

## Produtos e Materiais Didáticos

# Estudo do movimento de um corpo sob ação de força viscosa usando uma porção de xampu, régua e relógio

(*Study of the motion of a body under a viscous force using shampoo, ruler and clock*)

Ubaldo Martins das Neves<sup>1</sup>

*Instituto de Física de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, SP, Brasil*  
*Departamento de Física, Universidade Federal de São Carlos, São Carlos, SP, Brasil*

Recebido em 3/2/2006; Aceito em 18/5/2006

Experimentos didáticos sobre movimento uniforme usualmente requerem equipamentos e montagens de custos relativamente altos. Esse fato é um obstáculo para alunos e professores de escolas que não possuam um laboratório de ensino bem equipado. Nesse artigo, descrevemos um experimento alternativo para o estudo do movimento de um corpo num meio viscoso. Devido a sua simplicidade, o experimento pode ser realizado até mesmo em casa, sem muita dificuldade. Os materiais compreendem uma porção de xampu, régua e um relógio digital. O experimento consiste na medida direta das velocidades com que as bolhas de ar sobem dentro do xampu. Demonstramos que uma dependência exponencial para a força viscosa com a velocidade produz resultados que concordam com as medidas experimentais.

**Palavras-chave:** bolhas de ar, atrito viscoso, movimento uniforme.

Didactic experiments concerning the uniform motion usually require expensive apparatus and or equipment. The latter may be a restrictive factor for high school students and physics teachers. In this paper, we describe an alternative set of experiments concerning the motion of air bubbles in viscous media, which can be performed at home. The materials employed comprise a bottle of shampoo, a ruler and a digital clock. The experiment consists of the direct measurement of the velocity of the ascendant air bubble in a shampoo medium. We demonstrate that an exponential dependence of the force with the velocity agrees with the terminal velocities measured.

**Keywords:** air bubble, viscous friction, uniform motion.

## 1. Introdução

Quem nunca apreciou no momento do banho as pequenas bolhas de ar suavemente subindo dentro do frasco de xampu? Uma rápida observação dessas bolhas revela que bolhas de tamanhos diferentes sobem com velocidades diferentes e que as bolhas maiores são mais rápidas. Além disso, a velocidade de cada bolha parece ser sempre a mesma durante toda sua trajetória. Como explicar essas observações? O entendimento desse fenômeno envolve conceitos como as leis do movimento de Newton, resultante de forças e atrito viscoso. A proposta desse artigo é apresentar um experimento com essas bolhas que pode ser utilizado pelo professor de escolas de nível médio e superior no estudo desses conceitos. A facilidade de se reunir os materiais necessários e a simplicidade de se realizar as medidas

são pontos importantes desse experimento, já que tem-se a necessidade apenas de um frasco cheio de xampu, régua e um relógio que funcione como cronômetro. O atrito nesse experimento não é eliminado, como nos modernos trilhos de ar, mas sua presença proporciona um fenômeno ainda mais rico em conceitos físicos do que o movimento com pouco atrito e, como será mostrado, explica as magnitudes das velocidades observadas.

## 2. Procedimento experimental

O experimento consta de produzir algumas bolhas no xampu<sup>2</sup> por agitação, escolher uma bolha, medir aproximadamente o seu diâmetro<sup>3</sup>, fazer com que ela atinja a parte inferior do tubo, disparar o cronômetro, orientar o frasco com a vertical e anotar os instantes de tempo em que bolha cruza as marcas de centímetro da régua.

<sup>1</sup>E-mail: ubaldo@if.sc.usp.br.

<sup>2</sup>O xampu usado foi o PoliPlant da Natura, ele é amarelo e as bolhas são facilmente produzidas e visualizadas (outros xampus e detergentes também podem ser utilizados).

<sup>3</sup>Para isso pode-se inclinar o frasco de modo a parar a bolha.

Esse método apresenta alguma dificuldade para as medidas das velocidades e diâmetros das bolhas muito velozes. Entretanto, nas conclusões serão apresentadas idéias de como tornar esse experimento mais fácil de ser realizado e mais preciso.

Nesse experimento foram realizadas medidas para quatro bolhas de aproximadamente 1, 2, 3 e 4 mm de diâmetro, denominadas respectivamente de bolhas 1, 2, 3 e 4. A Fig. 1 mostra os resultados obtidos para a bolha de 1 mm. Como a velocidade da bolha 1 é pequena, foi possível a realização de medidas muito precisas dos instantes de tempo a cada 0,5 cm percorrido pela bolha. O gráfico não deixa dúvidas quanto a constância da velocidade da bolha.

