

Precursos log-periódicos de eventos catastróficos: a quebra de 1999 como exemplo ilustrativo (Log-periodic precursors to catastrophic events: the 1999 crash as a case study)

C.J.S. Julião¹, Iram Gleria, Solange Cavalcanti e G.M. Viswanathan

Instituto de Física, Universidade Federal de Alagoas, Maceió, AL, Brasil

Recebido em 28/9/2007; Aceito em 4/1/2008; Publicado em 7/7/2008

Grandes terremotos, ruptura em materiais complexos, quebra de bolsa de valores: todos podem ser vistos como catástrofes - a repentina transição de um estado calmo para uma crise. Seria possível uma previsão desses eventos? Uma abordagem unificada para a modelagem e previsão de catástrofes foi proposto por D. Sornette, numa teoria baseada no conceito de log-periodicidade. Neste artigo discutimos o potencial de previsibilidade dessa teoria e a demonstramos em problemas relacionados a quebras de bolsas de valores. Também apresentamos um estudo inédito do método de previsão ao Índice da Bolsa de Valores de São Paulo, IBOVESPA. Buscamos evidências de comportamento log-periódico, comparando um período sem quebras com o período antes da quebra de 14 de janeiro de 1999. A eficiência e a relativa simplicidade do método servem de grande incentivo a estudantes de graduação, sempre ávidos para ver a teoria sendo posta em prática.

Palavras-chave: log-periódico, leis de escala, catástrofe.

Large earthquakes, rupture in complex materials, stock market crashes: all can be viewed as catastrophes - the sudden transition from a quiet state to a crisis. Would it be possible to forecast these events? A unified framework for the modeling and forecasting of catastrophes was proposed by D. Sornette, based on the concept of log-periodicity. In this article we discuss the potential for predictability of this theory and we illustrate it in problems related to stock market crashes. We study this method of forecasting applied to the the stock market index of the BOVESPA São Paulo Stock Exchange, IBOVESPA. We seek evidence of log-periodic behavior, comparing a period without crashes to the period before the crash of 14 January 1999. The efficiency and the relative simplicity of the method serve as incentive to undergraduate students eager to see the theory being put to practice.

Keywords: scale laws, log-periodic, catastrophe.

1. Introdução

1.1. Catástrofes

Pesquisas relativamente recentes sugerem que certos eventos de fundamental importância para a sociedade apresentam características similares quando próximas de situações extremas: catástrofes naturais, quebra de bolsas de valores, crises econômicas em escalas nacional e global, “apagões” gigantes, engarrafamentos e epidemias. Tem sido devotada intensa atenção e esforço a esses fenômenos, para, quando possível, prever sua ocorrência.

Em tais sistemas complexos, há uma notável propriedade: um padrão de comportamento coletivo em larga escala, com uma estrutura intensamente rica. Isto é resultado de repetidas interações não-lineares entre

seus integrantes: tem-se como resultado um tipo de sinergia - algo maior que a soma individual das partes. Embora não descritos analiticamente, esses comportamentos podem ser explorados numericamente por meio de experimentos computacionais. Quanto à complexidade algorítmica, muitos sistemas complexos são vistos como irreduzíveis computacionalmente. Tome como exemplo a série dos números naturais pares. É possível escrever uma expressão para esta série, tal como

$$X_0 = 0, X_{n+1} = X_n + 2,$$

de tal forma que temos todo o comportamento da série resumida nesta expressão. Nos sistemas aqui estudados, não conseguiríamos tal nível de compressão, sendo a única forma de verificar a evolução do sistema a observação direta. Conseqüentemente, a evolução

¹E-mail: juliaojunior@gmail.com.

“dinâmica” de sistemas complexos poderia ser inerentemente imprevisível.

Essa imprevisibilidade, porém, não é necessariamente fator negativo, pois prever detalhadamente a evolução de sistemas complexos não tem valor real. Por outro lado, existem aspectos extremamente relevantes, a ponto de justificar esforços em sua compreensão. Portanto, a possibilidade de prever fases da evolução de sistemas complexos, tal como eventos extremos, de fato nos interessa.

Nas ciências sociais e naturais, vêem-se raras e repentinas transições que ocorrem em intervalos de tempos curtos quando comparados com as escalas de tempo características de sua posterior evolução. Estes eventos raros e catastróficos, freqüentemente determinam o comportamento desses sistemas a longo prazo: “dilúvios” espaçados por milênios alteram as paisagens.

A Teoria da Catástrofe, iniciada com o trabalho do matemático francês Renè Thom na década 60 do século passado, é uma tentativa de abordar tais sistemas numericamente. Pequenas mudanças em certos parâmetros de um sistema não-linear podem fazer com que os equilíbrios apareçam ou desapareçam, ou mudem de atração para repulsão e vice-versa, conduzindo às grandes e repentinas mudanças de comportamento do sistema. Entretanto, examinando de um ponto de vista mais amplo, a Teoria da Catástrofe revela que tais pontos de bifurcação tendem a ocorrer como parte de estruturas geométricas qualitativamente muito bem definidas. A Teoria da Catástrofe analisa os pontos críticos de uma função potencial - pontos onde não apenas a primeira derivada, mas uma ou mais derivadas de ordem mais alta da função potencial também são zero. Estes pontos formam o alvo central da geometria de uma catástrofe, sendo tal geometria o verdadeiro objeto de estudo da Teoria. Há sete estruturas genéricas para essa geometria das bifurcações: Fold, Cusp, Swallowtail, Butterfly, Hyperbolic Umbilic, Elliptic Umbilic, Parabolic Umbilic.

A questão científica vital que deve ser respondida a fim de assegurar a previsão de tais eventos é: como o comportamento em larga-escala de uma catástrofe pode se desenvolver a partir de uma série de interações entre elementos de diferentes escalas? Uma característica comum de vários exemplos de crises é sua natureza emergente de processos coletivos: as ações repetitivas da interação não-linear influenciam em muitas escalas, e leva a uma progressiva construção de correlações em larga escala e, finalmente, à crise. Em geral, não é possível identificar um núcleo, gerando correlações locais e temporais: ocorre uma cooperação global e progressiva em todo o sistema por repetitivas interações. Estes sistemas em estados críticos burlam um princípio centenário baseado na idéia do reducionismo: entender algo por dividi-lo em partes menores e entender cada uma des-

as partes. Este método reducionista não funciona, pois a ação isolada de uma parte do sistema não é determinante do seu destino. Apenas por conhecer o comportamento coletivo das partes, incluindo o acúmulo dos produtos de sua cooperação, pode-se então conhecer aspectos centrais do comportamento do sistema como um todo. Mostraremos alguns exemplos deste tipo de fenômeno, onde a chave para compreender a abordagem é a idéia de sinergia, conforme posto acima.

