

## Pesquisa em Ensino de Física

# Dificuldades dos alunos na aprendizagem da lei de Gauss em nível de física geral à luz da teoria dos modelos mentais de Johnson-Laird

(*Students' difficulties in the learning of Gauss' Law at introductory college level in the light of Johnson-Laird's mental models theory*)

Marco Antonio Moreira<sup>1</sup> e Isabel Krey<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Instituto de Física, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, RS, Brasil

<sup>2</sup>UNIVATES, Lajeado, RS, Brasil

Recebido em 10/12/2004; Revisado em 24/7/2006; Aceito em 2/5/2006

Neste trabalho apresenta-se uma análise das respostas de 74 alunos universitários a questões referentes a lei de Gauss para a eletricidade em uma disciplina de Física Geral. A partir dessa análise foram identificadas três categorias de dificuldades apresentadas pelos alunos: 1) na interpretação da lei, 2) na sua operacionalização matemática e 3) nos conceitos de superfície gaussiana e fluxo de campo elétrico. Estas dificuldades são analisadas sob o referencial teórico dos modelos mentais de Johnson-Laird. A causa apontada como geradora destas dificuldades seria a de que os alunos não teriam sido capazes de construir modelos mentais e esquemas de assimilação que dessem significado aos conceitos envolvidos e, menos ainda, à própria lei. Provavelmente, a instrução (aulas e livro de texto) recebida não teria sido adequada para facilitar a construção de tais modelos.

**Palavras-chave:** aprendizagem de Física, lei de Gauss, modelos mentais.

This paper presents an analysis of the answers of 74 college students to questions regarding Gauss's law for electricity in an introductory physics course. From these answers three categories of difficulties were identified: 1) those dealing with the physical meaning of the law, 2) those referring to its mathematical operationalization, and 3) those regarding the concepts of Gaussian surface and electric field flux. These difficulties were examined in the light of Johnson-Laird's mental models. The main reason of such difficulties would be the fact that students were not able to construct mental models and, even less, assimilation schemes, that would provide some meanings to the law and to the involved concepts. Possibly, the instruction (classes and textbook) they got was not appropriate to help them in the construction of these models and schemes.

**Keywords:** physics learning, Gauss's law, mental models.

## 1. Introdução

A lei de Gauss para a eletricidade é, normalmente, a primeira das equações gerais do eletromagnetismo apresentada aos alunos em uma disciplina cujo conteúdo seja eletricidade e magnetismo, digamos Física II, para estudantes de Física ou Engenharia. Tipicamente, começa-se com carga elétrica e força elétrica, passando-se, logo após, ao conceito de campo elétrico. No cálculo do campo elétrico  $\mathbf{E}$  usa-se, inicialmente, a lei de Coulomb para distribuições discretas e contínuas. A seguir, introduz-se lei de Gauss como uma lei geral do eletromagnetismo, uma das equações de Maxwell, que em problemas de Eletrostática é equivalente à lei de Coulomb, mas que simplifica muito os cálculos quando a simetria do problema for alta.

Pois bem, apesar das “vantagens” da lei de Gauss

na resolução de alguns problemas, parece ser nela que começam as dificuldades dos alunos no estudo do eletromagnetismo. Quem já ensinou a lei de Gauss para a eletricidade, em disciplinas de Física Geral, provavelmente ficou com a impressão de que os alunos não captaram seu significado físico, tiveram dificuldades em aplicá-la em certos problemas e a classificaram como mais uma das “fórmulas da Física”.

Tendo ficado com esta impressão nas muitas vezes que procuramos ensinar a lei de Gauss, decidimos analisar mais detidamente um conjunto de respostas dos alunos a fim de tentar categorizar suas dificuldades e, posteriormente, interpretá-las à luz de um referencial teórico.

Trabalhamos com respostas de 74 alunos da disciplina FIS 01182, Física II-C, para estudantes de Engenharia, do Departamento de Física da UFRGS. Ini-

<sup>1</sup>E-mail: moreira@if.ufrgs.br.

ciaremos o relato de nossa análise descrevendo como a lei de Gauss é apresentada no livro de texto usado na ocasião [1], visto que as aulas teóricas e de problemas estiveram baseadas neste texto e os alunos nele estudaram o assunto. Em continuidade, apresentaremos as questões cujas respostas foram analisadas e as categorias de dificuldades encontradas. Finalmente, buscaremos interpretar tais dificuldades em termos da teoria dos modelos mentais[2].

Antes disso, cabe registrar aqui os trabalhos de Goldman *et al.* [3], Krapas e Alves [4], Krapas *et al.* [5] e Guisasola *et al.* [6] que também tratam da aprendizagem da lei de Gauss para a eletricidade. Tais trabalhos serão referidos na parte final deste artigo.

