da função seno, porém com argumento distinto do que aparece na energia elétrica (Eq. (16)). Especificamente, tem-se

$$U_B = \frac{1}{2} \frac{Lq_0^2\omega^2}{\cos^4(\phi)} e^{-\frac{R}{L}t} \sin^2(\omega t). \quad (20)$$

De modo que a soma da energia elétrica e magnética não se reduz a uma dependência exponencial com o tempo, como ocorre no caso de amortecimento fraco.

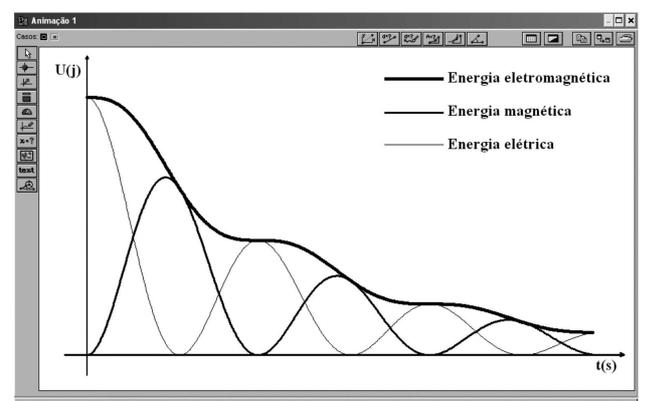


Figura 3 - Gráfico das energias eletromagnética, elétrica e magnética em função do tempo em um circuito RLC subamortecido com os seguintes valores para os parâmetros: $R = 1,50 \text{ k}\Omega$, $C = 0,10 \text{ }\mu\text{F}$, $L = 3,46 \text{ H}$ e $q_0 = 2,20 \text{ }\mu\text{C}$.

O circuito RLC é tradicionalmente comparado com o sistema mecânico massa-mola [3-9], no que diz respeito, por exemplo, à equação diferencial que o descreve, ao comportamento das soluções, às componentes das energias envolvidas (elétrica e magnética em um caso, cinética e potencial no outro). Estranha-nos que não costume ser feita semelhante comparação no caso da energia eletromagnética total armazenada no sistema. Na verdade, não localizamos nenhuma referência em que esta comparação seja feita, e tampouco alguma referência que discuta os patamares na dissipação da

energia eletromagnética para um sistema subamortecido. Para o sistema oscilante mecânico, os livros de Thornton e Marion [10] e Nussenzveig [11] discutem os patamares de energias que ocorrem nos instantes de tempo em que a velocidade do objeto que oscila é nula.

3. Revisão da literatura

Em nossa revisão da literatura [1], na qual buscamos estudos sobre circuitos que contenham resistores, capacitores e indutores (RLC³), encontramos seis publicações [9, 12-16], sendo que apenas quatro [12-14, 16] investigam a aprendizagem dos alunos. As demais se referem ao *ensino* desses circuitos, mas não focam a atenção na *aprendizagem dos alunos*. Mais recentemente constam algumas novas possibilidades de abordagens teóricas e experimentais para o ensino [17-20].

Nos estudos de Eylon e Ganiel [12] e Thacker *et al.* [16] foi investigado se os alunos são capazes de associar fenômenos macroscópicos que ocorrem em circuitos RC com processos microscópicos. No primeiro estudo, após o ensino destes circuitos, foi aplicado um teste constituído de quatro questões para 92 alunos, com o objetivo de identificar suas principais dificuldades de aprendizagem sobre o tema. Alguns alunos que responderam o teste foram entrevistados para explorar com maior detalhe a natureza dessas dificuldades e suas origens. Os autores verificaram que muitos alunos não utilizam os conceitos de corrente elétrica, carga elétrica e diferença de potencial em suas descrições dos processos microscópicos que ocorrem em circuitos elétricos. Então, desenvolveram um segundo estudo [16] em que buscaram identificar as concepções dos alunos sobre a relação entre fenômenos macroscópicos transientes em circuitos do tipo RC e os processos microscópicos que podem explicar estes fenômenos. Para tanto, compararam o desempenho de dois grupos de alunos universitários, que responderam um questionário. Um grupo, formado por 90 alunos, estudou por um texto tradicional,⁴ enquanto que o outro, formado por 29 alunos, usou um texto que enfatiza modelos de processos microscópicos.⁵ A partir da análise do desempenho dos dois grupos e também do estudo de Eylon e Ganiel [12], os autores concluem que o desempenho dos alunos, cuja instrução enfatizou o desenvolvimento de modelos de processos microscópicos, foi superior aos demais alunos. A partir de considerações qualitativas em suas análises, estes alunos foram capazes de desenvolver modelos conceituais coerentes para descrever suas observações. Já os alunos que estudaram pelo texto tradicional, foram capazes de resolver apenas problemas quantitativos que não exigiam mais do que a memorização de fórmulas e a manipulação algébrica adequada de algumas equações. Esse resultado está de acordo com os

resultados encontrados nos estudos de Greca e Moreira [13, 14], cujo principal objetivo não foi o ensino de circuitos RLC e sim investigar o entendimento dos alunos sobre o conceito de campo eletromagnético quando resolvem problemas e questões teóricas. Em uma questão teórica sobre um circuito RLC, vários alunos que passaram apenas pelo ensino tradicional, foram capazes de apresentar somente afirmações soltas, como por exemplo: “Bueno, este é um circuito RLC, não sei o que se passa. Tendo as fórmulas, alguma deve me servir” [13]. Para Greca e Moreira [14] os alunos trabalham com “a articulação da estrutura matemática do eletromagnetismo”, sem o objetivo de entender o que ocorre fisicamente.

Segundo Eylon e Ganiel [12] a ausência de uma integração entre fenômenos macroscópicos e processos microscópicos impede que os alunos desenvolvam a capacidade de tratar um circuito elétrico como um sistema. Temos também como objetivo propor aos alunos uma metodologia de ensino que propicie o desenvolvimento de raciocínios sistêmicos. Para isso, no entanto, não estamos investindo na integração entre fenômenos macroscópicos e processos microscópicos e sim propondo atividades computacionais que possibilitem aos alunos a interação com representações dinâmicas de circuitos RLC visando um melhor entendimento sobre o comportamento das grandezas macroscópicas presentes nesses circuitos.

4. Dificuldades de aprendizagem de circuitos RLC

A seguir analisaremos as principais dificuldades de aprendizagem identificadas nestes estudos [12-14, 16] apontando semelhanças e diferenças em relação às dificuldades observadas na aprendizagem de circuitos simples, que sintetizamos em trabalho anterior [2].

4.1. Dificuldades conceituais e concepções alternativas

Uma das concepções alternativas mais freqüentes na aprendizagem de circuitos simples é conceber que *a corrente elétrica em um circuito elétrico é consumida* ao percorrer um caminho em que há resistência elétrica [2]. Essa concepção também se manifestou no estudo realizado por Thacker *et al.* [16] sobre a aprendizagem de circuitos RC. Questionados sobre a intensidade da corrente elétrica nos amperímetros A1 e A2 mostrados na Fig. 4, apenas 50% dos 90 alunos que usaram o texto tradicional responderam que a intensidade de corrente elétrica em A1 é a mesma que em A2. Esses resultados corroboram estudos anteriores [21-23] que mostram que

³Designamos genericamente como circuitos RLC, circuitos do tipo RC, RL, LC e RLC.

⁴D. Halliday; R. Resnick e J. Walker, *Fundamentals of Physics 3* (Wiley, Nova York, 1986).

⁵R. Chabay e B. Sherwood, *Electric and Magnetic Interactions* (Wiley, Nova York, 1995).

mesmo após o estudo de circuitos simples muitos alunos continuam apresentando a concepção alternativa sobre o consumo da corrente elétrica.