1.2. Log-periodicidade

Um ponto chave deve ser acrescentado: a log-periodicidade. A expressão *log-periodicidade* indica que a função estudada acompanha o logaritmo da variável. Por exemplo, $y = \cos(x)$ descreveria um comportamento periódico, enquanto $y = \cos(\ln(x))$ um comportamento log-periódico. Em muitos casos estudados, foi encontrada evidência de estruturas log-periódicas [1, 2]. Por exemplo, durante a pesquisa sobre as emissões acústicas do tanque de pressão industrial do foguete European Ariane, comportamento log-periódico foi detectado quando relações *emissões x tempo* eram observadas.

Incentivado por tal observação da log-periodicidade em fenômenos de ruptura, Sornette começou a investigar se características similares poderiam ser observadas em outros sistemas. Uma observação mais cuidadosa revelou tais características em muitos sistemas que tinham sido previamente insuspeitos. Este trabalho conduziu à visão de que a invariância e seus associados expoentes complexos junto com log-periodicidade poderiam aparecer “espontaneamente” em sistemas naturais, isto é, sem a necessidade de uma hierarquia pré-existente.

Em geral, comportamentos cooperativos em sistemas complexos não podem ser reduzidos a uma simples decomposição de causas elementares. Deve-se procurar um ponto de vista mais global, onde a catástrofe emerge “naturalmente” como uma marca intrínseca fundamental do fenômeno.

Para racionalizar essas observações, um modelo limite do fenômeno é construído, onde a catástrofe, ruptura, ou crise surge de trocas de informações advindas do próprio fenômeno, de acordo com uma estrutura hierárquica. Especificamente no caso de bolsas de valores, temos o “mercado mundial”, em um nível imediatamente inferior temos os países, depois os grandes bancos e instituições nesses países, e então os diversos departamentos e setores nessas instituições, e por último temos o consumidor individual, representando a menor escala do mercado financeiro. Essa estrutura hierárquica, em outras palavras, esta invariância discreta de escala, é reconhecida como o ingrediente chave para obter-se comportamento log-periódico [1]. Com o modelo cons-

truído, procuramos sua solução e a existência de um ponto crítico - identificado com o evento catastrófico a ser investigado.

1.3. Invariância de escala

A estrutura hierárquica está profundamente ligada a idéia de invariância de escala. Considere a expressão

$$f(x) = 1/x^\alpha.$$

Traçando o gráfico desta função, é fácil perceber que podemos fazer uma espécie de “zoom”: basta realizar a substituição $x \rightarrow x' = \lambda x$, obtendo

$$f(\lambda x) = f(x)\lambda^{-\alpha},$$

onde λ é uma razão de escala fundamental. Isto é, a substituição produz uma nova função igual à função original vezes uma constante. Obviamente, λ pode assumir qualquer valor. Este é o comportamento de *invariância de escala contínua* (ver Fig. 1).

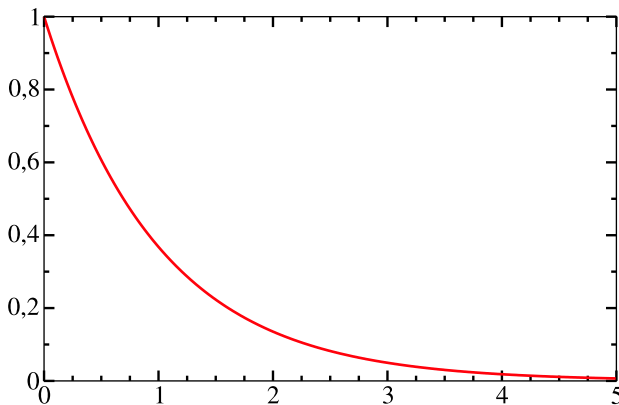


Figura 1 - Exemplo de invariância de escala contínua. Um “zoom” λ arbitrário centrado na origem não afeta a forma da lei de potência.

A invariância de escala discreta é uma forma mais restritiva de invariância, em que o sistema é invariante apenas para valores específicos de λ . Assim, a transformação de escala $x \rightarrow x' = \lambda_n x$ não fornecerá a reprodução de $f(x)$ para qualquer valor de λ_n - haverá restrições. Na função

$$g(x) = \cos(\alpha \ln(x)),$$

façamos a mesma substituição $x \rightarrow x' = \lambda x$. Obtemos

$$g(\lambda x) = \cos(\alpha \ln(\lambda x)) = \cos(\alpha \ln(\lambda) + \alpha \ln(x)).$$

Apenas quando $\lambda = \exp(2\pi n/\alpha)$, $n \in \mathbb{N}$, conseguiremos observar a relação $g(\lambda x) = g(x)$. Como λ passa a assumir valores discretos, chamamos este tipo de invariância de *invariância de escala discreta* (ver Fig. 2).

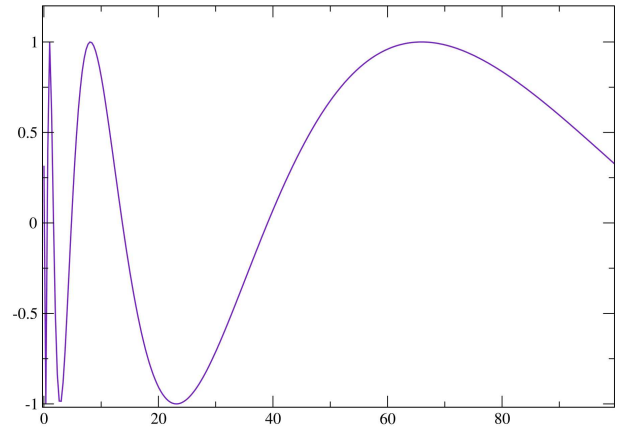


Figura 2 - Exemplo de invariância de escala discreta. A função permanece invariante apenas para valores específicos do “zoom” λ .

