

A Gravitação Universal

(Um texto para o Ensino Médio)
(*The Universal Gravity (A text for highschool students)*)

Penha Maria Cardoso Dias¹, Wilma Machado Soares Santos e
Mariana Thomé Marques de Souza

Instituto de Física, Universidade Federal do Rio de Janeiro, RJ, Brasil

Recebido em 10/05/04; Aceito em 12/08/04

Neste trabalho, propomos uma forma alternativa para apresentar o conceito de *Gravitação Universal* ao aluno do Ensino Médio. A História da Física — por apresentar os problemas que levaram à formulação de um dado conceito — mostra os elementos que dão significado ao conceito. Por isso, acreditamos que ela possa ser integrada ao processo de *ensino-aprendizagem*, tendo papel fundamental na inclusão dos novos conceitos à estrutura cognitiva, funcionando como os *organizadores prévios* da teoria da *Aprendizagem Significativa*, de David Ausubel. O método é ilustrado por uma aplicação a alunos do Colégio de Aplicação da Unigranrio, escola da rede privada, no Rio de Janeiro.

Palavras-chave: História da Física, aprendizagem significativa.

In this paper, we propose an alternative way to introduce the concept of Universal Gravity to high school students. The History of Physics discloses the elements that give meaning to a concept, in so far as it presents the problems that led to the formulation of the concept. Therefore we believe that it can be brought into the process of *teaching and learning*, performing a fundamental role in the assimilation of new concepts to the cognitive structure; this role can be understood in the context of David Ausubel's theory of *Meaningful Learning*. The method is illustrated by its application to students in Colégio de Aplicação da Unigranrio, a private school in Rio de Janeiro.

Keywords: History of Physics, meaningful learning.

1. Introdução

A História da Física é, sem dúvida, um excelente auxiliar no ensino de Física. Entretanto, se existe algum consenso nessa afirmativa, esse consenso desaparece, quando se pergunta sobre os atributos da História que a tornam “excelente auxiliar”. Em um trabalho anterior, comentamos que [1, p. 490]:

A História da Física apresenta os problemas que levaram à formulação de um particular conceito; ela revela os ingredientes, lógicos ou empíricos, que foram realmente importantes nesse processo [de criação intelectual]. Portanto, a História da Física clarifica conceitos, revelando-lhes o significado.

É, justamente, nessa qualidade que acreditamos fazer seu potencial para o aprendizado de ciência [2]. Mas, se assim, a História só é valiosa ao entendimento da ciência, na medida em que enfatize aquelas qualidades. Do ponto de vista de teorias do aprendizado, foi proposto por duas de nós que a História da Física pode servir como um *organizador prévio* ([1], [3]).

Organizador prévio é um conceito da *Teoria da Aprendizagem Significativa*, de David Ausubel ([4], [5], [6]). Nessa teoria, um conhecimento torna-se *significativo* por uma interação com alguns conhecimentos prévios relevantes, que existem na mente do aprendiz. Nesse processo, há conceitos — chamados *subsunçores* — relevantes aos novos conceitos a serem

¹Enviar correspondência para P.M.C. Dias. E-mail: penha@if.ufrj.br.

aprendidos e que os modificam e podem ser por eles modificados. A “ponte” entre esses e o novo conhecimento é feita por algum outro conjunto de conceitos — chamados *organizadores prévios* ([4], [5]).

Pode-se considerar que a avaliação de que a aprendizagem de um dado tema tenha sido *significativa* possa ser feita pelo uso, ao longo de uma vida, que o indivíduo faz do conhecimento adquirido. Entretanto, não há, infelizmente, “receita de bolo” nem para se identificar *conhecimentos prévios* nem para produzir alguma evidência de que um aprendizado tenha sido *significativo*. Um modo de se descobrir *conhecimentos prévios* é por meio de avaliação das respostas dos aprendizes a um questionário [7].

Duas de nós (W.M.S.S. e P.M.C.D.) têm proposto uma sistemática de elaboração de material didático sobre Física para o Ensino Médio ([1], [3]):

1. Um questionário é aplicado em sala de aula, antes que um tema específico de Física seja lecionado. As respostas dadas pelos aprendizes indicariam *conceitos subsunçores* e como estão sendo utilizados, mesmo se misturados a crenças ou ficção. Para inspirar a elaboração do questionário, procura-se satisfazer a duas condições:
 - (a) As questões devem tentar seguir os *Parâmetros Curriculares Nacionais* (PCNs) [8], que recomendam que o Ensino Médio deva contemplar a interdisciplinaridade e o cotidiano do aprendiz.
 - (b) As questões devem ser baseadas em questões de livros didáticos consagrados, usados no Ensino Médio, como o de Beatriz Alvarenga e Antônio Máximo [9] e o de Alberto Gaspar [10].
2. Busca-se, na História da Física, o “como” e o “porquê” um dado tema e seus conceitos pertinentes foram propostos: Esse tipo de História da Física mostra o quê é preciso saber para fundamentar um tema e seus conceitos. A ênfase em problemas, no modo como foram colocados e como vieram a ser solucionados é o diferencial que torna a História adequada como *organizador prévio* potencial.