## 2. O que diz o livro de texto

Inicialmente, fala-se da lei de Gauss como uma nova maneira de formular a lei de Coulomb:

*Neste capítulo introduziremos uma nova formulação da lei de Coulomb, denominada lei de Gauss... (p. 39)*

Além disso, salienta-se, também de início, que essa lei deve ser usada quando a “simetria (do problema) for aproximadamente alta” (*ibid.*).

A superfície gaussiana é introduzida como sendo a parte central da lei de Gauss:

*A figura principal da lei de Gauss é uma hipotética superfície fechada, chamada superfície gaussiana (p. 40).*

Discorre-se, então, sobre a forma da gaussiana destacando-se que esta deve ser adequada à simetria do problema que estiver sendo resolvido e que deverá ser sempre *fechada*, resultando, muitas vezes, em uma superfície esférica, ou cilíndrica, ou alguma outra forma simétrica.

Com respeito às cargas envolvidas, o livro faz a seguinte observação:

*A lei de Gauss relaciona os campos na superfície gaussiana e as cargas no interior desta superfície (ibid.).*

Através de uma situação simples, uma superfície esférica com campo elétrico em cada um de seus pontos e fazendo-se uso da lei de Gauss para calcular a carga líquida no interior da superfície, introduz-se, intuitivamente, o conceito de fluxo do campo elétrico como sendo “o ‘quanto’ o campo elétrico é interceptado pela superfície”. Depois, dedica-se toda uma seção para explicar o conceito de fluxo mais formalmente através de uma analogia com uma corrente uniforme de ar que atravessa uma malha quadrada. Na seção seguinte define-se, então, *fluxo do campo elétrico* através de uma superfície fechada, em termos de uma integral de superfície (fechada) e dá-se um exemplo.

Finalmente, na quinta seção do capítulo relativo à lei de Gauss ela é apresentada, matematicamente, na forma integral:

$$\varepsilon_0 \oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{A} = q.$$

A partir daí passa-se a mostrar como se usa a lei para diferentes distribuições de carga, enfatizando primeiramente o cálculo da carga líquida interna para várias superfícies gaussianas. Dá-se também um exemplo sobre como calcular o fluxo do campo elétrico através de distintas gaussianas.

Após frisar, outra vez, a equivalência entre a lei de Coulomb e a lei de Gauss, mostrando que a primeira pode ser deduzida da segunda, o livro apresenta uma “tática” (*sic*, p. 45) para a escolha da superfície gaussiana e dedica várias seções a exemplos clássicos de aplicação de lei de Gauss para o cálculo do campo elétrico de distribuições de carga com simetria esférica, cilíndrica ou planar.

Tudo isso está no terceiro capítulo do volume correspondente ao eletromagnetismo, o qual inclui, no final, uma lista de 83 questões, problemas ou exercícios sobre a lei de Gauss.

Bem mais adiante, no décimo segundo capítulo, a lei de Gauss para a eletricidade é referida novamente, de maneira muito rápida, quando é comparada com a lei de Gauss para o magnetismo, destacando que nesta aparece um zero no lado direito da equação e na primeira não, o que significa que no magnetismo não existe o equivalente à carga livre  $q$  da eletricidade.

No último (décimo quinto) capítulo esta assimetria é outra vez mencionada e as duas Leis de Gauss são rerepresentadas como duas das Equações de Maxwell, mas isto é feito de maneira bem superficial.

Desta descrição, pode-se depreender que a lei de Gauss é abordada, neste livro de texto (que, como se sabe é, há muito tempo, um dos mais utilizados internacionalmente), de uma maneira bastante operacional, sem explorar seu caráter de lei geral do eletromagnetismo.

Nas aulas teóricas ministradas aos alunos, a lei de Gauss foi desde o início proposta como uma das Equações de Maxwell, mas, ainda assim, foi ensinada com a ênfase operacional dada pelo livro de texto.

## 3. As questões propostas aos alunos

Na avaliação relativa à lei de Gauss, foram apresentadas três questões aos alunos, uma “pergunta teórica” e dois problemas. A questão teórica foi dada a todos os estudantes, enquanto que os problemas, supostos equivalentes, foram colocados alternativamente para cada uma das duas turmas nas quais eles estavam matriculados. Os problemas (questões 2 e 3) estão reproduzidos no anexo, a questão teórica (questão 1), a seguir:

1) *Escreva a lei de Gauss para a eletricidade na forma integral. Interprete esta lei, detalhadamente, com suas próprias palavras. Use diagramas, desenhos, exemplos, se necessário. Fale tudo o que você sabe sobre*

esta lei. Diga, inclusive, quais as principais dificuldades que você teve para entender esta lei.