2. Invariância de escala discreta e o exemplo da ruptura

2.1. Natureza do problema

Estudos sobre fraturas e rupturas de materiais suscitam grande interesse das indústrias em geral, tanto pela relevância econômica como pelo potencial de perdas humanas. A quebra de uma barra metálica sujeita a uma força externa, envelhecimento de concreto e rachaduras em cristais são exemplos destes fenômenos em sistemas compostos - o termo “composto” denotando tanto os materiais com estruturas microscópicas diferenciadas como montagens de elementos macroscópicos formando uma superestrutura. Embora alvo de considerável esforço, muitas questões sobre fraturas e fadiga não foram respondidas. Ainda não há até agora uma explicação plenamente aceita para fenômenos de ruptura. Esta falta de compreensão dos aspectos fundamentais é consequência da inexistência de métodos apropriados para a previsão de rupturas e fadiga.

2.2. A função da heterogeneidade

No início dos anos 60 do século passado, o sismologista japonês K. Mogi divulgou uma observação penetrante sobre previsão de rupturas: quanto mais heterogêneo é o material, mais avisos da ruptura surgem; o contrário também é verdade: quanto mais homogêneo, mais traiçoeiro é o processo. Como isto se faz presente? Suponha um material heterogêneo que, a partir de certo instante, fica submetido a uma situação de estresse. Se esse estresse for crescente, em algum momento uma micro-fratura surgirá. Com o passar do tempo, essas micro-fraturas se multiplicam, até iniciar uma união com outras fraturas maiores. Quando uma “densidade crítica” de fraturas é alcançada, uma fratura macroscópica é formada. Nas proximidades dessa formação, várias grandezas físicas são alteradas e a na-

tureza da variação depende da heterogeneidade. Sendo muito pequena, quase inexistem sinais precursores. Se a heterogeneidade for suficientemente grande, a ruptura ocorrerá mais continuamente. O grande problema está em mensurar a heterogeneidade.

Em sistemas com grande grau de elasticidade, a natureza do processo de ruptura muda quantitativamente, e não qualitativamente. Qualquer desordem pode ser então relevante e isso torna a ruptura similar aos fenômenos críticos; no entanto, a desordem controla a dimensão da região crítica. Quanto menor a desordem, menor a região crítica, podendo tornar-se tão pequena a ponto de perder a eficiência. Em sistemas reais, correlações de longo alcance na região ‘próxima’ às rupturas torna o problema mais sutil. O tempo se torna fator crucial no processo de correlação construído no desenvolvimento acima. Enquanto o ‘dano’ cresce e propaga, uma nova “fase” surge, onde micro-rupturas e outros efeitos cooperativos aparecem. Finalmente, uma ruptura principal surge, levando à crise macroscópica global. Em termos intuitivos simples, a falha de sistemas compostos freqüentemente pode ser vista como resultado de um processo de percolação correlacionada. O desafio está em descrever a transição de um processo de corrosão ou deterioração em nível microscópico para uma ruptura macroscópica.

2.3. Escalas, ponto crítico, e previsão de ruptura

Em 1992, um geofísico francês radicado em Los Angeles, Didier Sornette, propôs um modelo para ruptura com uma lei de evolução de danos, tendo como idéia central a interação crescente entre as micro-rupturas. Neste caso, a taxa total de dano, medida a cada instante pela energia elástica liberada por unidade de tempo, aumenta como uma lei de potência do tempo próximo à falha global. Nesse modelo, a ruptura ainda é vista como sendo a culminância de um processo nuclear crescente, de fusão entre micro-rupturas, levando a uma rede fractal. Porém os expoentes encontrados não foram universais.

Em 1993, estes resultados foram estendidos para testes em estruturas (de engenharia) compostas, com base no conceito de que falhas em compostos de fibras podem ser descritas por um estado crítico, e desta forma prever que a taxa de dano exibiria um comportamento tipo lei de potência. Este comportamento crítico pode corresponder a uma aceleração da taxa de liberação de energia ou sua desaceleração, dependendo da natureza e do alcance de estresse transferido ao mecanismo e do processo de “carregamento”. Desde então, outras simulações numéricas de modelos estatísticos de ruptura e as experiências controladas confirmaram que, perto do ponto de ruptura global, a energia elástica cumulativa liberada durante a ruptura de sólidos heterogêneos

segue um comportamento tipo lei de potência no tempo.

Baseado em uma extensão das soluções do modelo acima, foi proposto que o comportamento da lei de potência do tempo na análise da ruptura deve ser corrigido para apresentar modulações log-periódicas. Desde então, este método foi testado extensivamente² em tanques de pressão feitos de compostos de matriz-kevlar e de matriz-carbono que embarcaram nos foguetes European Ariane 4 e 5. Em poucas palavras, o método consiste em usar os dados obtidos por meio de gravações das emissões acústicas sob taxa constante de estresse. A emissão de energia acústica em função do estresse é ajustada pela teoria log-periódica crítica acima. Um dos parâmetros é o tempo de ruptura e o ajuste fornece uma “previsão” quando a amostra não for levada à falha no primeiro teste. Melhorias da teoria e da fórmula de ajuste foram aplicadas em cerca de 50 tanques de pressão. Os resultados indicam que uma precisão de alguns por cento na determinação do estresse na ruptura é obtida usando a gravação de emissão acústica 20% abaixo do estresse na ruptura. Estes sucessos garantiram uma patente internacional e a adoção desta técnica de avaliação não-destrutiva como procedimento rotineiro de qualificação no processo industrial de fabricação.

Este exemplo constitui um caso notável onde conceitos teóricos abstratos tomados emprestados do campo da Física Estatística Não-Linear são aplicados diretamente a um problema industrial concreto. Também se destaca por uma outra razão descrita agora.

2.4. Expoentes complexos e log-periodicidade

Durante a pesquisa sobre as emissões acústicas do tanque de pressão industrial do foguete European Ariane, descobriu-se a existência de “scaling” ou comportamento log-periódico em sistemas não-hierárquicos. Para ilustrar, considere a energia acústica que segue uma lei de potência, uma função do tempo de ruptura. Suponha que há, também, uma modulação log-periódica do sinal.

$$E \sim (t_c - t)^{-\alpha} \left[1 + C \cos \left[2\pi \frac{\ln(t_c - t)}{\ln \lambda} \right] \right]. \quad (1)$$

Vemos que os máximos locais do sinal ocorrem em t_n , tal que o argumento do cosseno é próximo de um múltiplo de 2π , levando a uma série geométrica temporal. Assim, as oscilações são moduladas na frequência com um aumento geométrico da frequência na região próxima ao ponto crítico t_c . Esta propriedade aparenta ser surpreendentemente geral, tanto empírica como teoricamente. De um ponto de vista formal, a log-periodicidade pode ser vista como o resultado do fato de que os expoentes, ou mais geralmente, dimensões, podem ser “complexas”. Note que

²Durante colaboração contínua de Sornette com a companhia French Aerospace Company.

$$(t_c - t)^{i\alpha} = \exp [i\alpha \ln(t_c - t)] = \cos[\alpha \ln(t_c - t)] + i \sin[\alpha \ln(t_c - t)]. \quad (2)$$

Esta ‘análise do tempo de falha’ é baseada na detecção de uma aceleração de algum sinal medido, por exemplo emissões acústicas, nas proximidades da falha global [3].