Outra das principais dificuldades dos alunos no estudo de circuitos simples é compreender que a intensidade da corrente elétrica não depende somente das características da fonte, mas também da resistência equivalente entre os seus terminais. No caso da aprendizagem dos circuitos RLC, os alunos apresentam, adicionalmente, dificuldades em entender o caráter dinâmico inerente ao comportamento das grandezas eletromagnética nestes circuitos, por exemplo, não são capazes de explicar porque durante os processos de carga e descarga de um capacitor em um circuito RC a intensidade da corrente elétrica no circuito decai exponencialmente com o tempo. Uma questão típica apresentada por Eylon e Ganiel [12] para identificar essa dificuldade, questiona como é o comportamento da corrente elétrica ao longo do circuito mostrado na Fig. 4, quando o interruptor I for fechado. As respostas incorretas de 20 alunos foram categorizadas e os autores verificaram que: i) 35% dos alunos consideraram que “o capacitor representa uma interrupção no circuito” e conseqüentemente o circuito permanecerá aberto e nenhuma corrente elétrica poderá fluir ($i_1 = i_2 = 0$);⁶ ii) 10% dos alunos *desconsideraram o efeito do capacitor completamente* e responderam que $i_1 = i_2 =$ constante, argumentando que “a diferença de potencial e a resistência elétrica são constantes”; iii) 25% dos alunos tiveram “dificuldades para analisar o efeito do capacitor no circuito”, respondendo que “quando o capacitor estiver completamente carregado, a corrente elétrica é constante e a resistência elétrica também” ou que “ i_1 decresce, pois $i = q/t$ ”; iv) 30% dos alunos adotaram uma “visão seqüencial do fluxo de corrente elétrica”, argumentando que a corrente elétrica pode fluir do terminal positivo da bateria até a placa B do capacitor, mas não pode atravessá-lo ($i_1 = 0$; $i_2 \neq 0$).

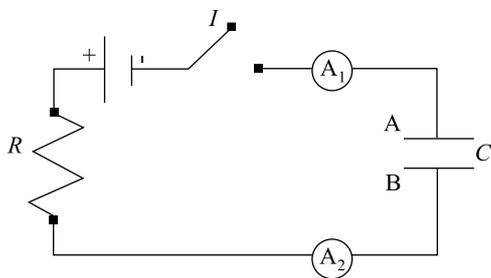


Figura 4 - Representação de um circuito RC, para verificar a compreensão dos alunos sobre o comportamento da corrente elétrica ao longo do circuito [12-16].

Segundo Thacker *et al.* [16] muitos alunos não são capazes de compreender os processos de carga e descarga de um capacitor em um circuito RC. Muitos alunos pensam que as cargas elétricas saltam de uma placa para a outra do capacitor ou consideram que a ordem dos elementos no circuito é relevante, argumentando que o capacitor carrega-se de carga elétrica que só pode fluir por uma parte do circuito.

Neste trabalho apresentamos exemplos de atividades computacionais que possibilitam uma visão mais imediata da medida de grandezas físicas envolvidas em circuitos RLC. Em qualquer instante de tempo os alunos podiam observar simultaneamente o comportamento da intensidade da corrente elétrica, da resistência elétrica, das diferenças de potencial ao longo do circuito e da quantidade de carga elétrica armazenada no capacitor. Com isso, esperamos que os recursos computacionais possam auxiliá-los a compreender os efeitos transientes característicos desses circuitos.

4.2. Raciocínios errôneos

No estudo de circuitos simples os alunos têm a tendência de apresentar raciocínios locais e seqüenciais em vez de sistêmicos ou holísticos. Muitos alunos analisam partes do circuito sem se preocupar com o restante, não captam que uma alteração em um ponto qualquer do circuito provoca alterações instantaneamente ao longo do circuito [2]. No estudo de circuitos RLC estes raciocínios errôneos nem chegam a transparecer porque predomina o raciocínio mecânico, baseado unicamente em fórmulas [13, 14, 16]. Nesse caso o principal objetivo é encontrar as soluções particulares das equações diferenciais que descrevem o comportamento das grandezas físicas presentes nos circuitos em questão sem se aprofundar na sua interpretação conceitual. Um exemplo disso pode ser encontrado no estudo de Greca e Moreira [14], em que os alunos, ao descreverem o comportamento do campo elétrico no capacitor e o do campo magnético no indutor em um circuito LC durante uma oscilação completa, reproduzem mecanicamente as equações matemáticas e os gráficos de barra que estão no livro-texto, para as energias armazenadas em um circuito LC, mas não conseguem representar nem sequer o sentido das linhas de campo magnético no indutor durante uma oscilação completa.

Apresentamos na Tabela 1 uma síntese das dificuldades conceituais que os alunos usualmente apresentam [12-14, 16]. Nessas referências várias concepções alternativas e raciocínios errôneos foram identificados (Tabela 2).

⁶ i_1 é a corrente elétrica que passa pelo amperímetro A1 e i_2 é a corrente elétrica que passa por A2.

Tabela 1 - Síntese das principais dificuldades conceituais identificadas nas Refs. [12-14, 16].

| | Conceitos | Dificuldades |
|--------------------|------------------------------------|--|
| Circuitos RC | Corrente elétrica | Compreender que durante os processos de carga e descarga a intensidade da corrente elétrica decai exponencialmente. Considerar a conservação espacial da corrente elétrica. |
| | Carga elétrica | Compreender os processos de carga e descarga do capacitor. Entender a relação entre carga elétrica e corrente elétrica. |
| | Diferença de potencial | Relacionar a diferença de potencial no capacitor com a quantidade de carga armazenada e a diferença de potencial no resistor com a intensidade de corrente elétrica. |
| Circuitos LC e RLC | Carga elétrica e corrente elétrica | Relacionar a intensidade da corrente elétrica com a quantidade de carga elétrica armazenada no capacitor em função do tempo. Identificar o sentido das linhas de campo magnético no indutor, durante os processos de carga e descarga do capacitor. |
| | Campo eletromagnético | Compreender o comportamento das energias elétrica, magnética e eletromagnética, durante uma oscilação completa. |

Tabela 2 - Síntese das principais concepções alternativas e raciocínios errôneos identificados nas Ref. [12-14, 16].

| Os alunos ... |
|--|
| ...pensam que a corrente se desgasta ao passar por uma resistência elétrica [16]. |
| ...acreditam que em um circuito RC: |
| a) a corrente elétrica é constante em ambos os lados do capacitor, desde que a diferença de potencial fornecida pela fonte e a resistência elétrica permaneçam constantes [12]; |
| b) a intensidade de corrente elétrica é nula, pois o capacitor representa uma interrupção no circuito [12, 16]; |
| c) quando o capacitor estiver totalmente carregado a corrente elétrica permanecerá constante e não-nula [12]; |
| d) a ordem dos elementos importa [16]; |
| e) as cargas elétricas saltam de uma placa para a outra do capacitor [16]. |
| ...reproduzem mecanicamente os gráficos de barra que estão no livro-texto, para as energias armazenadas em um circuito LC, não conseguindo representar nem sequer o sentido das linhas de campo magnético no indutor, durante uma oscilação completa [14]. |
| ...desenvolvem um raciocínio mecânico, baseado em fórmulas, sem se preocupar com o que ocorre fisicamente em circuitos RLC [13, 14, 16]. |

5. Estratégia didática e materiais instrucionais

Baseados nas dificuldades conceituais apresentadas na Tabela 1, estabelecemos objetivos a serem alcançados pelos alunos (Tabela 3) ao final do estudo de circuitos RLC. Para auxiliá-los a atingir tais objetivos, propusemos um conjunto de quatro atividades computacionais que requerem constante interação dos alunos entre si, com os recursos computacionais e com o professor, ao responderem questões conceituais presentes nos guias de cada atividade.