#### 4. Categorização das dificuldades dos alunos

Analisamos qualitativamente as respostas dadas por 74 alunos de duas turmas da disciplina FIS 182, ministradas pelo primeiro autor deste trabalho para estudantes de Engenharia. Embora as transcrições que apresentaremos para ilustrar as categorias de dificuldades sejam predominantemente de respostas dos estudantes à questão 1, tais categorias refletem também o seu desempenho na resolução dos problemas propostos. Além disso, a categorização obtida é também fruto de nossas observações ao interagir com os alunos em sala de aula. A metodologia de ensino que utilizamos favorecia a interação pessoal com os alunos: em cada aula de duas horas, havia uma exposição inicial de aproximadamente 30 minutos e o restante do tempo era dedicado à resolução de questões teóricas e problemas em pequenos grupos com assistência permanente dos dois autores deste estudo. Ao final da aula, cada grupo nos entregava o produto de seu trabalho que era logo avaliado e devolvido aos alunos.

Da análise que fizemos resultaram três categorias principais: *dificuldades na interpretação da lei, dificuldades operacionais na utilização da lei e dificuldades conceituais*. É claro que há uma certa superposição em tais categorias, mas julgamos que, mesmo assim, refletem aspectos distintos das dificuldades encontradas pelos alunos na aprendizagem da lei de Gauss para a eletricidade. Como um mesmo aluno pode estar incluído em mais de uma categoria, o somatório das porcentagens não será 100%.

#### 5. Dificuldades na interpretação do significado físico<sup>2</sup> da lei

De uma maneira geral, os alunos (~72% deles) não entendem fisicamente a lei de Gauss e ao explicá-la concentram-se em aspectos formais e operacionais, como se pode ver nos exemplos, transcritos literalmente, a seguir (nomes fictícios):

*Esta integral calcula o campo elétrico gerado por uma carga sobre uma superfície imaginária, chamada superfície gaussiana. A grande vantagem da lei de Gauss em relação à lei de Coulomb, é levar em consideração simetrias existentes nos problemas referentes ao cálculo do campo elétrico. Isto vem simplificar e até mesmo a dar novas idéias sobre o cálculo do campo. Levam-se em conta somente cargas que geram fluxo no interior da superfície gaussiana, ou seja, a carga líquida efetiva. Utilizando-se a simetria adequada pode-*

*mos simplificar de forma apreciável o cálculo de campos que através da lei de Coulomb seriam bastante complicados.*

*Como dificuldade, levei bastante tempo para compreender porque as cargas externas não eram consideradas como geradoras de campo na superfície gaussiana, de como ele passava diretamente através da superfície. (Sandro)*

*A lei de Gauss é escrita da seguinte forma*

$$\varepsilon_0 \phi = Q,$$

*onde  $\varepsilon_0$  é a constante de permissividade que corresponde a  $8,85 \times 10^{-12} \text{ C}^2 / \text{Nm}^2$ ;  $\phi$  é o fluxo de campo elétrico que passa através da superfície gaussiana. O fluxo elétrico é dado por  $\phi = \oint E ds$  onde  $\oint$  é a integral fechada,  $E$  o campo elétrico e  $ds$  a área da superfície gaussiana.  $Q$  é a carga líquida dentro da superfície gaussiana. Esta superfície gaussiana é uma superfície fechada e fictícia que se estabelece a fim de poder calcular o fluxo elétrico que passa através dela.*

*A principal dificuldade é entender como se pode calcular o campo elétrico através da lei de Gauss se ela não se utiliza da carga total do sistema, apenas a carga líquida dentro da superfície gaussiana. (Luiz)*

*Para se entender a lei de Gauss é preciso saber o que é a superfície gaussiana. A superfície gaussiana é uma superfície fechada e sem volume interno. Através das paredes da superfície gaussiana podem passar linhas de força que representam um campo  $\mathbf{E}$  que existe em cada unidade de área desde que exista uma carga elétrica fora ou dentro da superfície. Multiplicando o campo  $\mathbf{E}$  de uma unidade de área da superfície gaussiana por  $\cos\theta$ , sendo  $A$  um certo valor de área, obtemos o fluxo elétrico que passa por esta área da superfície gaussiana. Este fluxo só pode existir se tiver uma carga no interior da superfície gaussiana, pois caso contrário entrarão e sairão o mesmo número de linhas de força da superfície. Na equação  $\varepsilon_0 \oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{A} = q$ , o  $\mathbf{E}$  é o campo elétrico devido a cargas internas e externas à superfície gaussiana, mas a carga  $q$  é a carga dentro da superfície.  $\phi = \oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{A}$  é o fluxo;  $\varepsilon_0 \phi = q$ . A lei de Gauss relaciona o fluxo numa superfície com sua carga líquida interna. A lei de Gauss se torna uma boa opção de resolução de problemas quando existe simetria na distribuição do campo elétrico. (Alexandre)*