Alguns exemplos documentados por Sornette [4] incluem ruptura em sistemas heterogêneos e terremotos, entre muitos outros sistemas. Além da fascinante relevância física desta noção abstrata de dimensões e expoentes complexos, o aspecto mais importante deste ponto de vista é que a invariância de escala discreta e suas marcas podem fornecer novos *insights* nos mecanismos subjacentes de invariância de escala, além de prová-las utilíssimas para fins de previsão.

3. Predição de terremotos

3.1. Natureza do problema

Ao redor do mundo, é dispensado grande esforço na esperança de que, talvez no futuro próximo, o problema da predição de terremotos seja resolvido. Entre outros aspectos, a pesquisa compreende observações contínuas do movimento da crosta terrestre e exames geológicos, observações sísmicas, observações geo-elétricas e geo-magnéticas, medidas geo-químicas e de águas subterrâneas. A comunidade de sismólogos foi criticada no passado por prometer resultados usando várias técnicas de predição (por exemplo, propagações de ondas sísmicas anômalas, Mogi donuts, algoritmos de reconhecimento de teste padrão, etc.) que nunca alcançaram o nível previsto. A necessidade de uma reavaliação dos processos físicos foi reconhecida e hoje estudos mais fundamentais são perseguidos nas estruturas das crostas de zonas atingidas por tremores, em terremotos históricos, em falhas ativas, em experiências de fraturas em laboratório, etc.

Mesmo agora, prevalece a seguinte opinião: terremotos poderiam ser inerentemente imprevisíveis [5]. O argumento é o seguinte: as falhas e as teorias recentes sugerem obstáculos fundamentais à predição. Propõe-se, então, que a ênfase seja colocada em pesquisa básica na ciência de terremotos, sistemas de advertência sísmica em tempo real, e estudo probabilístico do risco de terremotos a longo prazo. É verdade que predições úteis não estão disponíveis no momento e não há nada no horizonte que indique uma mudança no futuro próximo; porém, pode-se levantar a questão: não seria um pouco presunçoso afirmar que a previsão é impossível? Muitos exemplos no desenvolvimento científico nos ensinam que descobertas inesperadas podem modificar completamente o que foi considerado previamente possível ou não. No cenário sísmico, o problema é ainda mais complexo, em vista das implicações sociais da previsão, principalmente na

questão de onde dirigir, de maneira otimizada, os limitados recursos disponíveis.

Lembremos que um terremoto é provocado quando uma instabilidade mecânica ocorre e uma fratura (o deslizamento repentino de uma falha) aparece em uma parte da crosta terrestre. A crosta terrestre é, em geral, complexa (na composição, na resistência, e na falha), e as águas subterrâneas podem ter um importante papel. Como é possível esperar desatar esta complexidade e conseguir um grau útil de previsão?

3.2. Grandes terremotos

Há uma série de surpreendentes e controversos estudos mostrando que muitos grandes terremotos foram precedidos por um aumento no número de eventos de tamanho intermediário. A relação entre estes eventos intermediários e o evento principal subsequente tem sido reconhecida apenas recentemente porque os eventos precursores ocorrem em uma área tão grande que não foram incluídos como tremores relacionados [6]. Seja M a magnitude de um terremoto na escala Richter; os 11 terremotos na Califórnia com valores acima de $M = 6.8$ no último século estão associados com um aumento de terremotos precursores de tamanho intermediário medidos em um intervalo de tempo de 5 anos [7]. O que é estranho sobre o resultado é que os precursores ocorreram com distâncias da ordem de até 300-500 km do futuro epicentro, isto é, em distâncias até 10 vezes maior que o tamanho da ruptura do futuro terremoto. Além disso, o aumento da atividade de magnitude intermediária mudou rapidamente após um grande terremoto em cerca de metade dos casos. Isto implica que as mudanças do estresse causadas por um terremoto com dimensão de ruptura tão pequeno como 35 quilômetros podem influenciar a distribuição do estresse a distâncias maiores que 10 vezes seu próprio tamanho! Este resultado desafia modelos usuais.

Esta observação não é isolada. Há cada vez mais evidência de que a taxa de ocorrência de terremotos intermediários aumenta nos dez anos que precedem um evento principal. Sykes e de Jaume [8] apresentaram evidências que a ocorrência dos eventos na escala 5.0-5.9 acelerou nos dez anos que precederam os grandes tremores na área da Baía de San Francisco em 1868, 1906, e 1989, e o terremoto no Deserto de Hot Springs em 1948. Lindh [9] indica referências de aumentos similares nas atividades sísmicas de tamanho intermediário antes do grande terremoto de 1857 em Califórnia do Sul e antes de Kwanto(1707) e Tokyo(1923) no Japão. Jones [10] documentou um aumento similar na atividade intermediária sobre os 8 anos anteriores em Califórnia do Sul. Este aumento na atividade é limitado aos eventos maiores que $M = 5.0$; nenhum aumento na atividade é aparente quando todos os eventos com $M > 4.0$ são considerados. Bufe e Varnes [11] analisaram o aumento na atividade que precedeu tal terremoto de 1989,

enquanto Bufe *et al.* [12] documentaram um aumento atual na atividade sísmica em diversos segmentos do arco Aleutian.

Investigando mais quantitativamente estas observações, pode-se perguntar qual é a lei, se ela existe, que controla o aumento da atividade precursora [13]. Inspirado pelas considerações precedentes da natureza crítica de rupturas e estendendo ao campo sísmico, Sornette criou um procedimento sistemático para testar a existência de comportamento crítico e para identificar a região aproximadamente crítica, baseada em uma comparação da liberação de energia cumulativa observada (tensão de Benioff) e da aceleração sísmica previstas pela teoria. Este método foi usado para encontrar a região crítica de todos os terremotos ao longo do sistema San Andreas, Califórnia, desde 1950 com $M \geq 6.5$. O significado estatístico dos resultados foi avaliado por executar-se o mesmo procedimento em um grande número de catálogos artificiais: um programa de computador gerou números aleatórios que foram analisados utilizando o mesmo método de previsão. A hipótese nula, a aceleração observada em todos estes terremotos poderia resultar de testes padrões artificiais gerados pelo procedimento em catálogos puramente aleatórios, foi rejeitada com confiança de 99.5% [13]. Uma relação empírica entre o logaritmo do raio da região crítica (R) e a magnitude do evento final (M) foi encontrada: $\ln R \sim M$. Essa relação sugere que o evento mais provável em uma dada região tem relação com o tamanho da rede regional da falha.