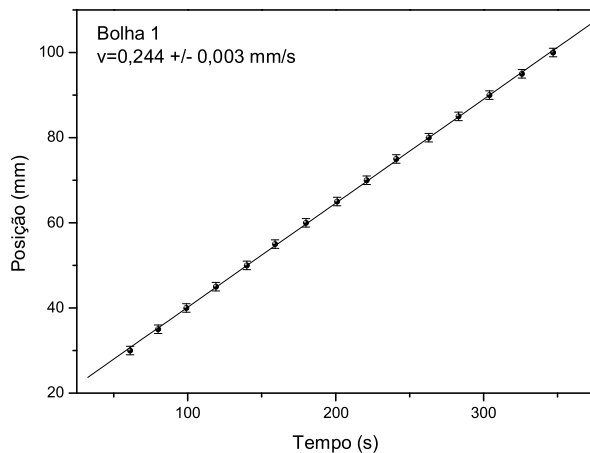


Figura 1 - Posição da bolha de 1 mm em função do tempo.

A Fig. 2 apresenta os resultados das medidas das posições em função do tempo para as bolhas 2, 3 e 4. Pode-se observar que as bolhas maiores apresentam velocidades e erros experimentais maiores. Esses erros, como já mencionados, são devidos à dificuldade de realizar as medições simultâneas da posição e do tempo para essas bolhas devido sua rapidez.

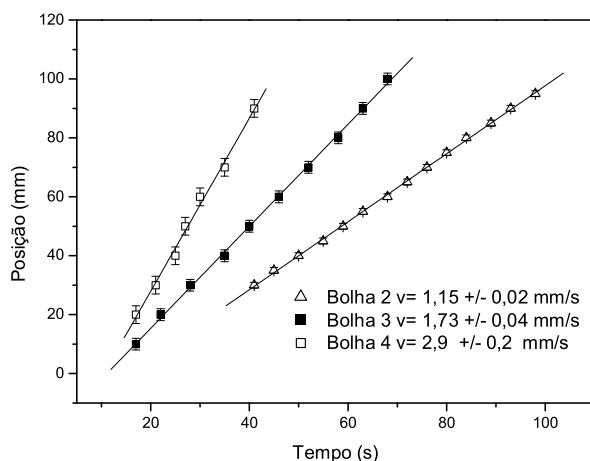


Figura 2 - Posição das bolhas 2, 3 e 4 em função do tempo.

### 3. Dependência com a velocidade da força de resistência viscosa

É muito comum em problemas elementares de Física considerar a força de resistência ao movimento. A força de atrito entre duas superfícies é o caso mais comum e é estudada em cursos elementares de Física. O experimento mostra que nesse tipo de interação a força de atrito depende principalmente da força normal que pressiona uma superfície contra a outra e da rugosidade das superfícies e tem um determinado valor se um corpo está parado em relação ao outro e outro valor, geralmente menor, se existe movimento relativo entre os corpos. Esse último fato é o responsável pelo intervalo mais curto de distância percorrida por um automóvel quando freiado sem que exista escorregamento dos pneus sobre a pista do que se as rodas são travadas, fazendo com que o carro deslize sobre o asfalto. Os freios ABS agem nesse sentido, impedindo o deslizamento das pneus sobre a pista.

Em algumas situações onde a força de resistência é muito grande, o corpo é levado rapidamente a um movimento com velocidade constante. É o caso, por exemplo, de um paraquedista em queda livre quando abre o pára-quedas. A força de oposição ao movimento faz com que rapidamente a resultante das forças seja zero e que o paraquedista desça suavemente com velocidade fixa. O caso da bolha é bem parecido com o caso do paraquedas, diferindo com respeito ao sentido da força resistiva que nesse caso é para baixo, contrária ao sentido do movimento ascendente da bolha. A segunda lei de Newton aplicada ao movimento da bolha produz a seguinte equação [1] [2]

$$\frac{4}{3}\pi R^3 \rho_s g - \frac{4}{3}\pi R^3 \rho_{ar} g - bv^n = ma. \quad (1)$$

O primeiro termo é a força de empuxo que tem sentido ascendente e magnitude do peso do fluido deslocado<sup>4</sup>. Esse peso é dado pela multiplicação do volume da bolha pela densidade do fluido,  $\rho_s$ , e pela aceleração da gravidade  $g$ . O segundo termo é o peso da bolha que é muito pequeno frente as outras grandezas e será desprezado nos cálculos a seguir<sup>5</sup>. O terceiro termo é a força de resistência ao movimento da bolha, onde  $b$  e  $n$  são constantes que serão determinadas pelas nossas medidas. A constante  $b$  depende da forma do corpo e do atrito interno entre as diferentes camadas do líquido que movem-se com diferentes velocidades, a chamada viscosidade [1] e  $n$  nos fornecerá a dependência exponencial da força de atrito com a velocidade. É importante notar que essa força inicialmente é zero quando o corpo está parado e cresce a medida que o corpo acelera e aumenta sua velocidade. Em um determinado instante a soma da força de atrito mais o peso que possuem sentidos iguais e para baixo se igualam em magnitude a força

<sup>4</sup>Estamos desprezando a variação do volume da bolha com a pressão.