*O campo elétrico é obtido através do fluxo pela área da superfície imaginária que colocamos convenientemente no sistema. Quaisquer distribuições que não estiverem dentro da superfície não contam na equação. Logicamente, se não houver carga nenhuma dentro da superfície, o campo é nulo. (Sílvia)*

Muitos alunos (~51%) descrevem a lei de Gauss, essencialmente, como um método para o cálculo do campo elétrico envolvido no problema. Vejamos alguns exem-

<sup>2</sup>Por significado físico queremos dizer que a lei de Gauss para a eletricidade é uma lei geral do eletromagnetismo que descreve a carga e o campo elétricos, enquanto fenômenos eletromagnéticos, e que dela se pode deduzir a lei de Coulomb.

plos extraídos também de respostas, transcritas literalmente, dadas à questão 1:

*Esta lei é super importante e prática porque permite-nos calcular o campo elétrico de cargas contínuas.* (Míriam)

*A lei de Gauss é uma lei que existe para se calcular o campo elétrico, apenas para superfícies em que há carga interna líquida.* (Luíza)

*Esta lei é usada para calcular o campo elétrico gerado pelas cargas em uma superfície fechada ...* (Sônia)

Inclusive, alguns alunos descreveram como se usa a lei passo a passo, como ilustra o exemplo a seguir:

*A lei de Gauss leva em conta o fluxo elétrico para fazer o cálculo do campo. Como? Bom, para calcular o campo de uma chapa, por exemplo: (desenho da chapa).*

*Considerando a chapa com uma carga = q, para calcular o campo na superfície da chapa e longe das bordas, a lei de Gauss diz o seguinte: 'Cria-se' uma superfície gaussiana, simétrica para facilitar o cálculo. No caso, usamos um cilindro. Agora, qual o fluxo elétrico que atravessa esse cilindro? Vejamos: o fluxo não atravessa a área lateral do cilindro, pois esta forma um ângulo de 90° com o fluxo; mas atravessa as duas bases do cilindro. Então, a equação nos diz que:  $\epsilon_0 \oint \mathbf{E} ds = q$ , onde  $\epsilon_0$  é a constante de permissividade, q é a carga líquida contida dentro da superfície gaussiana e s é a área da base do cilindro. Assim, o campo próximo à chapa e longe das bordas seria: (continua o cálculo)...* (Ricardo)

Em sua resposta à questão 1, alguns alunos (~19%) deram a entender que o campo presente na expressão da lei de Gauss é devido somente às cargas internas à superfície gaussiana:

*...A equação  $\epsilon_0 \oint \mathbf{E} ds = q$ , descreve o campo elétrico gerado a partir de uma carga elétrica dentro de uma superfície imaginária qualquer chamada superfície gaussiana.* (Igor)

*O campo elétrico é obtido através do fluxo pela área da superfície imaginária que colocamos convenientemente no sistema. Quaisquer distribuições que não estiverem dentro da superfície não contam na equação. Logicamente, se não houver carga nenhuma dentro da superfície, o campo é nulo.* (Sílvia)

*...Qualquer carga fora da superfície gaussiana não terá influência nenhuma sobre o campo elétrico a ser calculado...* (Eduardo)

Por outro lado, alguns alunos pareciam saber que isto está incorreto, mas não entendiam por que, como sugere o exemplo a seguir:

*A minha maior dificuldade foi sobre entender que na gaussiana só deve-se levar em conta a carga líquida encerrada por ela, enquanto que o campo levado em consideração é tanto o interno quanto o externo.* (Adriana)

## 6. Dificuldades operacionais na utilização da lei

Alguns alunos quando responderam a questão proposta disseram ter como principais dificuldades a escolha e localização da superfície gaussiana:

*As principais dificuldades que eu tive foram na escolha da superfície gaussiana e na utilização dos raios (cilindros e esferas) de cabos coaxiais e esferas colocadas dentro de cascas esféricas.* (Cláudio)

*Minha maior dificuldade é na hora de escolher a posição que devo colocar a gaussiana.* (Joana)

*A minha principal dificuldade foi escolher a superfície gaussiana ideal e a sua localização.* (Roberto)

Acrescente-se a isso que na resolução dos problemas analisados (questões 2 e 3), nove alunos (~12%) confundiram o comprimento da gaussiana com o comprimento do cilindro no qual estava sendo calculado o campo.

Aproximadamente 32% dos alunos manifestaram dificuldade em identificar a carga líquida (em resposta à questão 1):

*As principais dificuldades em entender esta lei foram saber quando uma carga está só na superfície ou quando está distribuída por todo o seu volume.* (Ricardo)

*A maior dificuldade que eu tive foi saber como achar a carga líquida do objeto.* (Rosângela)

*Minha principal dificuldade para entender a lei de Gauss e conseguir aplicá-la foi quanto à carga líquida que fica dentro da gaussiana.* (Vicente)

Além disso, a grande maioria (~88%) apresentou também uma dificuldade operacional, ou seja, traduzir a carga líquida em uma expressão matemática (questões 2 e 3), mesmo aparentemente conseguindo visualizá-la (10 alunos, ~12%).