Um texto de História é preparado, no qual conceitos *subsunçores* dos aprendizes dão seqüência à formação do conceito correto.

3. Uma aula com base no texto é ministrada, **antes** que a aula teórica de Física, nos moldes tradicionais, seja ministrada.

Neste artigo, apresentamos um material instrucional — a *História da Gravitação Universal* — para alunos do Ensino Médio. O material é um desenvolvimento da idéia proposta em [11] e está na seção 2.

O método de ensino foi aplicado a alunos da rede particular do Rio de Janeiro, mas os resultados obtidos são, ainda, preliminares. Mesmo assim, a seção 3 foi incluída como ilustração do método; as respostas antes da aplicação do método forneceriam sugestões para a preparação do material instrucional.

2. Da queda dos corpos à Gravitação Universal

2.1. Aristóteles

2.1.1. O movimento [12]

Pensadores helênicos colocaram o problema de explicar a Natureza. O problema era buscar “o porquê” das transformações ou “movimentos”, que são observados; entre essas transformações, está o chamado *movimento local* ou deslocamento.

Na tradição herdada por Aristóteles, havia quatro elementos básicos — *terra, água, ar e fogo*; a cada um estavam associadas duas de quatro qualidades primárias fundamentais: *quente* ou *frio*, *úmido* ou *seco*.

Em uma corrente filosófica mais antiga, o mundo seria explicado por um elemento básico e suas qualidades. Aristóteles aderiu a uma corrente filosófica posterior: As propriedades de um corpo seriam parte de sua “essência” ou “forma”. A cada um dos elementos acima mencionados corresponderia um *lugar natural* e um *movimento natural*: Aos corpos *pesados*, o centro do Universo; à *água*, ao *ar* e ao *fogo*, respectivamente, esferas concêntricas com a Terra, com raios crescentes nessa ordem. Um corpo só poderia se mover, quando se encontrasse fora de seu *lugar natural*; portanto, a corpos *pesados* corresponderia um movimento natural em *linha reta para baixo*, em direção ao centro do Universo; os corpos *leves* (*fogo*) movimentar-se-iam em *linha reta para cima*, em direção à sua esfera; a *água*, quando na *terra*, movimentar-se-ia para *cima* e, quando no *ar*, para *baixo*; o *ar*, quando na *terra* ou na *água*, movimentar-se-ia para *cima*, mas, quando no *fogo*, para *baixo*. Quando se encontram em seu *lugar natural*, os corpos não se movem.

2.1.2. Corpos celestes

Os corpos celestes foram tratados diferentemente. A eles foi atribuído um movimento *circular uniforme*. Isso tem bases observacionais: Os astros nascem a leste e se põem a oeste, parecendo percorrer um arco de círculo, no céu. Porém, dentro do esquema conceitual, é preciso postular um novo tipo de matéria, à qual corresponderia um movimento circular uniforme — o *éter*. O *éter* tinha as características de *inocorrutibilidade* e *imutabilidade*. Isso pode ser entendido de vários modos. É suficiente pensar que o movimento circular possui uma simetria: Uma esfera é sempre igual a ela mesma, quando é girada em torno de seu eixo. Os gregos associaram à *imutabilidade* a idéia de *perfeição*: Aos objetos celestes perfeitos corresponde o movimento perfeito. Além disso, os astros já se encontram em seu *lugar natural* e, como, então, não haveria necessidade de movimento, a solução foi entender que os astros se movem “por amor à perfeição”.

O Universo foi, correspondentemente, dividido em *sublunar* e *supra-lunar*: Aquele é corruptível, mutável e imperfeito; esse, incorruptível, imutável e perfeito.

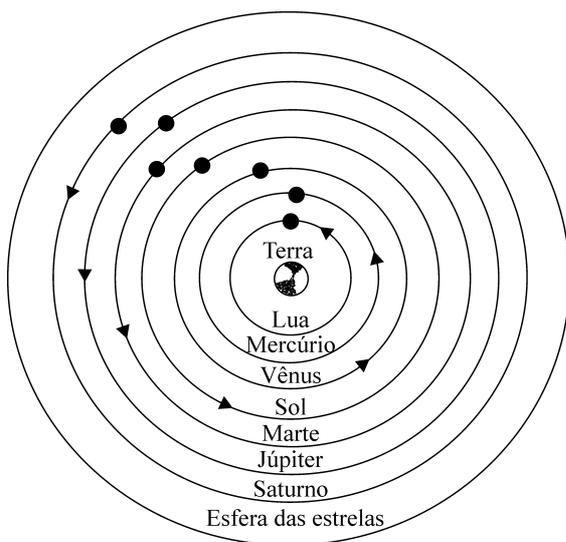


Figura 1 - Universo Aristotélico. A Terra está no centro do Universo. Os planetas giram em torno dela, na seguinte ordem: Lua, Mercúrio, Vênus, Sol, Marte, Júpiter e Saturno. A última esfera é a das estrelas.