3.3. Periodicidade logarítmica

Há um terceiro e interessante aspecto, com relação ao uso do conceito de invariância discreta de escala, seus expoentes complexos associados, e log-periodicidade. Em meio à natureza fria da desordem junto com os efeitos de amplificação de estresse, o comportamento crítico da ruptura é descrito por expoentes complexos. Isto quer dizer que as quantidades físicas mensuráveis podem exibir um comportamento de lei de potência (parte real dos expoentes) com oscilações log-periódicas sobrepostas (causadas pela parte imaginária dos expoentes). Fisicamente, isto deriva de uma organização espontânea num sistema fractal da falha com “invariância discreta de escala”. O resultado prático é que as ondulações log-periódicas podem ajudar a “sincronizar” um ajuste melhor aos dados. No modelo numérico [14], a maioria dos grandes terremotos cujo período é da ordem de um século podem ser preditos desta maneira com quatro anos de antecedência com uma precisão melhor que um ano. Várias são as dificuldades para uma execução prática, tal como a definição do espaço-tempo relevante. Alguns resultados encorajantes foram obtidos, mas muitos testes ainda precisam ser feitos para testar estas idéias sistematicamente [15].

Embora sugestivo e encorajador, é preciso extremo

cuidado antes mesmo de propor este método como sendo útil para fins de previsão (veja Refs. [16, 17] sobre potenciais problemas e Ref. [3] para evidências positivas). A teoria, mesmo se provavelmente inexata nos detalhes, ainda assim poderia fornecer uma orientação útil para o futuro.

4. Predizendo quebras financeiras

4.1. Natureza do problema

Quebras de bolsas de valores são eventos financeiros fascinantes tanto para acadêmicos como para profissionais. Na literatura especializada, a mera revelação de uma informação dramática pode causar uma quebra; contudo, mesmo as mais completas análises são tipicamente inconclusivas a respeito do que esta informação pode ter sido. Para um investidor, o medo de uma quebra é fonte perene de estresse, e o início do evento pode ocasionar a ruína da vida de alguns deles, para não mencionar o impacto na economia.

4.2. A hipótese do mercado eficiente

Mercados financeiros são sistemas complexos que incorporam informações sobre um dado ativo financeiro na série temporal financeira. A hipótese do mercado eficiente foi originalmente formulada em 1960. Um mercado é dito ser eficiente se todas as informações que chegam ao mercado financeiro são processadas instantaneamente e imediatamente refletidas em um novo valor dos ativos financeiros.

Desde 1960, um grande número de investigações foram feitas para testar a hipótese do mercado eficiente. Na grande maioria dos estudos, as correlações entre as variações dos preços foram pequenas, apoiando a eficiência do mercado. Isto quer dizer que a hipótese do mercado financeiro prevê a autocorrelação dos retornos próxima de zero.

4.3. O conceito e a definição de retorno financeiro

Um dos objetivos em finanças é a avaliação de rentabilidade e de riscos. Essas quantidades são frequentemente medidas em termos de variações de preços dos ativos. Denotemos por P_t o preço de um ativo no instante t , normalmente um dia de negócio. Suponha, primeiramente, que não haja dividendos pagos no período. A variação de preços entre os instantes $t-1$ e t é dada por $\Delta P_t = P_t - P_{t-1}$, e a variação relativa de preços ou retorno líquido simples deste ativo entre os mesmos instantes é definido por

$$R_t = \frac{P_t - P_{t-1}}{P_{t-1}} = \frac{\Delta P_t}{P_{t-1}}. \quad (3)$$

Portanto, $R_t = \frac{P_t}{P_{t-1}} - 1$. Chamamos $1 + R_t = \frac{P_t}{P_{t-1}}$ de retorno bruto simples. Usualmente R_t é expresso em porcentagem, relativamente ao período (um dia, um mês, um ano, etc). É também chamado simplesmente de retorno. Denotando $p_t = \ln P_t$, definimos o log-retorno como

$$r_t = \ln \frac{P_t}{P_{t-1}} = \ln(1 + R_t) = p_t - p_{t-1}. \quad (4)$$

Note que, da Eq. (4), obtemos $R_t = \exp(r_t) - 1$. Na prática é preferível trabalhar com retornos, que são livres de escala, do que com preços, pois os retornos têm propriedades estatísticas mais interessantes (como estacionariedade e ergodicidade, em geral). Note também que, para u pequeno, $\ln(1 + u) \approx u$, isto mostra que os retornos simples R_t e os log-retornos r_t serão em geral valores próximos.

4.4. Retornos financeiros, volatilidade e quebras

Uma ‘quebra’ acontece quando um grande número de agentes requisita ordens de venda simultaneamente. Este grupo de agentes deve criar um desequilíbrio suficientemente grande a ponto do outro lado ser incapaz de absorver sem abaixar preços substancialmente. Um fato curioso é que os agentes neste grupo tipicamente não se conhecem. Não participam de uma reunião e não decidem provocar uma quebra. Nem fazem exame de ordem para líder. Na realidade, na maioria das vezes, estes agentes discordam entre si, e submetem aproximadamente tantas ordens de compra como ordens de venda. A pergunta chave é: qual mecanismo eles repentinamente manejam para organizar uma venda ‘coordenada’?

É proposta a seguinte resposta. Todos os investidores do mundo estão organizados em uma rede (da família, dos amigos, dos colegas, etc..) e influenciam-se localmente através desta rede. Especificamente, se eu estiver conectado diretamente com k vizinhos mais próximos, então há somente duas forças que influenciam minha opinião: (i) as opiniões destas k pessoas e (ii) um sinal exclusivo que recebo sozinho. A suposição aqui é que os agentes tendem a imitar as opiniões de seus vizinhos mais próximos, não contradizê-los. É fácil ver que a força (i) tenderá a criar ordem, enquanto a força (ii) tenderá a criar desordem. A idéia central é a existência desta luta entre a ordem e a desordem. Uma quebra acontece quando a ordem ganha (todos têm a mesma opinião: vendendo), e os tempos normais existem quando a desordem ganha (compradores e vendedores discordam e se equilibram aproximadamente uns aos outros). Esta última afirmação é o contrário do conceito popular - quebras como épocas de caos.