Esta dificuldade operacional também é visível nas suas colocações sobre suas próprias dificuldades, podendo significar que o que os alunos não sabem é expressar matematicamente a carga líquida:

*...É difícil, também, saber quando eu posso usar toda a carga, quando o exercício manda usar apenas uma fração. Ter que saber quando se usa área do objeto ou da gaussiana; ou volume, por exemplo.* (Alice)

*As dificuldades foram em relacionar a carga e as áreas (densidades) a serem calculadas.* (Carlos)

*Uma das dificuldades que tive, foi saber se eu usaria as densidades linear, superficial ou volumétrica (de cargas).* (Felipe)

Alguns alunos (~16%) apontaram, explicitamente, dificuldades em entender, na lei, o formalismo matemático envolvido:

*As dificuldades para entender esta lei foram as direções vetoriais do campo e da superfície, a abertura da integral de linha e a relação com a lei de Coulomb.* (Júlio)

*Minha maior dificuldade em relação à lei de Gauss, ao menos o que aparenta, o resultado será mostrado*

aqui, foi a parte matemática, mais especificamente as substituições trigonométricas. (Mateus)

*Esta lei pode ser muito complicada quando não sabemos escolher uma superfície gaussiana adequada, ou quando não percebemos, ao resolver a integral, quem está variando.* (Ronaldo)

## 7. Dificuldades conceituais

Embora as categorias anteriores já evidenciassem dificuldades em relação aos conceitos de superfície gaussiana e carga líquida que estariam por detrás das dificuldades em operacionalizá-los, detectamos também outras dificuldades conceituais, principalmente em relação ao conceito de fluxo.

Alguns alunos generalizaram que dentro de uma casca o campo é sempre zero (consideram sempre a esfera condutora): em resposta à questão 3, nove alunos consideraram a esfera condutora e, portanto, o campo igual a zero no caso  $r < a$ . Aparentemente, para eles, esferas isolantes não teriam carga, *i.e.*, comportar-se-iam como se fossem condutoras.

Vários estudantes (~17%) demonstraram não entender que o fluxo é do campo, ou seja, a quantidade de linhas de força que atravessam uma determinada área, quando responderam a questão 1:

*Esta lei na eletricidade é utilizada sempre quando tivermos um fluxo de elétrons através de uma superfície.* (Andréia)

*A lei de Gauss é aplicada para se calcular o fluxo de carga dentro de um determinado espaço (área, volume).* (Joana)

*...Para se obter o fluxo elétrico, ou seja, a quantidade de cargas por área.* (Alice)

Ao responderem a questão 1, 19 alunos (26%) não relacionaram a lei com fluxo, ou seja, ao explicar o que entendiam sobre a lei de Gauss não mencionaram o conceito de fluxo.

## 8. Tentando interpretar as dificuldades dos alunos

Uma vez que a lei de Gauss foi apresentada aos estudantes, tanto no livro de texto como nas aulas, de uma maneira bastante operacional, não é de surpreender que os mesmos tenham tido dificuldades em interpretá-la além de um método vantajoso para calcular o vetor campo elétrico em situações de elevada simetria. Aliás, 51% deles disseram, explicitamente, que a lei de Gauss era um método para o cálculo de campo elétrico.

Também não são surpreendentes as dificuldades matemáticas, visto que ao cursar Física II os alunos têm apenas um semestre de Cálculo e estão fazendo Cálculo II simultaneamente. Nessas dificuldades estariam incluídas aquelas relativas ao cálculo da carga líquida.

Examinemos, então, as dificuldades relativas aos conceitos de superfície gaussiana e fluxo elétrico, bem como àquelas relativas à compreensão da lei em si.

Nos parece que em todos estes casos o que faltou aos alunos foi a construção de modelos mentais adequados, *i.e.*, um modelo mental de superfície gaussiana, um de carga líquida, um de fluxo elétrico e, finalmente, um modelo mental da própria lei de Gauss. Krapas *et al.* [5, 7], em outro estudo sobre a lei de Gauss, também concluíram que nenhuma das categorias - *só fórmula, cálculo usual, articulada, isolante, macete e correta* - que usaram para analisar as respostas dos alunos constituía modelos mentais relativos à lei de Gauss. Para esses autores, *modelos mentais que dariam conta do problema em questão deveriam apresentar uma articulação entre a lei de Gauss, na sua forma algébrica e na sua forma imagística, que envolveria o conceito de fluxo do campo elétrico como fonte/sumidouro desse fluxo* ([4], p. 13). Contudo, é preciso ressaltar que esses autores não usam o referencial de Johnson-Laird ao se referirem a modelos mentais.