2.1.3. Descrição do movimento

Aristóteles entendeu que corpos mais pesados caem mais rapidamente que corpos mais leves. Ele nunca escreveu uma fórmula, nem poderia, pois o mundo sublunar não era matematizado, somente o movimento dos astros. Entretanto, historiadores ex-

pressaram as idéias de Aristóteles assim:

$$v = \frac{W}{R},$$

onde v é a “velocidade” de queda; W , o “peso”; R , a “resistência”. Esses termos não podem ser entendidos em seu sentido moderno: “Velocidade” é mais bem entendida como simples celeridade ou rapidez, sem indicar “espaço percorrido em um tempo”; “peso” designa a simples “tendência natural” de queda, que difere, segundo Aristóteles, de corpo a corpo; “resistência” é um conceito suficientemente vago para incluir, em termos modernos, tanto uma resistência do meio, quanto a inércia dos corpos.

Uma outra questão complicada para Aristóteles foi o caráter não-inercial de sua descrição do movimento: Um corpo que se move é empurrado ou puxado por “algo”; esse “algo” estaria sempre em contato com o corpo (não existiria ação a distância), mas não é parte da natureza do corpo. O problema é, então, identificar esse “algo”. Aristóteles atribuiu ao meio — o ar — a capacidade de empurrar o corpo; o movimento não natural ou *violento* é, então, explicado: No caso de uma pedra lançada (projétil), o movimento inicial seria proveniente de quem a atirou; esse movimento seria transmitido à camada de ar subjacente, que, então, empurraria a pedra e transmitiria movimento à camada seguinte e, assim, sucessivamente.

2.1.4. O vácuo

O Universo de Aristóteles não apresenta espaços vazios, pois ele supunha que o vácuo não existisse. A razão para isso é que era difícil para os gregos entender o “nada”, pois o que pode existir é a matéria e o vácuo é, de certo modo, uma espécie de “nada”.

Uma consequência interessante segue-se da fórmula acima: Como a resistência no espaço vazio é zero, a velocidade de qualquer corpo no vácuo seria infinita e um corpo cairia instantaneamente, em contradição com o fato de que corpos mais pesados caem mais rapidamente. A fórmula parece levar a um absurdo, a menos que se negue a existência do vácuo, em cujo caso o raciocínio não se aplicaria.

É importante mencionar outro argumento de Aristóteles contra o vácuo. No vácuo, não há *lugar natural*, pois cada região seria igual a qualquer outra região (diríamos que o vácuo é *homogêneo* e *isotrópico*). Assim, não existiria razão para que um corpo, uma vez em movimento, parasse em um lugar em vez de em outro, pois o que faz o corpo mover é

sua “ida” para seu *lugar natural*. O movimento seria, então, eterno (como o movimento inercial), o que não é possível em um *Universo* fechado e finito, como o de Aristóteles.

2.2. Galileu Galilei

2.2.1. Antecedentes medievais

Uma modificação profunda do entendimento do movimento foi feita no século XIV, em Oxford, na Inglaterra. William of Ockham, um teólogo e frade franciscano, definiu o movimento com conceitos bem diferentes dos aristotélicos. Ele enuncia um princípio epistemológico, que ficou conhecido como *Navalha de Ockham*, que significa algo como (*apud* [12], p. 537) “[...] é fútil usar mais entidades [para explicar alguma coisa], se for possível usar menos [...]”. Por exemplo, se for possível entender “movimento”, sem postular “entidades” (conceituais) — tais como *lugar natural*, *corpo pesado*, *corpo leve* ou, ainda, como pensava Aristóteles, um “algo” para empurrar o corpo de modo que ele se mantenha em movimento — então é desnecessário usar tais “entidades” para definir “movimento”. E, de fato, segundo Ockham, “movimento” pode ser concebido como o mero deslocamento do corpo (no tempo), o que torna “fútil” o uso de outras “entidades” ([12], p. 537):

[...] é claro que movimento local é para ser concebido como se segue: Afirmando que o corpo está em um lugar, depois em outro lugar, assim procedendo sem qualquer repouso ou qualquer coisa intermediária, além do próprio corpo, nós temos movimento local, verdadeiramente. Portanto, é fútil postular outras tais coisas.

As idéias de Ockham influenciaram seus contemporâneos, em Oxford. Um grupo de pensadores, pertencentes ao Colégio de Merton, inventaram o que se chama, hoje, *Cinemática*. Embora não tivessem as categorias matemáticas para desenvolver um tratamento matemático analítico, puderam utilizar Geometria. Importantes contribuições foram [13]:

1. Uma clara distinção entre *descrição* do movimento e *causa* do movimento. Obviamente, isso decorre da definição de *movimento* dada por Ockham.
2. A definição de *velocidade* (no sentido de “rapidez” ou de “vagarosidade”) como deslocamento

no tempo e a conceitualização de *velocidade instantânea*.

3. A definição de *aceleração* como variação de velocidade no tempo.
4. A consideração de *movimentos uniformes* e *movimentos uniformemente acelerados*. Traçaram os gráficos $v \times t$ desses movimentos e entenderam que as *distâncias percorridas* nesses movimentos são dadas, respectivamente, pelas *áreas* do retângulo e do triângulo, formados pelo conjunto das ordenadas (velocidade).
5. A formulação e demonstração do *Teorema da Velocidade Média*.