Segundo Sornette, modelos de quebra de bolsas devem combinar as seguintes características:

1. Um sistema de investidores que são influenciados por seus vizinhos;
2. Imitação local que se propaga espontaneamente na cooperação global;
3. Cooperação global entre os investidores que causam uma quebra;
4. Os preços relacionam-se com as propriedades do sistema;
5. Os parâmetros do sistema evoluem lentamente com o tempo;

Um modelo com as características acima teria as mesmas ‘marcas’ dos sistemas estudados por Sornette, a saber: preços seguindo uma lei de potência na vizinhança de alguma data crítica, com um expoente crítico real ou complexo. O que todos os modelos nesta classe teriam em comum é que a quebra é mais provável quando o sistema localmente atravessa um ponto crítico.

Talvez seja prático propor uma fórmula com graus de liberdade suficientes para melhor captar o comportamento ‘distante’ do ponto crítico, e não apenas em sua vizinhança. A maneira específica em que estes graus de liberdade seriam introduzidos é equivalente a incluir o termo seguinte em uma expansão sistemática em torno do ponto crítico e introduzir um componente log-periódico ao comportamento do preço de mercado.

4.5. Eficiência estendida e instabilidade sistêmica

Alguns anos atrás, Sornette avançou à hipótese [19-27] de que as quebras de bolsas são causadas pelo lento acúmulo de poderosas “forças subterrâneas”, que surgiriam juntas em um momento crítico. Fez o mesmo em seu livro *Why Stock Markets Crash?* [28]. Aqui, o uso do termo ‘crítico’ não é puramente literário. Em termos matemáticos, os sistemas dinâmicos complexos como as bolsas de valores podem atravessar os chamados pontos críticos, definidos como a explosão ao infinito ou divergência de uma quantidade normalmente bem comportada. De fato, como em sistemas dinâmicos não-lineares, a existência de pontos críticos pode ser mais regra do que exceção. Dado a natureza violenta e confusa das quebras de bolsas, vale a pena investigar se poderia possivelmente haver uma ligação.

Nesta investigação, Sornette encontrou três aspectos principais [27, 29]. Primeiramente, é possível construir um modelo dinâmico de bolsa de valores que exhibe pontos críticos bem definidos que se encontram dentro de limites restritos de expectativas racionais, um marco da teoria econômica, e também são compatíveis com a intuição. Sornette força a importância de usar a estrutura de expectativa racional em contradistinção com muitas outras tentativas recentes. Quando uma pessoa investe

seu dinheiro no mercado de ações, em geral você não o faz aleatoriamente mas tenta fazê-lo de algum modo que otimize sua estratégia usando uma quantidade limitada de informação e de conhecimento. A crítica usual dirigida às teorias que abandonam a condição racional do comportamento é que o universo de padrões irracionais concebíveis de comportamento é muito maior do que o conjunto de padrões racionais. Assim, às vezes surge o questionamento: se permitirmos a “irracionalidade”, isso não abre uma caixa de Pandora, com pouco poder de previsão? Para merecer atenção, uma teoria deve ser parsimoniosa, explicar uma série de padrões anômalos em contextos diferentes, e gerar implicações empíricas novas, consistente com o princípio da Navalha de Occam.

Em segundo lugar, as propriedades matemáticas de um sistema dinâmico que atravessa um ponto crítico são em sua maior parte independentes do modelo específico proposto, muito mais do que o comportamento (não-crítico) “regular”; conseqüentemente, a chave para previsão seria relativamente robusta.

Terceiro, estas previsões são fortemente baseadas nas quebras da bolsa americana de 1929 e de 1987. Certamente, é possível identificar marcas evidentes do comportamento quase-crítico muitos anos antes da quebra e usá-las para “prever” a data onde o sistema atingirá o momento crítico, que coincide, de forma acentuada, com a data real da quebra.

Em um procedimento de teste sistemático, Sornette ainda descobriu uma ‘marca’ do comportamento quase-crítico que culminou em um intervalo de duas semanas de maio de 1962 onde a bolsa caiu 12%. O fato de Sornette “descobrir” a “pequena quebra” de 1962 sem conhecimento prévio dela, é um sinal tranquilizador sobre a integridade do método. Análises de dados mais recentes mostraram um claro amadurecimento para uma instabilidade crítica que pode possivelmente ser associada com o tumulto da bolsa americana no fim de outubro de 1997. Pode parecer surpreendente que a mesma teoria seja aplicada a épocas tão diferentes como 1929 e 1997, levando em consideração a velocidade das comunicações e a conectividade, etc.

Nosso ponto principal é que o mercado antecipa a quebra de uma forma auto-organizada e cooperativa, liberando uma “impressão digital” precursora observável nos preços da bolsa. Ou seja, isto implica que os preços do mercado contêm informação de quebras iminentes. Os resultados encontrados por Sornette sugerem uma forma mais fraca da “hipótese de mercado eficiente” [26], onde os preços de mercado contêm, além de informação geralmente disponível a todos, informações sutis incrustadas no mercado global que a maioria, ou todos, os investidores individuais não aprenderam ainda a decifrar e usar. Em vez da interpretação usual da hipótese de mercado eficiente em que os investidores extraem e incorporam conscienciosamente (por suas ações) todas as informações contidas nos preços de mer-

cado, pode ser que o mercado como um todo possa exibir um comportamento “emergente” não compartilhado por alguns de seus componentes. Ou seja, um processo de eclosão de comportamentos inteligentes em uma escala macroscópica no qual os indivíduos na escala microscópica não têm nenhuma idéia. Este processo tem sido discutido na biologia, por exemplo, em populações animais, como colônias de formigas, ou em relação ao surgimento da consciência [27, 30]. A hipótese de mercado eficiente usual estará restabelecida neste contexto quando os investidores aprenderem como extrair esta informação coletiva dos fatos e agir sobre ela.