Modelo mental, na perspectiva de Johnson-Laird [2], é uma representação interna de informações que corresponde analogamente, em termos de estrutura, ao estado de coisas que está sendo representado. É um análogo estrutural de um estado de coisas do mundo.

A idéia é que as pessoas não captam o mundo exterior diretamente; elas constroem representações internas, ou seja, mentais, do mundo externo.

Para Johnson-Laird, existem três tipos de representações mentais: *proposições* (representações proposicionais) que são cadeias de símbolos (representações de significados totalmente abstraídas) verbalmente expressáveis; *modelos mentais* que são análogos estruturais de objetos ou eventos que são espacial e temporalmente análogos a impressões sensoriais, mas que podem ser vistos de qualquer ângulo - e aí nos vêm imagens - e que, em geral, não retêm aspectos distintivos de uma dada instância de um objeto ou evento; *imagens* que são representações bastante específicas que retêm muitos aspectos perceptivos de determinados objetos ou situações vistos de um ângulo particular.

Por exemplo, consideremos o caso do conceito de triângulo: não podemos imaginar um “triângulo em geral”, sempre que tentamos fazer isso nos vem à mente um triângulo em particular, mas por detrás de todas as possíveis imagens de triângulo que nos vêm à mente há um modelo mental de triângulo. (É claro que também podemos definir triângulo proposicionalmente, mas esta definição seria a expressão verbal de uma representação proposicional interna em código próprio da mente, não consciente).

Johnson-Laird sugere que as pessoas raciocinam com modelos mentais, os quais seriam como blocos de construção cognitivos que podem ser combinados e re-combinados conforme necessário. A compreensão significativa de um conceito, evento ou objeto implica a

construção de um modelo mental de trabalho deste conceito, evento ou objeto.

No caso do conceito de superfície gaussiana, as representações que os alunos têm são imagens isoladas, *i.e.*, não são perspectivas de um modelo mental subjacente. Os alunos guardam, quase que exclusivamente, as imagens de superfícies gaussianas esféricas ou cilíndricas. Eles não chegam a construir um modelo mental de superfície gaussiana, do qual as superfícies esférica, cilíndrica, cúbica, oval, etc. fossem apenas vistas do modelo. Estaria aí, provavelmente, a grande dificuldade dos alunos com este conceito.

Em relação ao conceito de fluxo elétrico, a situação poderia ser similar, quer dizer, os alunos não teriam construído um modelo mental de fluxo elétrico, ou melhor, de fluxo do campo elétrico. Contudo, neste caso há uma explicação alternativa: os estudantes interpretam o fluxo do campo elétrico como uma imagem de um modelo mental já construído que é o de fluxo de alguma coisa material, como água, ar, elétrons, etc. Parece que neste caso seria necessário construir um novo modelo mental ao invés de “aproveitar o anterior”; ou seria o caso de “mexer no núcleo do modelo” [8, 9] de modo a incorporar também o fluxo de algo imaginário como linhas de força (no caso, do campo elétrico).

Outra interpretação alternativa seria a de que os alunos teriam desenvolvido, previamente, um *esquema de assimilação*<sup>3</sup> para fluxo, *i.e.*, uma abordagem invariante frente a situações envolvendo fluxo de alguma coisa material. Esta hipótese está de acordo com a proposta integradora, entre esquemas de assimilação e modelos mentais, de Greca e Moreira [10, 11]. Segundo essa proposta os esquemas de assimilação, que são representações mentais estáveis, poderiam ter uma fase inicial constituída de modelos mentais que são representações instáveis. Ou seja, à medida que se estabilizam os modelos assumem caráter de esquemas. Os alunos teriam, então construído um esquema de assimilação para fluxo que não se aplicaria ao fluxo do campo elétrico. Quando o esquema não dá conta da situação é preciso acomodar, mas a acomodação passa, segundo Greca e Moreira, por uma fase inicial de modelagem mental da situação. Isso, no entanto, parece não ter acontecido. Os alunos parecem não ter sido capazes de construir modelos mentais de fluxo do campo elétrico. Conseqüentemente, não houve acomodação e continuaram interpretando fluxo como sendo algo essencialmente material. Essa materialização do conceito de fluxo pode ter funcionado como aquilo que Moreira e Greca [12] chamam de obstáculo representacional mental.

Em relação à lei de Gauss, ela é apresentada aos alunos através uma expressão matemática:  $\epsilon_0 \oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s} = q$  ou seja, uma representação externa.

Conseqüentemente, para dar significado a ela, é pre-

ciso representá-la internamente, *i.e.*, mentalmente. Na ótica de Johnson-Laird, a representação interna necessária à compreensão da representação externa da lei de Gauss seria um modelo mental, já que representá-la apenas como uma proposição ou como uma imagem dificilmente levaria a uma aprendizagem significativa [13].