Para estimular a interatividade e o engajamento dos alunos em seu próprio aprendizado, concebemos os guias baseados em dois métodos de ensino que podemos denominar de método colaborativo presencial e PIE⁷ (Predizer, Interagir e Explicar) que estão relacionados com a dinâmica das aulas. O método colaborativo presencial está ancorado nos princípios de diferenciação progressiva e reconciliação integradora propostos por Ausubel [24] e consiste em abordar os conceitos físicos mais gerais envolvidos na matéria de ensino durante uma exposição inicial, de aproximadamente 30 min, para serem progressivamente diferenciados e reconci-

liados no restante da aula com a participação ativa dos alunos. Na primeira parte de cada aula aplicamos o princípio de conservação de energia no circuito a ser trabalhado durante a aula, buscando encontrar as equações diferenciais que descrevem o comportamento das grandezas físicas presentes no circuito e apresentamos as soluções particulares para cada grandeza. A seguir, os alunos trabalharam em pequenos grupos, duplas ou trios, para responderem as questões conceituais presentes no guia desenvolvido para cada atividade computacional, realizando, então, a diferenciação progressiva e a reconciliação integradora dos conceitos físicos abordados. Nesse momento os alunos devem gradativamente captar o significado físico das soluções particulares das equações diferenciais apresentadas no início da aula. O método que denominamos de PIE consiste em os alunos inicialmente fazerem previsões sobre o comportamento das grandezas físicas presentes em um circuito elétrico representado em um diagrama. A seguir, os alunos interagem com a simulação computacional para gerar resultados, avaliar o que efetivamente ocorre e, finalmente, explicar as divergências e convergências de suas previsões em relação ao que foi observado.

⁷ Adaptado do método POE – Predizer, Observar e Explicar – proposto por White e Gunstone (*apud* Tao e Gunstone [25]).

Tabela 3 - Objetivos a serem alcançados pelos alunos ao final do ensino de circuitos RLC.

| Dado um: | O aluno deverá ser capaz de: |
|--------------------|--|
| Circuito RC | <ol style="list-style-type: none"> 1. descrever o comportamento da quantidade de carga elétrica armazenada no capacitor durante os processos de carga e descarga; 2. descrever o comportamento da intensidade da corrente elétrica no circuito durante os processos de carga e descarga do capacitor; 3. entender que a corrente elétrica não é consumida ao longo do circuito; 4. descrever o comportamento das diferenças de potencial ao longo do circuito; |
| Circuito RL | <ol style="list-style-type: none"> 5. perceber que a intensidade de corrente elétrica no circuito não atinge seu valor máximo imediatamente e entender o porquê disso; |
| Circuito LC ou RLC | <ol style="list-style-type: none"> 6. interpretar o comportamento da quantidade de carga armazenada no capacitor em função do tempo; 7. interpretar o comportamento da intensidade da corrente elétrica em função do tempo; 8. relacionar o comportamento do campo magnético no indutor com a quantidade de carga elétrica armazenada no capacitor em função do tempo; 9. relacionar o comportamento do campo elétrico entre as placas do capacitor com a intensidade de corrente elétrica do circuito em função do tempo; 10. perceber o comportamento das energias: elétrica, magnética e eletromagnética em função do tempo. |

Atualmente não há um consenso na literatura sobre a distinção entre atividades de simulação e de modelagem computacional no ensino de física. No presente trabalho consideramos *atividades de simulação computacional* aquelas em que o aluno tem autonomia para inserir valores iniciais para variáveis, alterar parâmetros, mas não tem autonomia para modificar o cerne do modelo computacional, ou seja, acesso aos elementos mais básicos, matemáticos ou icônicos, que o constituem. Em atividades de *modelagem computacional*, além de poder atuar sobre a variação de parâmetros e valores iniciais, o aluno tem acesso a estes elementos básicos, podendo fazer alterações nos modelos computacionais previamente construídos ou construir seu próprio modelo. Há consenso na literatura quanto à classificação em atividades exploratórias, àquelas em que o aluno explora alguma simulação computacional construída por outro, e atividades expressivas, àquelas em que o aluno cria um modelo computacional, a partir de elementos básicos, matemáticos ou icônicos. Usamos como ferramenta para as atividades computacionais o software *Modellus* [26], de distribuição gratuita, por possibilitar que o aluno construa, reflita e interaja com representações analíticas, analógicas e gráficas de objetos matemáticos. A interface deste software é intuitiva, facilitando a interação dos alunos em tempo real, permitindo, também, observar múltiplos experimentos (conceituais) simultaneamente [2].

A série completa, contendo três atividades de simulação computacional e uma atividade de modelagem computacional, está disponível gratuitamente na internet [27]. Para cada atividade, são detalhados os objetivos a serem alcançados, os conceitos a serem trabalhados, uma descrição geral do modelo e os enunciados das questões propostas para os alunos (que se encontram nas janelas “Notas” de cada modelo). Em todos os circuitos considerados admitimos que os resistores são ôhmicos, os fios condutores e as fontes possuem resistência elétrica desprezível. Como ilustração das atividades propostas, discutimos a primeira sugerida aos

alunos e apresentamos, em detalhes, a terceira e quarta.

A primeira atividade trata-se de uma simulação computacional sobre um circuito RC, com um capacitor de capacitância variável (Fig. 5). Muitos alunos costumam apresentar previsões errôneas, não sendo capazes de traçar corretamente a curva que representa a carga do capacitor em função do tempo para uma situação em que a capacitância do capacitor C é repentinamente diminuída quando o capacitor está próximo de sua carga máxima. Durante a interação dos alunos com a simulação observa-se que gradativamente eles percebem que: i) antes da alteração em C o módulo da diferença de potencial no capacitor e entre os extremos da fonte eram praticamente iguais; ii) ao diminuir a capacitância a diferença de potencial em C torna-se maior do que a diferença de potencial fornecida pela fonte; iii) o potencial elétrico na placa do capacitor com carga elétrica $+q$ torna-se maior do que o potencial no terminal positivo da fonte e o potencial na placa com carga $-q$ fica menor do que o potencial no terminal negativo da fonte; iv) isto faz com que a corrente elétrica inverta de sentido no circuito e o capacitor descarregue até que as diferenças de potencial no capacitor e na fonte se igualem novamente.

Atividade III: trata-se de uma atividade expressiva de modelagem computacional sobre circuitos RL

a) Objetivos a serem alcançados: item 5 apresentado na Tabela 3.

b) Conceitos a serem trabalhados: corrente elétrica, diferença de potencial e indutância.

c) Descrição geral do modelo

Nesta atividade esperamos que os alunos escrevam na janela “Modelo” do *Modellus*, tipicamente, o que consta na Fig. 6 e na janela “Animação”, criem barras que permitam alterar o valor de L continuamente. Apesar de que desejaríamos que o aluno construísse o modelo computacional sem o nosso auxílio, nossa experiência com atividades expressivas mostra que eles

levam muito tempo, principalmente no caso em que não tenham anteriormente criado algum modelo que envolva equação diferencial. Para evitar isto, apresentamos um modelo computacional já construído de um circuito RC, para que o compreendam e o modifiquem de modo a torná-lo adequado para um circuito RL.

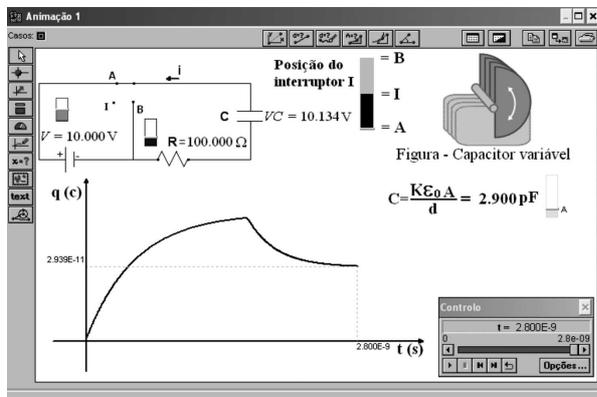


Figura 5 - Tela ilustrativa da janela “Animação 1” do modelo *cirRLC1.mdl*.