O problema colocado pelos Mertonianos foi o de como **qualidades** podem ser somadas ou subtraídas: Por exemplo, Santa Clara e Madre Tereza de Calcutá, trabalhando juntas, formariam uma santidade maior? Para tratar esse problema, os Mertonianos atribuíram a uma qualidade uma *intensidade* e uma *extensão*: A *intensidade* é medida por *graus*; saber como uma qualidade varia consiste, agora, em saber como o *grau* de sua *intensidade* varia ao longo de uma linha arbitrária e imaginária, chamada *extensão*. Uma felicidade na História da Física foi terem concebido o movimento como uma qualidade: O *grau* é a *velocidade instantânea* e a *extensão*, o *tempo*, embora se saiba que, durante muitos anos, Galileu usou a *distância* ao invés do *tempo* [13].

Galileu usou as idéias Mertonianas de maneira original. Ele deu ao *Teorema da Velocidade Média* uma aplicação que jamais seria concebida no século XIV: Ele o usou para resolver o problema da queda dos corpos [13].

2.2.2. O teorema da velocidade média e a queda dos corpos

O teorema diz que a distância percorrida em um movimento uniformemente acelerado é igual à distância que seria percorrida no movimento uniforme feito com a velocidade média.

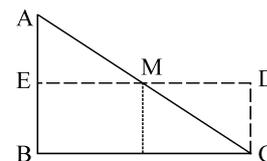


Figura 2 - Teorema da Velocidade Média. A área do triângulo AEM é igual à área do triângulo MDC , de modo que o triângulo ABC e o retângulo $BCDE$ têm a mesma área.

Galileu usou esse teorema para provar que, se um corpo se move com movimento uniformemente acelerado, as distâncias, s_1 e s_2 , percorridas, respectivamente, em tempos t_1 e t_2 obedecem à seguinte relação [12]:

$$\frac{s_1}{s_2} = \left(\frac{t_1}{t_2}\right)^2;$$

em notação moderna: $s = \frac{1}{2}gt^2$. Ele também demonstrou o corolário

$$\frac{s_1}{s_2} = \left(\frac{v_1}{v_2}\right)^2;$$

em notação moderna: $v^2 = 2gs$.

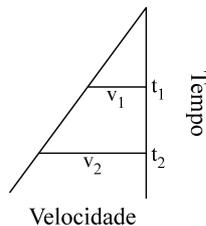


Figura 3 - Demonstração da Lei da Queda dos Corpos. Pelo Teorema da Velocidade Média: $\frac{s_1}{s_2} = \left(\frac{v_1}{v_2}\right) \times \left(\frac{t_1}{t_2}\right)$; por definição de movimento uniformemente acelerado: $\frac{v_1}{v_2} = \frac{t_1}{t_2}$; logo: $\frac{s_1}{s_2} = \left(\frac{t_1}{t_2}\right)^2$. Segue-se um corolário: $\frac{s_1}{s_2} = \left(\frac{v_1}{v_2}\right)^2$.

2.2.3. O princípio da inércia e a gravitação

Galileu formulou o *Princípio da Inércia* no contexto de uma discussão sobre a origem da queda dos corpos, em seu livro *Diálogo sobre os Dois Sistemas do Mundo: O Ptolomaico e o Copernicano*. Nesse livro, as discussões acontecem entre três personagens: Um, que representa Galileu (Salviati); outro, que representa o pensamento comum arraigado (Simplício); o último, o leigo inteligente (Sagredo) que, é claro, vai ser convencido por Salviati. O diálogo é o seguinte [14, p. 144-148]:

Salviati: [...] Agora me diga: Suponha que você tenha uma superfície plana, lisa, feita de um material como o aço. Ela não está paralela com o solo e, em cima dela, você coloca uma bola perfeitamente esférica e feita de um material pesado, como o bronze. O que você acredita que irá acontecer, quando a bola for solta? Você não acredita, como eu, que ela permanecerá parada?

Simplício: A superfície está inclinada?

Salviati: Sim, isso foi assumido.

Simplício: Não acredito que ela permanecerá parada; pelo contrário, tenho certeza de que ela irá espontaneamente rolar para baixo.

[...]

Salviati: [...]. Durante quanto tempo você acha que a bola permanecerá rolando e com qual velocidade? Lembre-se que eu disse que era uma bola perfeitamente esférica e uma superfície altamente polida, de modo a remover todos os impedimentos acidentais e externos. Da mesma forma, eu quero que você despreze, também, qualquer impedimento do ar, causado por sua resistência à separação, e todos os outros obstáculos acidentais, se existir algum.

Simplício: Eu o compreendi perfeitamente e lhe respondo que a bola continuaria a mover indefinidamente, tão longe quanto a inclinação da superfície se estendesse e com um movimento continuamente acelerado. Pois tal é a natureza dos corpos pesados [...]; e, quanto maior a rampa, maior seria sua velocidade.

Salviati: E se alguém quisesse que a bola se movesse para cima, nessa mesma superfície, você acha que a bola [poderia] ir?

Simplício: Não espontaneamente; não. Mas arrastada ou atirada forçadamente, ela iria.