<sup>5</sup> $\rho_{ar}$ :  $1,25 \cdot 10^{-6} \text{ g/mm}^3$ ;  $\rho_{xampu}$ :  $1,03 \cdot 10^{-3} \text{ g/mm}^3$

de empuxo. A partir desse instante as forças se equilibram e a bolha não acelera mais e sobe com velocidade constante.

Nosso objetivo nas próximas linhas é procurar a relação experimental entre a força de atrito viscoso e a velocidade da bolha. Isso é, vamos procurar o valor do expoente  $n$  e da constante  $b$  da força resistiva. Outra tarefa é testar através de simulações em computador se a expressão utilizada para a força de atrito viscoso concorda com as medidas experimentais. Após atingido o equilíbrio entre as forças a Eq. (1) pode ser reescrita da seguinte forma

$$\frac{4}{3}\pi R^3 \rho_s g = +bv^n, \quad (2)$$

onde desprezamos o peso da bolha frente às demais grandezas. Aplicando o logaritmo à última equação obtem-se uma reta e a inclinação da reta vai nos fornecer o valor de  $n$

$$\log\left(\frac{4}{3}\pi\rho_s g\right) + 3\log R = \log b + n\log v, \quad (3)$$

ou ainda

$$\log R = \frac{n}{3}\log v + \frac{1}{3}\log b - \frac{1}{3}\log\left(\frac{4}{3}\pi\rho_s g\right). \quad (4)$$

Essa equação mostra que o logaritmo da velocidade da bolha depende linearmente do logaritmo do seu raio. Como temos esses dados experimentais podemos construir o gráfico e extrair dele o valor de  $n$ . A Fig. 3 nos mostra que realmente os pontos estão alinhados e o coeficiente angular da melhor reta que se ajusta aos pontos experimentais vale  $0,56 \pm 0,06$ . Assim o valor procurado de  $n$  é de  $(0,56 \pm 0,06) \cdot 3$  cerca de  $1,7 \pm 0,2$ .

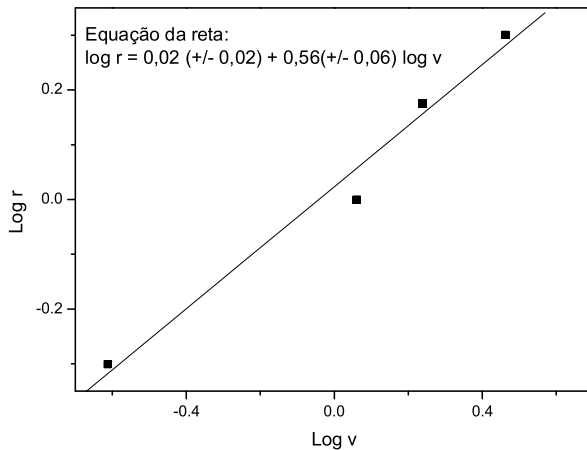


Figura 3 - Logaritmo da posição em função do logaritmo da velocidade.

Determinamos assim que a força de atrito é da forma  $bv^{1,7}$ .

As equações acima nos mostram também que se tivermos a densidade do xampu podemos determinar o valor

da constante  $b$ . Basta tomar um ponto qualquer sobre a reta e colocar os valores dos logaritmos correspondentes na equação.

#### 4. Estimativa de $v(t)$ durante a aceleração da bolha

Outra coisa interessante que podemos observar no movimento das bolhas é que não parecem acelerar em nenhum instante. Parecem começar o movimento já com velocidade constante e permanecer com essa velocidade até alcançar a superfície do xampu. Sabemos que isso não é possível, um corpo em movimento necessariamente foi acelerado. Resta-nos concluir que as bolhas sofrem aceleração durante um intervalo de tempo muito curto, de forma que é impossível para nossos olhos essa observação. Assim, o propósito dessa seção é fazer uma simulação para estimar como a velocidade varia com o tempo admitindo que a dependência que encontramos da força de resistência seja válida desde o início do movimento, isto é,  $F_R = bv^{1,7}$ . Temos que resolver a seguinte equação dada pela segunda lei de Newton

$$m \frac{dv}{dt} = \frac{4}{3}\pi R^3 \rho_s g - bv^{1,7}, \quad (5)$$

onde  $m$  é a massa da bolha. Levando em conta que a densidade é a massa sobre o volume, a equação anterior pode ser reescrita da seguinte forma

$$\frac{dv}{dt} = \frac{\rho_s}{\rho_{ar}} g - \frac{b}{\rho_{ar} \frac{4}{3}\pi R^3} v^{1,7}. \quad (6)$$

Essa equação é uma equação diferencial não linear que é facilmente solúvel por métodos numéricos. O gráfico abaixo apresenta a solução numérica dessa equação para vários instantes de tempo.