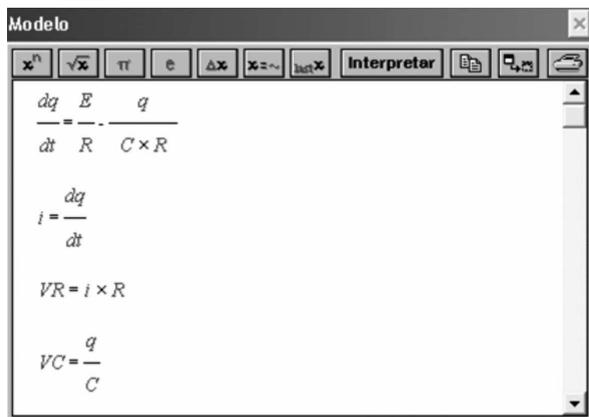


Figura 6 - Tela ilustrativa da janela “Modelo” mostrando as equações que representam um circuito RC

d) Enunciado das questões propostas aos alunos

- a) A janela “Modelo” mostrada na Fig. 6 é de um modelo de um circuito RC. Com base neste, construa um modelo computacional de um circuito RL (Fig. 7).
- b) Insira na janela Animação, do modelo construído, uma barra para variar a indutância no indutor L . Após discuta as alterações na corrente elétrica e na diferença de potencial em R e em L ao alterar a indutância em L .

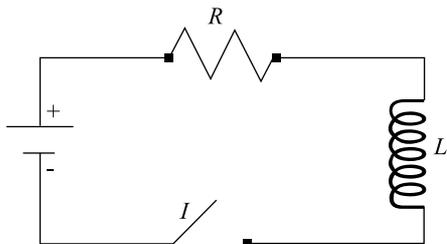


Figura 7 - Representação de um circuito RL.

Vários alunos ao alterarem a indutância do indutor inicialmente pensam que a intensidade de corrente elétrica máxima no circuito se modifica. Para esses alunos, sugere-se a inserção de mais duas barras de rolagem no modelo, para variar a resistência elétrica do resistor R e a diferença de potencial fornecida pela fonte, a fim de que, com uma visão mais geral do circuito, tenham melhores condições de captar que: i) a intensidade de corrente elétrica máxima no circuito não depende da indutância do indutor e sim apenas da diferença de potencial fornecida pela fonte e da resistência elétrica do resistor; ii) o indutor se opõe às variações de intensidade de corrente elétrica no circuito; iii) quanto maior (menor) a indutância maior (menor) será o tempo que a intensidade de corrente elétrica no circuito levará para se estabilizar.

Atividade IV: trata-se de uma atividade de simulação computacional exploratória, cuja tela principal é apresentada na Fig. 8

- a) **Objetivos a serem alcançados:** itens 6-10 da Tabela 3.
- b) **Conceitos a serem trabalhados:** carga elétrica, corrente elétrica, energia elétrica, energia magnética e energia eletromagnética.
- c) **Descrição geral do modelo**

Ao executar o modelo computacional, o capacitor, que se encontrava totalmente carregado, inicia o processo de descarga. O aluno pode observar o comportamento dinâmico do circuito a partir dos valores das diferenças de potencial no capacitor C e no indutor L . Ou observar na janela “Animação” 1 (Fig. 8) ou na janela “Gráfico” (Fig. 9) os gráficos: das energias elétricas e magnéticas, da corrente elétrica, da quantidade de carga elétrica armazenada no capacitor. Existe a possibilidade do circuito ser resistivo ou não, alterando o valor da resistência elétrica no resistor através da respectiva barra de rolagem próxima ao mesmo.

d) Enunciado das questões propostas aos alunos

Atenção: responda o item “a e b” antes de executar o modelo. Considere que o capacitor C esteja completamente carregado, quando o interruptor I é fechado em A.

- a) Esboce os seguintes gráficos:
 - i) quantidade de carga elétrica armazenada no capacitor C em função do tempo;
 - ii) corrente elétrica em função do tempo;
 - iii) energia elétrica no capacitor C em função do tempo para uma situação em que a resistência elétrica em R é repentinamente:

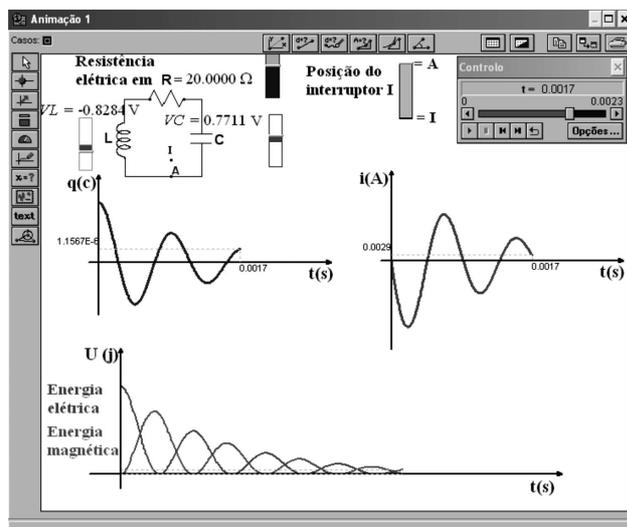


Figura 8 - Tela ilustrativa da janela “Animação 1” do modelo *cirRLC.mdl*.

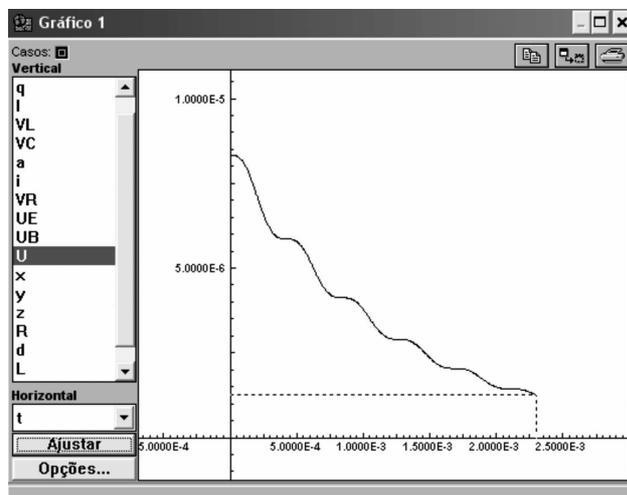


Figura 9 - Tela ilustrativa da janela “Gráfico” do modelo *cirRLC.mdl*, representando o comportamento da energia eletromagnética (U) no circuito, com resistência elétrica não-nula, em função do tempo (t).

- aumentada
- diminuída
- iv) energia magnética no indutor L em função do tempo para uma situação em que a resistência elétrica em R é repentinamente:

- aumentada
- diminuída

b) Em que condições não há conservação da energia eletromagnética. Por quê?

Neste modelo é possível variar a resistência elétrica do resistor R (através da barra de rolagem próxima ao mesmo).

c) Execute o modelo, se necessário manipule o valor de R de modo a criar os gráficos traçados nos itens “a” e “b”. Explique as diferenças entre os gráficos observados e os previstos por você, caso tenha havido alguma

diferença.

d) Qual o comportamento do campo magnético (B) no indutor nos intervalos de tempo em que a carga está aumentando? Explique.

e) Qual o comportamento do campo elétrico (E) entre as placas do capacitor nos intervalos de tempo em que a corrente elétrica está diminuindo? Explique.

Nesta simulação exploramos, principalmente, o comportamento da energia eletromagnética em um circuito RLC em série, sem fonte e com o capacitor inicialmente carregado. Quando trabalhamos esta simulação com os alunos, todos predisseram que a energia decaía exponencialmente com o tempo.⁸ Porém, quando interagiram com a simulação perceberam diferenças entre o decaimento exponencial e a curva de dissipação de energia observada na Fig. 3. Como resultado das discussões em grupo sobre o comportamento observado para as energias elétrica, magnética e eletromagnética em função do tempo, gradativamente a maior parte deles foi capaz de explicar os patamares presentes na curva de dissipação de energia, associando-os aos instantes de tempo em que a corrente elétrica é nula no circuito. Para muitos estudantes a analogia com um sistema massa-mola resistivo e com o movimento de um projétil lançado verticalmente com resistência do ar, contribuiu significativamente para o entendimento da questão.