Salviati: E se a bola fosse arremessada com um ímpeto forçadamente impresso nela, qual seria seu movimento e quão rápido [seria ele]?

Simplício: O movimento iria constantemente diminuir e seria retardado, sendo contrário à natureza, e teria uma duração maior ou menor, de acordo com um maior ou menor impulso e menor ou maior aclave.

Salviati: Muito bem; até aqui você me explicou o movimento sobre dois planos diferentes. Em um declive, o corpo pesado desce espontaneamente e continua acelerando e mantê-lo em repouso requer o uso de força. No aclave, uma força é necessária para arremessá-lo e até para mantê-lo parado e o movimento impresso diminui continuamente até ser inteiramente aniquilado. Você diz, também, que uma diferença nos dois casos se origina na maior ou menor inclinação do plano, de forma que, em um declive, uma velocidade maior se segue de uma maior inclinação, enquanto que, ao contrário, em um aclave, um dado corpo em movimento, arremessado com uma força dada, move-se mais longe, de acordo com uma menor inclinação.

Agora, diga-me o que aconteceria, se o mesmo corpo em movimento fosse colocado numa superfície sem aclave ou declive [plana].

Simplício: [...]. Não havendo declive, não haveria tendência natural ao movimento; não havendo aclave, não haveria resistência a ser movido. Assim, haveria uma indiferença quanto à propensão e à resistência ao movimento. Parece-me que a bola deveria permanecer naturalmente estável. [...].

Salviati: [...]. Acho que isso é o que aconteceria, se a bola fosse colocada firmemente. Mas o que

aconteceria, se fosse dado à esfera um impulso, em qualquer direção?

Simplicio: Deve ser concluído que ela se moveria naquela direção.

Salviati: Mas com que tipo de movimento? Um continuamente acelerado, como no declive, ou um continuamente retardado, como no aclave?

Simplicio: Não havendo aclave ou declive, não posso ver uma causa para desaceleração ou aceleração.

Salviati: Exatamente. Mas, se não existe causa para a retardação da bola, deve haver ainda menos [causa] para que venha ao repouso; assim, até onde você supõe que a bola se moveria?

Simplicio: Tão longe quanto a extensão da superfície continuasse sem se levantar ou abaixar.

Salviati: Então, se tal espaço fosse ilimitado, o movimento nele seria, da mesma forma, ilimitado? Isto é, perpétuo?

Simplicio: Assim parece-me [...].

Tendo feito a opinião comum concordar com a existência de um movimento (que chamamos de) inercial, Galileu pergunta a causa do comportamento de corpos em uma superfície inclinada [14, p. 148]:

Salviati: Agora, diga-me, o que você considera ser a causa da bola se mover espontaneamente, quando em declive, e somente forçadamente, quando em aclave?

Simplicio: Que a tendência dos corpos pesados é de se mover para o centro da Terra e de se mover para cima, a partir de sua circunferência, somente [forçadamente]; ora, a superfície em declive é a que se aproxima do centro [da Terra], enquanto que aquela em aclave se afasta para longe [do centro da Terra].

Embora, nessa passagem, Galileu associe “gravidade” com uma maior ou menor proximidade com o centro da Terra, ele foi suficientemente inteligente para notar, em uma outra passagem [14, p. 234], que “gravidade” é o nome de algo, cuja natureza ele não conhece .

Posto isso, Galileu apresenta um exemplo do que seria a superfície inercial. Existe uma ironia na situação, pois o exemplo é o de uma superfície, na qual um movimento inercial seria impossível; no entanto, erros de grandes homens são grandes erros [14, p. 147]:

Salviati: Então para que uma superfície não esteja nem em aclave e nem em declive, todas as suas partes devem ser igualmente distantes do centro. Existe tal superfície no mundo?

Simplicio: Muitas delas; tal seria a superfície de nosso globo terrestre, se ele fosse liso e não ondulado e montanhoso, como é. [...].

O erro de Galileu parece ter origem na limitação do sistema físico que considera (queda livre) e do aparato conceitual de que dispõe: A origem da *Gravitação*, para ele, é a maior ou menor proximidade do centro da Terra, como explicitado no diálogo; nesse contexto, sua conclusão é inevitável, pois, de fato, uma superfície que não se aproxime e nem se afaste do centro só pode ser uma esfera (no caso, a Terra). Acontece que, para se andar sobre uma esfera, por exemplo, ao longo, de um grande círculo, a pessoa faz curvas, o que exige uma aceleração centrípeta e o movimento nessa superfície não seria inercial.

2.2.4. O movimento da Terra, o princípio da inércia e a Gravitação

Um dos argumentos usados desde a Antigüidade contra a possibilidade de se atribuir um movimento de rotação à Terra era que uma flecha atirada verticalmente para cima nunca poderia cair, de volta, no mesmo lugar, se a Terra movesse: Enquanto a flecha está em vôo, a Terra se move de oeste para leste, de forma que a flecha cai de volta em um ponto mais a oeste da pessoa que a atirou.

Para derrubar o argumento, alguns pensadores imaginaram que, em seu movimento para leste, a Terra arrastasse o ar e tudo que nele estivesse, como pássaros e a flecha do exemplo; assim, embora a Terra se movesse, a flecha, por ser arrastada pela Terra, poderia cair no mesmo lugar [12].