A maneira como a lei de Gauss é ensinada, *i.e.*, como uma lei que simplifica muito os cálculos quando a simetria do problema for alta - em particular casos de simetria cilíndrica, esférica ou planar - faz com que os estudantes busquem aprender como se aplica a lei de Gauss para 1) esferas ou cascas esféricas, 2) tubos ocos ou maciços muito longos e 3) chapas planas muito grandes, sempre com a possibilidade de serem condutores ou isolantes com distribuição de cargas uniforme ou variável. Quer dizer, o que os alunos tentam é formar imagens isoladas da lei de Gauss, *i.e.*, como ela funciona se a distribuição for de simetria esférica, cilíndrica ou planar. Mesmo que tenham êxito nesta tentativa (o que muitas vezes não acontece, como sugerem as respostas analisadas neste estudo) é pouco provável que construam um modelo mental da lei de Gauss subjacente a muitas imagens - infinitas por que não? - entre as quais estariam esferas, cilindros e planos carregados eletricamente.

Ao longo de uma aprendizagem significativa do eletromagnetismo, o que pode implicar muito tempo, os alunos poderiam chegar à construção de esquemas de assimilação para abordar problemas usando a lei de Gauss, mas isso passaria pela construção de modelos mentais das situações problemáticas iniciais.

## 9. Conclusão

Neste trabalho analisamos as respostas de alunos de Física Geral a questões relativas à lei de Gauss para a eletricidade e inferimos que suas principais dificuldades estariam, em primeira aproximação, na própria interpretação do significado da lei, na sua operacionalização matemática e nos conceitos de superfície gaussiana e fluxo do campo elétrico. Argumentamos, no entanto, que por detrás destas dificuldades estaria uma maior que é a não construção de modelos mentais que permitissem dar significado, *i.e.*, uma aprendizagem significativa, aos conceitos de superfície gaussiana e fluxo elétrico, assim como à própria lei.

Por outro lado, a maneira como se ensinou a lei de Gauss, e a maneira como ela é apresentada nos livros de texto, não favorece a construção de tais representações. Ao contrário, parece estimular uma visão “aplicada” da lei de Gauss muito próxima de uma aprendizagem mecânica dessa lei.

Como já diziam Goldman *et al.* [3], em 1981, nos cursos de eletromagnetismo básico em nível universitário, os textos freqüentemente adotados, embora

<sup>3</sup> O conceito de esquema de assimilação que está sendo usado é de Vergnaud [13] que o considera como a organização invariante do comportamento para uma determinada classe de situações.

formalmente corretos, deixam muito a desejar no que se refere à discussão de certos aspectos importantes da lei de Gauss (op. cit., p. 3). Segundo esses autores, *uma lei física corresponde a um certo modo de conceber a natureza, entretanto, os livros de texto ao tratar de lei de Gauss se ocupam muito pouco com esse aspecto. Sua preocupação maior consiste em aplicá-la a determinadas situações como, por exemplo, no cálculo do campo elétrico criado por distribuições de cargas tais como planos e fios infinitos, esferas e outras. Nesses cálculos menciona-se freqüentemente o tema simetria, sem entretanto explicitar se ela se refere ao campo, às cargas ou à superfície gaussiana.* (ibid.)

Concordamos com esses autores e acrescentamos que o ensino, as aulas, vão na mesma direção ou, em outras palavras, simplesmente seguem a orientação dos livros. O resultado disso, como dissemos antes é a aprendizagem mecânica e a não superação das dificuldades pelos alunos. Parafraseando Goldman *et al.*, os alunos “aprendem”, mas não “sabem”.

Guisasola *et al.* [6] também relatam dificuldades dos alunos com a lei de Gauss, assim como com a Lei de Ampère, relacionadas com o fluxo e a circulação, com uma interpretação muito operacional dessas leis e com raciocínios que levam à elaboração de explicações *ad hoc* para cada problema, ou seja, os estudantes não buscam generalidades e sistematicidades próprias de uma abordagem científica.