6. Instrumento para avaliação da aprendizagem de circuitos RLC

Buscando desenvolver um instrumento de medida de conhecimento, capaz de avaliar o conhecimento dos alunos sobre circuitos RLC, construímos e validamos um teste, constituído por 17 itens, pois não encontramos na literatura nenhum outro que permitisse avaliar concepções científicas sobre o comportamento das grandezas eletromagnéticas típicas destes circuitos, por parte dos alunos. Todos os itens do teste possuem cinco alternativas, sendo que uma delas é coerente com as concepções científicas, enquanto as outras quatro podem ser coerentes com concepções alternativas ou com raciocínios errôneos que os alunos costumam apresentar sobre os circuitos em questão. Cada item do teste está relacionado com os objetivos a serem alcançados pelos alunos e com as atividades computacionais concebidas no presente estudo (Tabela 4). Por exemplo, o item 2 busca avaliar se os alunos captaram que a corrente elétrica não é consumida ao longo de um circuito (objetivo 3, Tabela 3) e os itens 3 e 4 avaliam se os alunos são capazes de descrever o comportamento das diferenças de potencial ao longo de um circuito RC (objetivo 4). Os conceitos físicos abordados nestes itens do teste (2-4) são explorados nas questões conceituais presentes no guia do aluno da Atividade II.

⁸Também vários professores universitários declararam que desconheciam a existência dos patamares de energia eletromagnética.

Tabela 4 - Relação entre os objetivos a serem alcançados pelos alunos ao passarem pelo ensino de circuitos RLC, os itens do teste e as atividades computacionais concebidas neste estudo.

| Objetivos | Itens do teste | Atividades |
|-----------|----------------|---------------|
| 1 | 1, 5, 7, 14 | Atividade I |
| 2 | 6, 8 | |
| 3 | 2 | Atividade II |
| 4 | 3, 4 | |
| 5 | 9 | Atividade III |
| 6 | 10 | Atividade IV |
| 7 | 11 | |
| 8 | 12 | |
| 9 | 13 | |
| 10 | 15-17 | |

Na elaboração do teste levamos em conta, além dos objetivos de aprendizagem (Tabela 3), duas características básicas de um instrumento de medida de conhecimento, relacionadas com a confiabilidade dos valores medidos, quais sejam, a validade [28] e a fidedignidade [29].

Com o objetivo de verificar se o teste pode ser considerado uma amostra representativa do conteúdo que desejamos medir, inicialmente, solicitamos o parecer de um grupo de quatro doutores em física da UFRGS, especialistas no assunto, sobre a relevância dos objetivos a serem medidos com o teste e a representatividade dos itens em relação ao ensino de circuitos RLC, satisfazendo assim a validação de conteúdo [28]. Posteriormente, para obter o coeficiente de fidedignidade e, se fosse o caso, identificar itens que deveriam ser excluídos por não se relacionarem satisfatoriamente com os demais, aplicamos o teste em 110 alunos de cursos de Engenharia da UFRGS, após o estudo de circuitos RLC. Esses alunos cursavam a disciplina de Física II-C (Eletromagnetismo) oferecida pelo Departamento de Física, no segundo semestre de 2004. Os resultados da aplicação do teste são apresentados na Tabela 5.

O coeficiente de fidedignidade de um teste refere-se à estabilidade, à reprodutibilidade, à precisão das médias com ele obtidas, isto é, ao grau de consistência dos valores medidos e pode ser estimado a partir do coeficiente alfa de Cronbach (Cronbach, 1951, *apud*. Moreira e Silveira [29]). Segundo Moreira e Silveira [29] o valor mínimo aceitável para um coeficiente de fidedignidade dependerá da utilização que se fará com os escores gerados pelo instrumento. Quando se deseja utilizar os escores gerados pelo instrumento para comparar grupos em médias, como no presente caso, pode-se tolerar coeficientes da ordem de 0,7. Logo o coeficiente alfa de 0,80 encontrado é satisfatório, mas como o item 8 possui uma baixa correlação com os demais decidimos desenvolver uma nova versão (versão 1.2, apresentada no Apêndice) que foi aplicada em 137 alunos de cursos de Engenharia da UFRGS que cursaram a disciplina Física II-C, no primeiro semestre de 2005, e o coeficiente alfa de Cronbach resultou em 0,81. Nesta nova versão todos os itens do teste obtiveram boa correlação com os demais e mantivemos a mesma relação com os

objetivos de aprendizagem e com as atividades computacionais que apresentamos na Tabela 4.

Tabela 5 - Coeficiente alfa, correlação item-total e coeficiente alfa se o item especificado na primeira coluna da tabela for eliminado do teste sobre circuitos RLC.

| Item | Coeficiente $\alpha = 0,80$ | |
|------|-----------------------------|--|
| | Correlação item-total | Coef. α se o item for eliminado |
| 1 | 0,44 | 0,78 |
| 2 | 0,26 | 0,80 |
| 3 | 0,48 | 0,78 |
| 4 | 0,48 | 0,78 |
| 5 | 0,35 | 0,79 |
| 6 | 0,51 | 0,78 |
| 7 | 0,44 | 0,78 |
| 8 | 0,06 | 0,81 |
| 9 | 0,22 | 0,80 |
| 10 | 0,53 | 0,78 |
| 11 | 0,53 | 0,78 |
| 12 | 0,49 | 0,78 |
| 13 | 0,31 | 0,79 |
| 14 | 0,30 | 0,79 |
| 15 | 0,46 | 0,78 |
| 16 | 0,35 | 0,79 |
| 17 | 0,47 | 0,78 |

7. Considerações finais

Circuitos envolvendo capacitores e indutores, além de resistores, abrem novas perspectivas no estudo do eletromagnetismo devido ao seu caráter inerentemente dinâmico. Enquanto a eletricidade governa os circuitos simples, com apenas resistores, circuitos RLC são regidos pelo eletromagnetismo, ampliando consideravelmente o espectro de aplicações tecnológicas, assim como o universo conceitual a ser explorado pelo aluno.

Tradicionalmente o ensino de circuitos RLC, em nível de física geral, é focado na solução de equações diferenciais e na interpretação de suas soluções sem a necessária ênfase nos aspectos conceituais. Como resultado, os alunos são capazes, com frequência, de resolver mecanicamente os problemas propostos, sem a adequada compreensão conceitual sobre o comportamento das grandezas físicas envolvidas [12-14, 16]. Repetese, assim, o quadro observado em relação ao estudo de circuitos simples: após a instrução, os alunos continuam cometendo erros conceituais gravíssimos, mesmo quando são capazes de fornecer a solução numérica correta para o problema [21-23]. As mais severas dificuldades enfrentadas no estudo de circuitos simples podem, então, voltar a aparecer no estudo de circuitos RLC [16, 21-23]. Desta forma, o ensino destes circuitos pode ser propício, também, para a retomada de conceitos básicos do eletromagnetismo, como a conservação de energia e de corrente elétrica.