Porém, essa resposta é difícil de ser sustentada no caso, por exemplo, em que em vez de flechas se tivesse uma bala de canhão. Assim, a descoberta do canhão permitiu um argumento mais forte contra o movimento da Terra: Se a Terra se move de oeste para leste, o alcance do tiro para oeste seria maior do que o alcance do tiro para o leste. De fato, diz o argumento, enquanto a Terra move para leste, a bala move para oeste, de modo que o alcance seria o que a Terra moveu **acrescido** do que a bala moveu; no caso do tiro para leste, seria o que a Terra moveu **diminuído** do que a bala moveu. Se a Terra está em repouso, os alcances são iguais. Como o observado é a igualdade dos alcances, conclui-se que a Terra é imóvel [14].

O *Princípio da Inércia* foi utilizado por Galileu para justificar a possibilidade da Terra estar em movimento. A resposta de Galileu é que o movimento co-

mum à Terra e a tudo que nela se encontra não desaparece (pelo *Princípio da Inércia*); assim, a bala de canhão e a flecha do primeiro exemplo, durante seus vôos, continuam a compartilhar com a Terra a velocidade que compartilhavam antes de serem lançadas. O resultado é que uma pessoa sobre a Terra só pode observar o movimento que a bala tem e que a Terra não tem, isto é, o movimento da bala relativo à Terra. Um modo curioso de ler esse argumento é que Galileu colocou a *Lei da Inércia* no lugar do ar que, ao ser arrastado pela Terra, arrastaria, com ele, tudo o que nele se encontrasse, como queriam os antigos.

Um outro argumento contra o movimento da Terra era que, se ela girasse em torno de seu eixo, tudo o que se encontrasse em sua superfície seria atirado para fora, como pessoas, árvores, casas, etc (*tendência centrífuga*). Galileu tentou responder a esse argumento [14], mas sua resposta, além de trabalhosa e cheia de argumentos sutis, está inteiramente errada.

2.3. Johann Kepler

2.3.1. Modelos astronômicos [15]

A *Astronomia* descrevia matematicamente o movimento dos astros. De acordo com a natureza dos corpos celestes, como já explicado, os astros deveriam mover-se, uniformemente, em círculos, ao redor da Terra. Porém, as observações mostram desvios desse movimento, chamados *anomalias* [15]:

1. Os planetas de tempos em tempos parecem andar para trás, em seu movimento nos céus (*retrogressão*).
2. Os planetas parecem não se mover uniformemente, em sua jornada pelo céu, isto é, arcos iguais, no céu, não são, necessariamente, percorridos em tempos iguais.
3. O brilho dos planetas varia, o que era atribuído a um menor ou maior afastamento da Terra.

No século II, Cláudio Ptolomeu escreveu o mais completo tratado de Astronomia da Antigüidade, *Almagesto*.

Para responder à primeira e terceira anomalias, foi proposto que o planeta se movesse em um círculo (*epiciclo*), cujo centro moveria ao longo de outro círculo (*deferente*), centrado na Terra; o movimento do planeta seria a composição desses dois movimentos e, visto da Terra, sua trajetória formaria “laços”, como na Fig.

6, ora indo em um sentido, ora voltando para trás e se aproximando da Terra.

A outra anomalia era mais difícil de ser tratada. Porém, é fácil entender (Fig. 4) que a introdução de uma *excentricidade* — isto é, deslocando o *centro do deferente* do centro da Terra para um ponto *D* — permite considerar um movimento que seja não uniforme do ponto de vista da Terra, embora uniforme, do ponto de vista do *centro do deferente*.

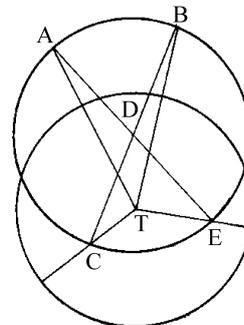


Figura 4 - Excentricidades. Visto de *D*, os arcos *AB* e *CE*, sobre o *deferente*, são iguais e são subtendidos por ângulos iguais, $\text{ângulo ADB} = \text{ângulo CDE}$, logo são percorridos no mesmo tempo, pois a velocidade angular é suposta ser uniforme. Porém, visto da Terra (*T*), os arcos são subtendidos por ângulos diferentes, respectivamente $\text{ângulo ATB} \neq \text{ângulo CTE}$; como os arcos são supostos serem percorridos no mesmo tempo, o observador em *T* vê arcos (ou ângulos) diferentes percorridos no mesmo tempo e a velocidade angular não pode ser uniforme.

Mas o modelo é bem mais complexo. Para melhorar os resultados experimentais, foi necessário introduzir outra *excentricidade*, o *ponto equante*: A rotação uniforme não mais seria o do *centro do epiciclo* sobre o *deferente*, mas o da linha *Equante-centro do epiciclo*, em torno do *equante*.