A maioria dos modelos para quebras propostos acima considera os possíveis mecanismos para explicar o colapso do preço em escalas de tempo muito curtas. Aqui, em contraste, é proposto que a causa subjacente da quebra deve ser procurada em anos antes dela - progressiva aceleração ascendente do preço de mercado, a bolha especulativa, refletindo um acúmulo crescente da cooperatividade do mercado. Desse ponto de vista, a maneira específica pelo qual os preços colapsam não é de real importância porque, de acordo com o conceito do ponto crítico, qualquer pequeno distúrbio ou processo pode provocar a instabilidade, uma vez que a situação esteja amadurecida. A intrínseca divergência da sensibilidade e da instabilidade crescente do mercado próximo de um ponto crítico pode explicar porque as tentativas de encontrar a origem local da quebra foram as mais diversas. Essencialmente todos funcionariam, desde que o sistema estivesse amadurecido. A quebra teria, portanto, uma origem endógena em que os choques exógenos servem somente como fatores provocadores. A origem da quebra seria muito mais sutil e construída progressivamente pelo mercado como um todo. Neste sentido, este fenômeno poderia ser denominado uma instabilidade sistêmica. Esta compreensão oferece formas de agir para suavizar o acúmulo das circunstâncias favoráveis a quebras.

Uma síntese desta teoria assim como todos os testes disponíveis em mais de 20 quebras está incluída na Ref. [29].

5. Análise do IBOVESPA em 1999

Neste capítulo, buscamos evidências das conjecturas feitas acima com relação a um dos exemplos citados: quebras de bolsas de valores têm comportamento análogo a pontos críticos em física estatística. Lembramos que o termo “crítico” se refere a comportamento cooperativo, como em transições de fase, e é caracterizado por uma singularidade de relevância observável. Estudamos a quebra ocorrida em janeiro de 1999, tendo em mente um fenômeno importante: o movimento da bolsa de valores ‘acompanha’ o movimento do câmbio. Altas e baixas em um destes índices claramente se refletem no outro. Recentemente, evidências de comportamento log-periódico foram mostradas no câmbio

real-dólar neste mesmo período de quebra. Para tal, aplicamos a metodologia e apresentamos a “impressão digital” do comportamento log-periódico, no período de quebra no Índice da Bolsa de Valores de São Paulo (IBOVESPA).

É interessante notar que incluímos o momento da quebra em nosso período de análise. Isto ocorreu pois o objetivo do trabalho atual concentra-se nas *evidências de comportamento log-periódico*, conforme dito no parágrafo acima. Um método refinado para indicar o momento da quebra, com boa aproximação, envolve conceitos mais sutis, além do alcance pretendido aqui. O software utilizado para gerar os gráficos, juntamente com seus métodos e rotinas internas de ajuste, foi o Grace5.

5.1. Comportamento cooperativo na BOVESPA

Os investidores da Bolsa podem ser vistos como sendo organizados hierarquicamente. Tal organização, como vimos anteriormente, deve ser suficiente para produzir precursores log-periódicos. No primeiro nível desta hierarquia temos os grandes blocos de países. No nível abaixo, temos os países considerados individualmente (no presente caso, Brasil), em seguida os grandes bancos e instituições, e assim por diante. Como consequência desta organização, os investidores influenciam, de maneira limitada, um certo número de investidores do mesmo nível ou de níveis inferiores.

Os investidores podem interagir de diversos modos. Por exemplo, um investidor pode considerar uma ação de outro investidor e imitá-lo, mesmo havendo algum ruído nesta informação recebida. No modelo apresentado, este processo ocorre em todos os níveis da hierarquia. A taxa de variação dos valores dos investimentos progressivamente acelera até um tempo t_c . Neste ponto, com a saturação do mercado, ocorre um evento comparável ao tamanho do sistema, representando a quebra.

5.2. Modelagem fenomenológica

Inicialmente, propomos o seguinte ajuste

$$y = a_0 x^{a_1} + a_2 \sin(a_3 \ln(a_4 x) + a_5). \quad (5)$$

Na equação acima, o tempo é representado pela variável x , enquanto a variável y representa o IBOVESPA no tempo x . Essa equação acompanhou apenas as oscilações mais “longas”, com maiores períodos, impossibilitando a busca pela quebra. Consideramos então um outro termo, ou seja

$$y = a_0 x^{a_1} + a_2 \sin(a_3 \ln(x) + a_4) + a_5 \sin(a_6 \ln(x) + a_7). \quad (6)$$

Conforme esperado, a relação acima mostrou-se capaz de acompanhar as variações mais sutis. Temos, portanto, oscilações log-periódicas junto com uma lei de potência.

5.3. Dados, métodos e resultados

Foram usados os valores diários de fechamento do IBOVESPA em dois períodos distintos: o primeiro, do dia 1 de outubro de 1993 a 8 de maio de 1996 (Fig. 4); o segundo, do dia 1 de outubro de 1996 a 30 de abril de 1999 (Fig. 3). Em ambos os casos, são 637 dados obtidos do site *Yahoo! Finance*. No primeiro deles, temos um período “normal”, sem quebras. No segundo, ocorre uma quebra no dia 14 de janeiro de 1999, quando o governo decidiu flutuar o real após a reeleição do presidente Fernando Henrique Cardoso. A priori, esperamos observar o comportamento log-periódico apenas no segundo período estudado.

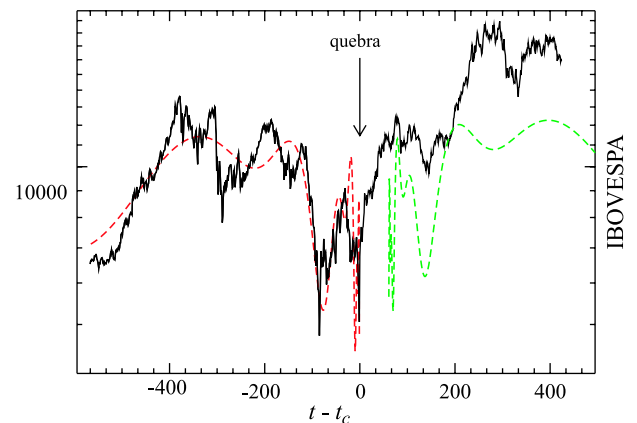


Figura 3 - Índice da Bolsa de Valores de São Paulo - IBOVESPA - como função do tempo de outubro de 1996 a abril de 1999 (637 valores de fechamento da Bovespa). Tracejado à esquerda, o melhor ajuste da Eq. (6) encontrados via regressão não-linear. É fácil observar quatro oscilações da BOVESPA, com boa aproximação pela Eq. (6), antes da quebra; seu comportamento assintótico acompanha a quebra de 14 de janeiro de 1999.