Visando contribuir para a melhoria do ensino desse tópico, no presente trabalho apresentamos uma síntese das principais dificuldades de aprendizagem apresentadas pelos alunos no estudo de circuitos RLC, baseada em uma revisão da literatura, e um teste que permite

avaliar a compreensão dos alunos sobre este conteúdo. Acreditamos que estas contribuições podem, *per se*, auxiliar os professores que trabalham com o ensino desses circuitos. Adicionalmente, apresentamos uma série de atividades computacionais, concebidas para auxiliar os alunos na compreensão dos fenômenos dinâmicos presentes nos circuitos RLC, e esclarecemos as estratégias didáticas que adotamos na sua implementação. Tais atividades caracterizam-se pela interatividade dos alunos entre si, com o professor e com o material instrucional. O trabalho em pequenos grupos (2 ou 3 alunos) e a exigência de entrega, ao final da aula, de uma única cópia por grupo das questões respondidas, provoca o debate entre os alunos, forçando a negociação de significados, para que cheguem a uma resposta consensual, a ser entregue. Os resultados de uma investigação que realizamos em uma das aplicações deste material [30] mostram que houve melhorias estatisticamente significativas no desempenho dos alunos que trabalharam com as atividades computacionais (grupo experimental), em comparação com alunos expostos apenas ao ensino tradicional (grupo de controle). Sob o ponto de vista qualitativo, os alunos do grupo experimental

mostraram maior desenvoltura na capacidade de argumentação e maior disposição para um raciocínio conceitual, em vez de meramente se valerem de fórmulas. Esses resultados positivos não podem ser atribuídos, entretanto, somente ao uso dos recursos computacionais, pois a estratégia didática, fomentando grande interação dos alunos entre si e com o professor e monitores, é um fator importante que não pode ser isolado.

A título de conclusão, ressaltamos que ao propormos o uso de recursos computacionais no ensino de circuitos RLC não estamos excluindo o laboratório didático de física, pelo contrário, estamos buscando novas situações, complementares a ele, que propiciem aos alunos oportunidades de interação com representações dinâmicas, que favoreçam a exploração dos fenômenos de natureza dinâmica presentes nesses circuitos. Também estamos proporcionando situações que dificilmente seriam exploradas sem os recursos computacionais, como a variação da capacitância durante o processo de carga de um capacitor e a análise da dissipação de energia eletromagnética em um circuito RLC subamortecido.

Apêndice

Neste apêndice reproduzimos o teste sobre circuitos RLC versão 1.2.

Importante: não faça marcas nas folhas de questões Responda apenas na folha de respostas

Este teste é constituído por 17 questões de múltipla escolha com cinco alternativas. Dentre as alternativas escolha apenas uma, a que melhor responde à questão, assinalando-a na grade em anexo. Em todas as questões deste teste admite-se que os resistores são ôhmicos e os fios condutores e fontes possuem resistência elétrica desprezível.

1) No circuito da Fig. 1, R é um resistor, C um capacitor inicialmente carregado e I um interruptor aberto. Ao fechar o interruptor em B , pode-se afirmar que:

- a quantidade de carga armazenada no capacitor permanecerá constante com o tempo
- a quantidade de carga armazenada no capacitor aumentará com o tempo
- a capacitância do capacitor C aumentará com o tempo
- a quantidade de carga armazenada no capacitor diminuirá com o tempo
- a capacitância do capacitor C diminuirá com o tempo

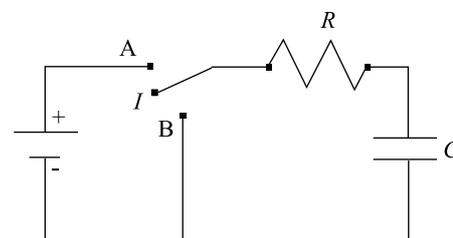


Figura 1 -

2) O circuito mostrado na Fig. 2 é formado por um resistor R , um capacitor C inicialmente descarregado, um interruptor I e três amperímetros (A_1 , A_2 e A_3). Ao fechar o interruptor I , qual das alternativas está de acordo com os valores das intensidades de corrente elétrica i_1 , i_2 e i_3 medidas nos amperímetros, enquanto o capacitor estiver sendo carregado?

- $i_1 = i_2 > i_3$
- $i_1 > i_2 > i_3$
- $i_1 = i_2 > (i_3 = 0)$
- $i_1 = i_2 = i_3 = 0$
- $i_1 = i_2 = i_3 \neq 0$

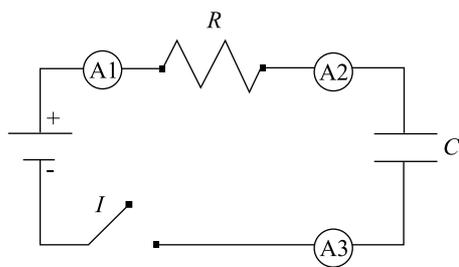


Figura 2 -

3) No circuito da Fig. 3, R é um resistor, C um capacitor inicialmente descarregado e I um interruptor aberto. Ao fechar o interruptor, pode-se afirmar que enquanto o capacitor estiver sendo carregado o módulo da diferença de potencial em R :

- a) permanece nulo
- b) aumenta
- c) é igual à fornecida pela fonte
- d) diminui
- e) é igual à diferença de potencial em C

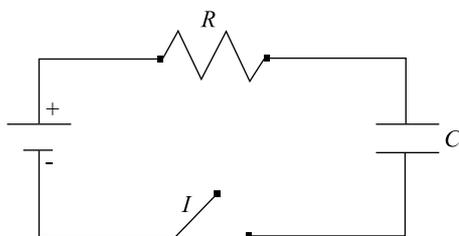


Figura 3 -

4) No circuito da Fig. 4, R é um resistor, C um capacitor totalmente carregado. O módulo da diferença de potencial entre os pontos 1 e 2 é:

- a) maior que a diferença de potencial entre os pontos 2 e 3
- b) igual à diferença de potencial entre os pontos 2 e 3
- c) nulo
- d) maior que a diferença de potencial entre os pontos 3 e 1
- e) igual à diferença de potencial entre os pontos 3 e 1

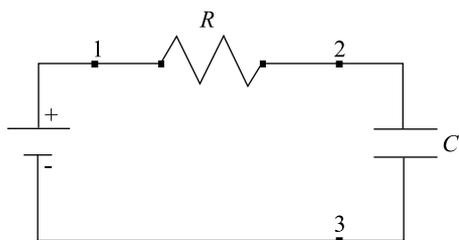


Figura 4 -

As questões 5 a 8 se referem ao circuito da Fig. 5.

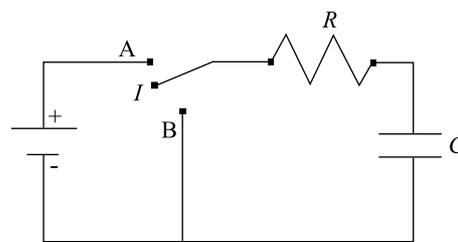


Figura 5 -

5) O capacitor C está inicialmente descarregado (interruptor I fechado na posição B). Ao fechar o interruptor I na posição A, qual das alternativas melhor representa o comportamento da quantidade de carga $Q(t)$ armazenada no capacitor em função do tempo?

- a) decai exponencialmente com o tempo
- b) decresce linearmente com o tempo
- c) aproxima-se linearmente com o tempo da quantidade de carga máxima que o capacitor C pode armazenar em suas placas, neste circuito
- d) mantém-se constante com o tempo
- e) aproxima-se exponencialmente com o tempo da quantidade de carga máxima que o capacitor C pode armazenar em suas placas, neste circuito

6) O capacitor C está inicialmente descarregado (interruptor I fechado na posição B). Ao fechar o interruptor I na posição A, qual das alternativas melhor representa o comportamento da corrente elétrica total do circuito em função do tempo $i(t)$?

- a) decai exponencialmente com o tempo
- b) decresce linearmente com o tempo
- c) cresce linearmente com o tempo
- d) mantém-se constante em um intervalo de tempo inicial e depois decai exponencialmente com o tempo
- e) cresce exponencialmente com o tempo

7) O capacitor C está inicialmente carregado (interruptor I fechado na posição A). Quando o interruptor I passa para a posição B, qual das alternativas melhor representa o comportamento da quantidade de carga $Q(t)$ armazenada no capacitor em função do tempo?