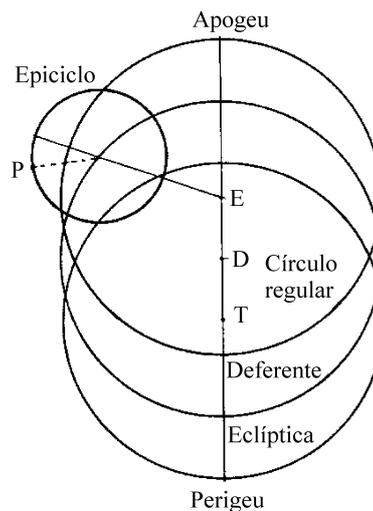


Figura 5 - Sistema Ptolomaico. O modelo considera três círculos: A *eclíptica*, que é o círculo com centro na Terra; o *deferente*, que tem centro em *D*; o *círculo regular*, que tem centro em *E*. O plane-

ta está em P , no círculo *epiciclo*, com centro no *deferente*. Uma hipótese fundamental feita por Ptolomeu, que não se consegue justificar, é: $ED = DT$; porém, ela é consistente com o fato que Ptolomeu desenha os círculos com o mesmo raio. O cálculo da *excentricidade*, TD , a partir de dados observacionais (ângulos em que o planeta é visto em várias ocasiões), é o ponto para o qual convergem os cálculos no *Almagesto*.

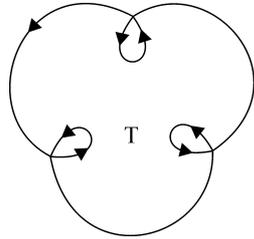


Figura 6 - Movimento do Planeta visto da Terra.

Nicolau Copérnico colocou o Sol no centro e a Terra girando em seu redor, mas não abandonou as órbitas circulares de Ptolomeu. Historiadores têm dito que o ganho de Copérnico se encontra nas explicações qualitativas, porém seu sistema se complica, quando detalhes quantitativos se tornam importantes [15]; em particular, a colocação da Terra em órbita, analogamente aos outros planetas, permite explicar de modo muito simples a “anomalia” da retrogressão [15].

Tycho Brahe construiu melhores instrumentos que, junto com sua inata habilidade para observar o céu, lhe permitiram obter medidas mais precisas de posições (angulares) de Marte. Marte representava um desafio; hoje, sabemos que a órbita de Marte é acentuadamente elíptica, o que não é tão acentuado, no caso dos outros planetas.

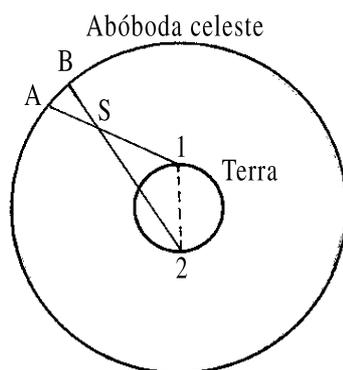


Figura 7 - A Paralaxe. Tycho não aceitou o *sistema copernicano*, por razões técnicas: O *sistema copernicano* prediz a *paralaxe*, um fenômeno não previsto pelo *ptolomaico*: Uma pessoa em 1 observa uma estrela (S) projetada contra o pano de fundo do céu, em A ; seis meses depois, como a Terra girou, a pessoa está diametralmente oposta, em 2, e vê a estrela projetada em B ; ela pensa que a estrela moveu de A para B ; ângulo $ASB = \hat{\text{ângulo}} 1S2$ é chamado *ângulo de*

paralaxe. Como as estrelas estão muito longe, o ângulo de paralaxe é muito pequeno e só foi observado no final do século XIX, com potentes telescópios. A observação de Tycho era a olho nú. Tycho não observou a *paralaxe*, mas não aceitou integralmente o *sistema ptolomaico*; ele propôs seu próprio sistema, intermediário entre os dois outros: A Terra estaria no centro, com o Sol orbitando em torno dela, enquanto os outros planetas orbitariam em torno do Sol.

Johann Kepler trabalhou como assistente de Tycho. Ele usou os dados de Tycho para resolver o problema de determinar a órbita de Marte. Inicialmente, o problema de Kepler foi o mesmo de Ptolomeu: Calcular *excentricidades* (ED e TD , na Fig. 5), direção do *periélio* e *afélio*, etc. Mas ele tinha melhores dados e pôde almejar uma melhor precisão dos cálculos. Ele teve de fazer hipóteses tentativas para ajustar seus dados aos cálculos e testá-las para muitas posições [16]. Foi um trabalho árduo, que lhe consumiu, aproximadamente, 5 ou 6 anos e que resultou na publicação do *Astronomia Nova*, em 1609.

Dos cálculos de Kepler resultaram as leis:

1. As órbitas planetárias são elípticas, com o Sol em um foco.
2. A linha ligando o Sol ao planeta descreve áreas iguais em intervalos de tempo iguais.

Anos depois, ele acrescenta nova lei: A razão entre o quadrado do período da órbita do planeta e o cubo do raio médio de sua órbita é uma constante.