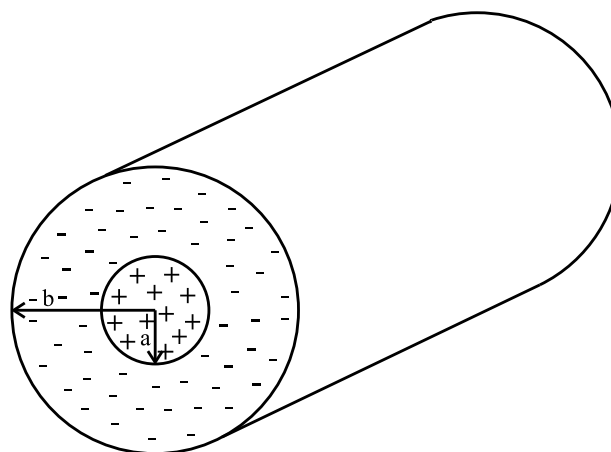
Argumentam, então, que se queremos que os alunos vejam a Física como uma construção dinâmica de conhecimentos é preciso *não apresentar* a eles o conhecimento em seu estado final e em sua forma operativa, mas sim usar uma abordagem didática que os leve a perceber a necessidade de construção do conhecimento. No caso das leis de Gauss e Ampère seria necessário que os estudantes estivessem bem familiarizados com o modelo de linhas de campo e com os conceitos pertinentes a ele, como fluxo e circulação, antes de apresentar essas leis na sua forma operativa. Além disso, essa abordagem deveria incluir uma série de atividades que dessem aos estudantes oportunidades de usar estratégias da metodologia científica como, por exemplo, analisar a situação problemática, conceber hipóteses, projetar e realizar experimentos, modelizá-los qualitativamente e analisar os resultados.

Creemos que os resultados apresentados por esses autores são similares aos nossos e concordamos com eles sobre a necessidade de usar uma abordagem didática à lei de Gauss, assim como às Equações de Maxwell de um modo geral, que fuja da tradicional *apresentação e operacionalidade* se o que queremos é uma aprendizagem significativa dessas equações. Mas essa significatividade passa, em nossa opinião, necessariamente pela modelagem mental, como argumentamos ao longo deste trabalho. As estratégias propostas por esses autores provavelmente favorecerão a construção de modelos mentais que permitirão aos alunos compreender tais leis

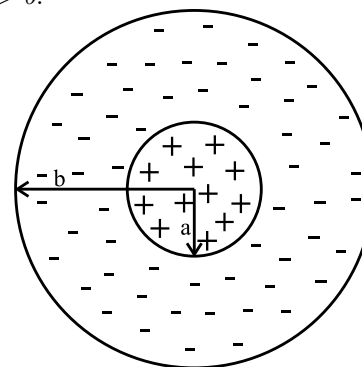
ao invés de encará-las simplesmente como fórmulas ou macetes para resolver problemas.

### Anexo - Problemas propostos aos alunos

2) Um cabo coaxial é formado por um longo cilindro de plástico envolvido por uma casca cilíndrica de outro material não condutor. O cilindro interno preenche completamente o interior da casca cilíndrica externa. Se fosse possível carregar de maneira uniforme o cilindro interno com uma carga total  $+Q$  e também de maneira uniforme a casca cilíndrica externa com carga total  $-3Q$ , qual seria a variação da intensidade do campo elétrico  $E$  em função de  $r$ , para  $r < a$ ,  $a < r < b$  e  $r > b$ ?



3) Uma esfera de um material não condutor que tem uma carga  $+Q$  é envolvida por uma casca esférica também de material não condutor com carga  $-Q$ . Essas cargas são iguais em módulo e estão uniformemente distribuídas nos respectivos volumes. Calcule a intensidade do campo elétrico nos seguintes casos:  $r < a$ ,  $a < r < b$  e  $r > b$ .



### Referências

[1] D. Halliday, R. Resnick e J. Walker, *Fundamentos de Física III - Eletromagnetismo* (Livros Técnicos e Científicos Editora S.A., Rio de Janeiro, 1996), 3ª ed.  
 [2] P.N. Johnson-Laird, *Mental Models* (Harvard University Press, Cambridge, 1983), 513 p.

- [3] C. Goldman, E. Lopes, e M.R. Robilota, *Revista de Ensino de Física* **3**, 3 (1981).
- [4] S. Krapas e F. Alves, in *IV Simposio de Investigación en Educación en Física*, La Plata, Argentina, 1998.
- [5] S. Krapas, F. Alves e R. Carvalho, in *Atas do II Encontro Nacional de Pesquisa em Ensino de Física*, Valinhos, SP, 1999.
- [6] J. Guisasola, J. Salinas, J.M. Almudí y S. Velazco, *Revista Brasileira de Ensino de Física* **25**, 195 (2003).
- [7] S. Krapas, F. Alves e R. Carvalho, *Investigações em Ensino de Ciências* **5**, 7 (2000).
- [8] M.B. Lagreca e M.A. Moreira, *Rev. Bras. Ens. Fís.* **21**, 202 (1999).
- [9] I.M. Greca e M.A. Moreira, *Investigações em Ensino de Ciências* **7**, 31 (2002a).
- [10] I.M. Greca e M.A. Moreira, *Science Education* **86**, 106 (2002b).
- [11] M.A. Moreira e I.M. Greca, *Ciência e Educação* **9**, 301 (2003).
- [12] M.A. Moreira, *Aprendizagem Significativa* (Editora da UnB, Brasília, 1999), 129 p.