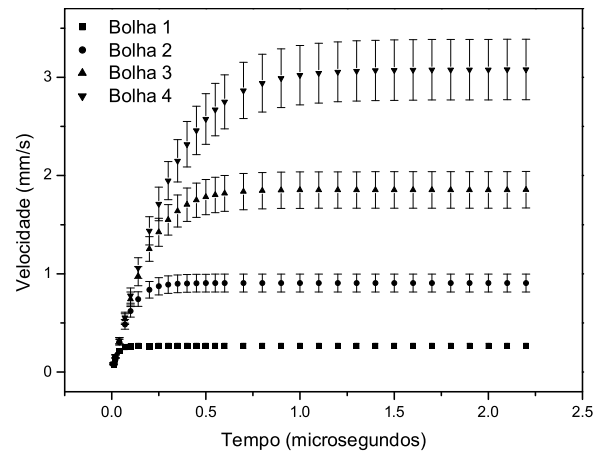


Figura 4 - Simulação das velocidades das bolhas em função do tempo no início do movimento.

A primeira observação importante a ser comentada é quanto à ordem dos tempos envolvidos, que é de micro segundo. Vemos que a bolha 1 adquire velocidade constante antes das outras, e que quanto maior a bolha

maior é o tempo decorrido até que a velocidade fixa seja atingida. A bolha 4 é a que demora mais tempo para deixar de acelerar, cerca de  $1 \mu\text{s}$  enquanto que a bolha 1 leva cerca de um décimo desse intervalo de tempo. Esses intervalos de tempo são muito pequenos para serem observados pelos nossos sentidos e é por isso que as bolhas aparentam iniciarem seu movimento já com velocidade constante. Uma outra observação muito importante é quanto às magnitudes das velocidades limite das bolhas. Nota-se que as velocidades encontradas nas simulações estão bem próximas das velocidades limite que foram medidas. Isso sugere que o modelo utilizado para a força viscosa e para os parâmetros  $n$  e  $b$  funcionam razoavelmente bem, e devem ser válidos para todas as velocidades da bolha a partir do repouso.

## 5. Conclusões

Os resultados das medidas das velocidades, apesar da simplicidade proposital do equipamento utilizado, indicam que realmente as bolhas sobem com velocidades constantes e que as velocidades são maiores quanto maiores as bolhas. Obteve-se sucesso na interpretação dos resultados experimentais pela aplicação das leis do movimento de Newton e uma força de atrito viscoso que depende de maneira exponencial com a velocidade. Além disso, os resultados das simulações sugerem que a forma utilizada para a dependência da força viscosa com a velocidade deve ser válida para todas as velocidades, já que os resultados que esse modelo prevê para as velocidades limites concordam com os resultados das medidas.

São duas as principais dificuldades observadas para a realização das medidas. A primeira é quanto às medidas das posições e instantes de tempo para as bolhas muito grandes e, como consequência, muito rápidas. Para contornar essa dificuldade, a sugestão é que o xampu seja colocado em um longo tubo de vidro graduado. Isso vai permitir que, para bolhas grandes e velozes, as medidas sejam realizadas em intervalos de tempo e distâncias maiores, minimizando bastante os erros nas medidas. A outra dificuldade, e a principal, é quanto às medidas dos diâmetros das bolhas. Para contornar essa outra dificuldade pode ser utilizada uma microseringa que injetaria um volume conhecido de ar na parte inferior do tubo, ou a utilização de esferas de material leve e diâmetro conhecido que atinjam a velocidade limite rapidamente.

Com esse experimento, alunos de Ensino Médio têm a possibilidade de verificar na prática o movimento uniforme, aplicar a segunda lei do movimento de Newton para explicar as observações e utilizar a técnica dos logaritmos para se obter parâmetros experimentais. Os universitários, além desses conceitos, podem aplicar métodos de cálculo numérico para a resolução de uma equação diferencial e comparar seus resultados com o experimento.

## Referências

- [1] Marcelo Alonso and, Edward J. Finn *Fundamental University Physics, v. I - Mechanics* (Addison Wesley, Massachusetts, 1967).
- [2] K. Symon, *Mechanics* (Addison-Wesley, Massachusetts, 1964), 2<sup>nd</sup> ed.