Para fins de comparações com outras bolsas, consideramos as variações relativas. Para isto, cada um dos 637 valores de fechamento da Bovespa foi multiplicado por $(100/5057)$, onde 5057 é o fechamento do dia 14 de janeiro de 1999. Desta forma, o dia 14 de janeiro de 1999 tem, no gráfico, valor igual a 100. O dia 14 de janeiro foi escolhido como ‘base’ por ser este o dia da quebra estudada. Este ajuste não altera a análise do fenômeno, apenas facilita sua comparação com fenômenos em outras bolsas.

A Fig. 3 mostra o comportamento log-periódico antes da quebra (indicada pela seta), e seu comportamento posterior. A Eq. (6) (tracejado à esquerda) consegue acompanhar as oscilações do IBOVESPA com boa aproximação, a bolha especulativa, indicando a quebra iminente em 14 de janeiro de 1999. A curva pontilhada à direita mostra o comportamento simétrico

da bolsa após a quebra, uma ‘anti-bolha’. Exemplifica o surgimento da bolha e da anti-bolha correspondente à mesma quebra, fenômeno já visto com respeito à cotação real-dólar - quebra de dezembro de 2002.

Na Fig. 4, o acompanhamento do IBOVESPA é perdido; a Eq. (6) já não acompanha o índice. Isto era esperado, pois o comportamento cooperativo, ‘responsável’ pela quebra e sua possível previsão, não está agindo como no primeiro caso.

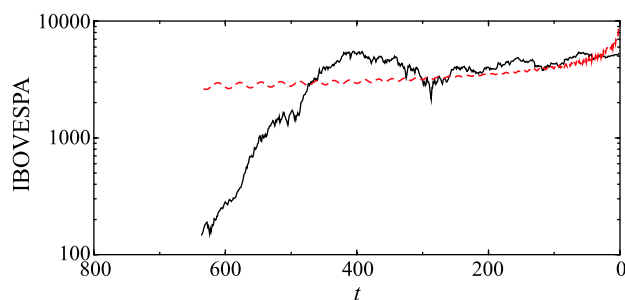


Figura 4 - Índice da Bolsa de Valores de São Paulo - IBOVESPA - como função do tempo de outubro de 1993 a maio de 1996 (637 valores de fechamento da Bovespa). Tracejado, o melhor ajuste da Eq. (6), encontrados via regressão não-linear. A Eq. (6) não acompanha o movimento do IBOVESPA, conforme esperado, pois não houve quebra.

Está posta, portanto, evidência de comportamento log-periódico no comportamento do IBOVESPA em épocas antecedentes a quebras.

Agradecimentos

Agradecemos a Samuel Silva de Albuquerque, Eduardo Perdigão, Gentil Luiz da Silva pelos comentários esclarecedores. Agradecemos o apoio financeiro do BNB, do CNPq, da CAPES e da FAPESP.

Referências

- [1] D. Sornette and C.G. Sammis, *J. Phys. I France* **5**, 607 (1995).
- [2] J.C. Anifrani, Le Floc'h, D. Sornette and B. Souillard, *J. Phys. I France* **5**, 631 (1995).
- [3] G. Ouillon and D. Sornette, *Geophys. J. Int.* **143**, 454 (2000).
- [4] D. Sornette, *Phys. Rep.* **297**, 239 (1998).
- [5] R.J. Gelle, D.D. Jackson, Y.Y. Kagan and F. Mulargia, *Science* **275**, 1616 (1997).
- [6] L.M. Jones and P. Molnar, *J. Geophys. Res.* **84**, 3596 (1979).

- [7] L. Knopoff, T. Levshina, V.I. Keilis-Borok and C. Mattoni, *J. Geophys. Res.* **101**, 5779 (1996).
- [8] L.R. Sykes and S.C. Jaume, *Nature* **348**, 595 (1990).
- [9] A.G. Lindh, *Nature (London)* **348**, 580 (1990).
- [10] L.M. Jones, *Bull. Seism. Soc. Am.* **84**, 892 (1994).
- [11] G.G. Bufe and D.J. Varnes, *J. Geophys. Res.* **98**, 9871 (1993).
- [12] G.G. Bufe, S.P. Nishenko and D.J. Varnes, *Pure Appl. Geophys.* **142**, 83 (1994).
- [13] D.D. Bowman, G. Ouillon, C.G. Sammis, A. Sornette and D. Sornette, *J. Geophys. Res.* **103**, 24359 (1998).
- [14] Y. Huang, H. Saeur, C.G. Sammis and D. Sornette, *Europhys. Lett.* **41**, 43 (1998).
- [15] D. Sornette and C.G. Sammis, *J. Phys. I* **5**, 607 (1995).
- [16] Y. Huang, A. Johansen, M.W. Lee, H. Saeur, and D. Sornette, *J. Geophys. Res.* **105**, 25451 (2000).
- [17] Y. Huang, H. Saeur, and D. Sornette, *J. Geophys. Res.* **105**, 28111 (2000).
- [18] A. Johansen, H. Saeur and D. Sornette, *Eur. Phys. J. B* **15**, 551 (2000).
- [19] D. Sornette, A. Johansen and J.P. Bouchaud, *J. Phys. I* **6**, 167- (1996).
- [20] D. Sornette and A. Johansen, *Physica A* **245**, 411 (1997).
- [21] D. Sornette and A. Johansen, *Physica A* **261**, 581 (1998).
- [22] A. Johansen and D. Sornette, *Risk (Concord, NH)* **12**, 91 (1999).
- [23] A. Johansen and D. Sornette, *Eur. Phys. J. B* **9**, 167 (1999).
- [24] A. Johansen and D. Sornette, *Eur. Phys. J. B* **17**, 319 (2000).
- [25] A. Johansen, O. Ledoit and D. Sornette, *Int. J. Theor. Appl. Finance* **3**, 219 (2000).
- [26] E.F. Fama, *J. Finance* **46**, 1575 (1991).
- [27] P.W. Anderson, K.J. Arrow and D. Pines (eds), *The Economy as an Evolving Complex System* (Addison-Wesley, Nova Iorque, 1988).
- [28] D. Sornette, *Why Stock Markets Crash* (Princeton University Press, Princeton, 2003).
- [29] D. Sornette and A. Johansen, *Quant. Finance* **1**, 452 (2001).
- [30] J.H. Holland, *Daedalus* **121**, 17 (1992).
- [31] A. Figueiredo, I. Gleria, R. Matsushita and S. da Silva, *Physica A* **346**, 484 (2005).