- a) diminui exponencialmente com o tempo
- b) decresce linearmente com o tempo
- c) cresce linearmente com o tempo
- d) aproxima-se exponencialmente com o tempo da quantidade de carga máxima que o capacitor C pode armazenar em suas placas, neste circuito
- e) cresce exponencialmente com o tempo

8) O capacitor C está inicialmente carregado (interruptor I fechado na posição A). Ao fechar o interruptor I na posição B, qual das alternativas melhor representa o comportamento da intensidade da corrente elétrica total do circuito em função do tempo $i(t)$?

- a) cresce linearmente com o tempo
- b) decresce linearmente com o tempo
- c) decai exponencialmente com o tempo

- d) mantém-se constante em um intervalo de tempo inicial e depois decai exponencialmente com o tempo
- e) cresce exponencialmente com o tempo

9) No circuito da Fig. 6, R é um resistor, L um indutor e I um interruptor. Ao fechar o interruptor, pode-se afirmar que:

- a) a corrente elétrica em R diminuirá linearmente com o tempo
- b) a corrente elétrica em R aumentará com o tempo até se estabilizar
- c) a corrente elétrica em R permanecerá constante com o tempo
- d) a corrente elétrica em R se comporta de modo semelhante ao que teríamos se houvesse um capacitor no lugar do indutor L
- e) a corrente elétrica em R se comporta de modo semelhante ao que teríamos se houvesse um resistor no lugar do indutor L

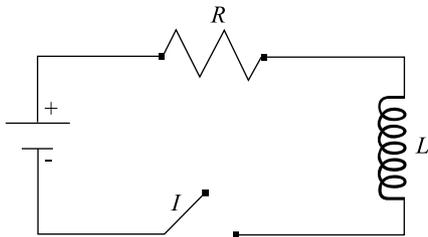


Figura 6 -

As questões 10 a 14 se referem ao circuito da Fig. 7.

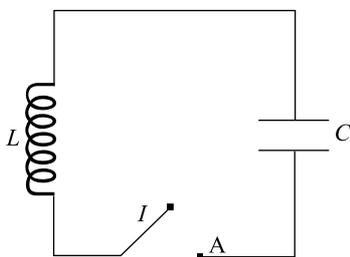
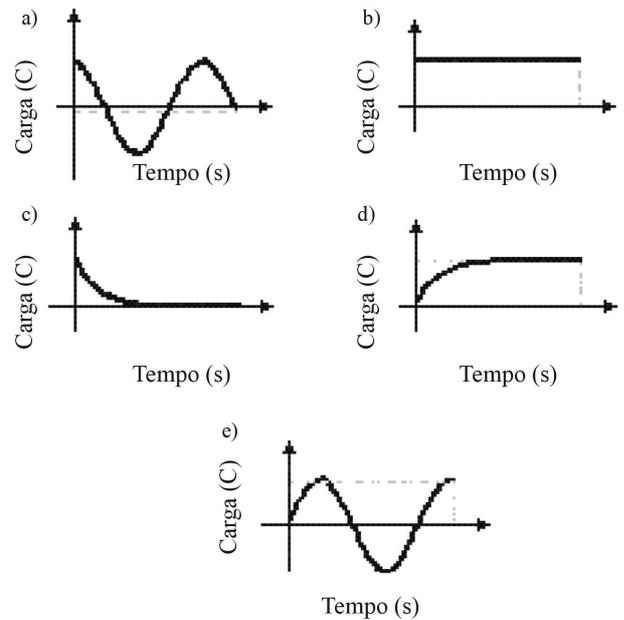
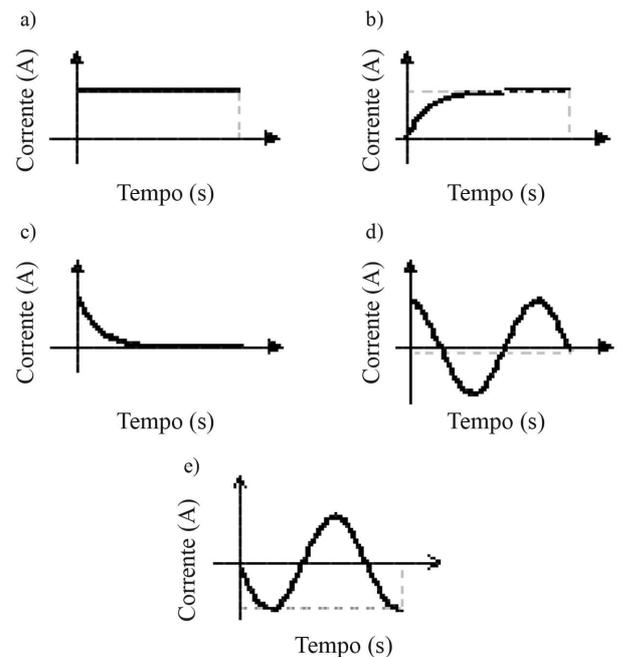


Figura 7 -

10) O capacitor C está inicialmente carregado. Qual gráfico representa a quantidade de carga $Q(t)$ armazenada no capacitor em função do tempo, quando I é fechado na posição A?



11) O capacitor C está inicialmente carregado. Qual gráfico poderia representar a corrente elétrica no circuito em função do tempo $i(t)$, quando I é fechado na posição A?



12) Quando a quantidade de carga armazenada no capacitor C estiver diminuindo com o tempo, qual das alternativas melhor representa o comportamento do campo magnético (B) no indutor L ?

- a) diminui com o tempo
- b) aumenta com o tempo
- c) mantém-se constante em um intervalo de tempo inicial e depois cresce com o tempo
- d) mantém-se constante em um intervalo de tempo inicial e depois decresce com o tempo
- e) mantém-se constante com o tempo

13) Quando a intensidade de corrente elétrica no circuito estiver aumentando com o tempo, qual das alternativas melhor representa o comportamento do campo elétrico (E) entre as placas do capacitor C ?

- a) mantém-se constante com o tempo
- b) mantém-se constante em um intervalo de tempo inicial e depois decresce com o tempo
- c) aumenta com o tempo
- d) diminui com o tempo
- e) mantém-se constante em um intervalo de tempo inicial e depois cresce com o tempo

14) O capacitor C é removido do circuito mostrado na Fig. 7, em um instante de tempo em que o mesmo se encontra totalmente carregado, e mantido isolado. Pode-se afirmar que:

- a) o capacitor C se descarregará imediatamente
- b) o capacitor C permanecerá carregado
- c) a diferença de potencial entre as placas do capacitor C será nula
- d) a carga líquida no capacitor C será não-nula
- e) o campo elétrico no capacitor C decrescerá exponencialmente com o tempo

As questões 15 a 17 se referem aos circuitos das Figs. 8.a e 8.b. Desprezando efeitos de radiação nestes circuitos, escolha a melhor alternativa.

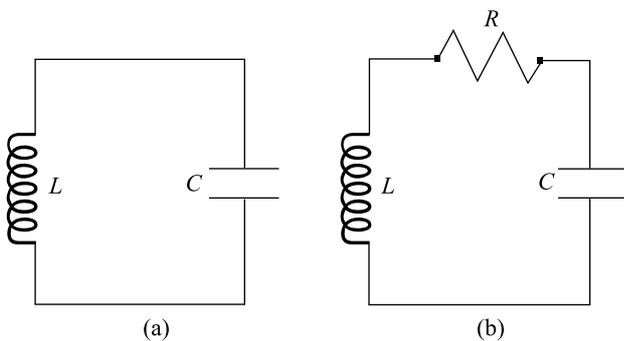
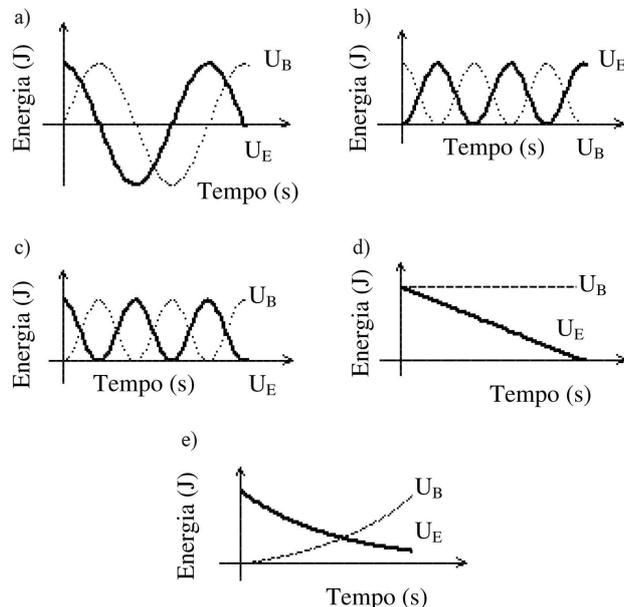


Figura 8 -

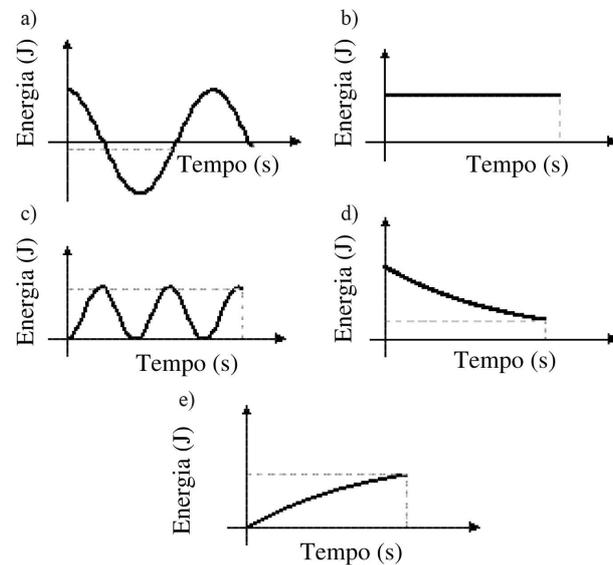
15) Nos circuitos mostrados nas Figs. 8.a e 8.b o capacitor C (inicialmente carregado) e o indutor L são exatamente os mesmos (R na Fig. 8.b é um resistor.). Pode-se afirmar que:

- a) a energia eletromagnética nos dois circuitos é conservada
- b) a energia eletromagnética do circuito mostrado na Fig. 8.a é conservada
- c) a energia eletromagnética do circuito mostrado na Fig. 8.b é conservada
- d) a energia elétrica em C do circuito mostrado na Fig. 8.a permanece constante
- e) a energia magnética em L do circuito mostrado na Fig. 8.a permanece constante

16) Qual gráfico representa a energia elétrica (U_E) no capacitor C e a energia magnética (U_B) no indutor L , no circuito mostrado na Fig. 8.a, considerando que em $t_0 = 0$ o capacitor encontra-se totalmente carregado?



17) Qual gráfico representa a energia eletromagnética, no circuito mostrado na Fig. 8.a ?



Agradecimentos

Agradecemos ao árbitro pelas críticas pertinentes, que provocaram nova versão do artigo. Trabalho parcialmente financiado pelo CNPq.

Referências

- [1] P.F.T. Dorneles, *Investigação de ganhos na aprendizagem de conceitos físicos envolvidos em circuitos elétricos por usuários da ferramenta computacional Modellus*. Dissertação de Mestrado, Instituto de Física, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre (2005).
- [2] P.F.T. Dorneles, I.S. Araujo e E.A. Veit, *Revista Brasileira de Ensino de Física* **28**, 487 (2006).
- [3] R.A. Serway e J.W. Jewett, *Princípios de Física III - Eletromagnetismo* (Ed. Pioneira Thomson Learning, São Paulo, 2004), 1^a ed.
- [4] P.A. Tipler e G. Mosca, *Física: Para Cientistas e Engenheiros II - Eletromagnetismo* (Ed. Livros Técnicos e Científicos, Rio de Janeiro, 2006), 5^a ed.
- [5] H.D. Young, F.W. Sears e M.W. Zemansky, *Física III: Eletromagnetismo* (Ed. Pearson Addison Wesley, São Paulo, 2004), 10^a ed.
- [6] D. Halliday, R. Resnick e J. Walker, *Fundamentals of Physics: Extended* (Ed. John Wiley & Sons, Nova York, 1997), 5^a ed.
- [7] H.M. Nussenzveig, *Curso de Física Básica 3 - Eletromagnetismo*, (Ed. Edgar Blucher, São Paulo, 1997), 1^a ed.
- [8] D. Halliday, R. Resnick e J. Walker, *Fundamentos de Física III - Eletromagnetismo* (Ed. Livros Técnicos e Científicos, Rio de Janeiro, 2006), 7^a ed.
- [9] S. Krapas e A.M. Borges, *Caderno Brasileiro de Ensino de Física* **15**, 47 (1998).
- [10] S.T. Thornton e J.B. Marion, *Classical Dynamics of Particles and Systems* (Ed. Brooks/Cole, Belmont, 2004), 5^a ed.
- [11] H.M. Nussenzveig, *Curso de Física Básica 2 - Fluidos - Oscilações e Ondas - Calor* (Ed. Edgar Blucher, São Paulo, 2002), 4^a ed.
- [12] B.S. Eylon e U. Ganiel, *International Journal of Science Education* **12**, 79 (1990).
- [13] I.M. Greca e M.A. Moreira, *Investigações em Ensino de Ciências* **1**, 95 (1996).
- [14] I.M. Greca e M.A. Moreira, *Enseñanza de las Ciencias* **16**, 289 (1998).
- [15] D.M. Redondo e V.L. Líbero, *Revista Brasileira de Ensino de Física* **18**, 137 (1996).
- [16] B.A. Thacker, U. Ganiel e D. Boys, *American Journal of Physics* **67**, S25 (1999).
- [17] M.C. Faleski, *American Journal of Physics* **74**, 429 (2006).
- [18] H.E. Hellen e M.J. Lanctot, *American Journal of Physics* **75**, 326 (2007).
- [19] W.C. Magno, A.E.P. Araújo, M.A. Lucena, E. Montarroyos and C. Chesman, *American Journal of Physics* **75**, 161 (2007).
- [20] R. Ross e P. Venugopal, *American Journal of Physics* **74**, 523 (2006).
- [21] R. Duit e C.v. Rhöneck, in *Connecting Research in Physics Education*, editado by A. Tiberghien, E. Jossen, and J. Barojas (ICPE Books, Ohio 1998), p. 1-10.
- [22] P.V. Engelhardt e R.J. Beichner, *American Journal of Physics* **72**, 98 (2004).
- [23] L.C. McDermott e P.S. Shaffer, *American Journal of Physics* **60**, 994 (1992).
- [24] D.P. Ausubel, *Aquisição e Retenção de Conhecimentos* (Ed. Plátano, Lisboa, 2003).
- [25] P.-K. Tao and R.F. Gunstone, *Journal of Research in Science Teaching* **36**, 859 (1999).
- [26] V.D. Teodoro, J.P. Vieira e F.C. Clérigo, *Modellus, Interactive Modelling with Mathematics*. Disponível em <http://phoenix.sce.fct.unl.pt/modellus> (acesso em 5/1/2008).
- [27] P.F.T. Dorneles, I.S. Araujo e E.A. Veit, *Circuitos Elétricos: Atividades de Simulação e Modelagem Computacionais como o Modellus*. Disponível em <http://www.if.ufrgs.br/cref/ntef/circuitos> (acesso em 5/1/2008).
- [28] H.M. Vianna, *Testes em Educação* (Ed. Ibrasa, São Paulo, 1987), 6^a ed.
- [29] M.A. Moreira e F.L. Silveira, *Instrumentos de Pesquisa em Ensino e Aprendizagem* (Ed. EDIPUCRS, Porto Alegre, 1993).
- [30] P.F.T. Dorneles, E.A. Veit e M.A. Moreira, *Investigating the Learning of RLC Circuits with the Aid of Computer-Based Activities* (submetido ao Girep 2008).