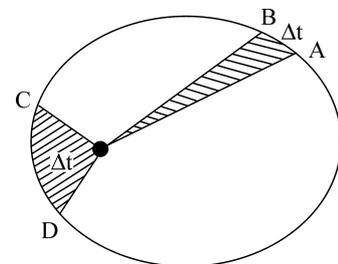


Figura 8 - O Modelo de Kepler. O planeta descreve uma elipse com o Sol no foco. Quando o Planeta vai de A a B , a linha do Sol a ele descreve a área SAB ; e, quando o Planeta vai de C a D , a linha descreve a área SCD . Se o tempo gasto pelo Planeta de ir de A a B for igual ao tempo para ir de C a DC , segue-se que área $SAB = \text{área } SCD$.

2.4. Isaac Newton [17]

2.4.1. O Caso da maçã

Em 1687, Isaac Newton publicou seu livro *Princípios Matemáticos da Filosofia Natural*, no qual estabelece as categorias para o desenvolvimento de uma *Filosofia Natural* mecanicista: As três leis da

Mecânica, os conceitos de *força*, *massa* e o tratamento de trajetórias curvas. Na última parte do livro, ele formula a *Lei da Gravitação Universal*.

Uma lenda na História da Física é a da queda da maçã. Newton tentava entender porque a Lua não se afasta da Terra; na década de 1660, quando passeava em um jardim, observou uma maçã caindo de uma árvore; isso o teria feito pensar que, talvez, o “poder” responsável pela queda da maçã atuasse, também, na Lua, de modo que a Lua estaria continuamente “caindo” para a Terra, o que a impediria de se afastar.

Segundo Isaac Bernard Cohen, na época da alegada queda da maçã Newton não estava preparado para descobrir a *Gravitação Universal*, pois não possuía, ainda, as ferramentas conceituais que, de fato, o levaram a conceber a lei. A “estória” teria sido inventada pelo próprio Newton para fortalecer e tornar crível sua alegação de que a descoberta da *Gravitação Universal* ocorrera cerca de 20 anos antes de sua publicação, no *Princípios*; ele se envolveu em uma contenda com Robert Hooke pela paternidade da lei $\frac{1}{r^2}$ e, então, antecipou a descoberta da *Gravitação Universal* para um período anterior a uma troca de cartas com Hooke. Essa troca de cartas está na origem do *Princípios*.

Em novembro de 1679, Hooke escreveu a Newton, convidando-o a comentar sobre um método de sua autoria para descrever movimentos curvilíneos. Newton respondeu a Hooke que esse método lhe era desconhecido. Hooke apresentou, ainda, a Newton um problema, que pode ser parafraseado como se segue: Se um corpo sofre uma atração em direção a um centro, que tipo de curva seria sua órbita, se a “atração” varia inversamente com o quadrado da distância? Newton não lhe respondeu, mas apresentou um outro problema. Quando, em 1684, Edmund Halley, o famoso astrônomo, visitou Newton e lhe fez a mesma pergunta, Newton teria respondido, imediatamente, que, segundo seus cálculos, era uma elipse, porém não achou os cálculos. Halley insistiu, então, que ele escrevesse seus cálculos; o resultado, após alguns pequenos tratados (verdadeiros rascunhos do trabalho maior) foi o *Princípios Matemáticos da Filosofia Natural*.

Com uma leitura cuidadosa do livro de Newton e de seus cadernos de notas, I.B. Cohen propõe que:

1. Newton chegou à *Gravitação Universal* por uma aplicação de sua *Terceira Lei*.
2. A *Terceira Lei* só foi formulada por ele no

último rascunho do *Princípios*, por volta de 1685. Logo, a história da maçã é falsa, pois teria ocorrido 20 anos antes.

3. Foi aplicando o método de Hooke que Newton aprendeu a tratar trajetórias curvas.

2.4.2. O Método de Hooke

A idéia de Hooke consiste em separar um movimento central em duas componentes: Uma componente inercial, o movimento que o corpo teria, se continuasse a se mover com a velocidade instantânea, sem atuação da atração; um “soco” em direção a um centro atrativo (centrípeto), isto é, o que nós chamaríamos “impulso instantâneo”, radial, na direção de um centro de forças. A Fig. 9 ilustra a aplicação do método de Hooke, feita por Newton, no *Princípios*, para demonstrar a *Lei das Áreas, de Kepler*.

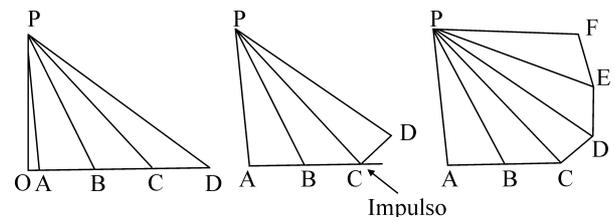


Figura 9 - O Método de Hooke e a Lei das Áreas. Na figura da esquerda, o corpo move-se uniformemente ao longo da linha reta horizontal; em intervalos de tempo iguais, o corpo terá, sucessivamente, as posições A, B, C, D ; esses pontos são ligados a um ponto P , acima do ponto O (origem), formando os triângulos PAB, PBC, PCD ; esses triângulos têm a mesma área, pois têm base de comprimentos iguais ($AB = BC = CD$) e mesma altura (PO). Suponha, agora (figura do centro), que o corpo receba, em C , um “soco” (impulso instantâneo ou durando um tempo muito pequeno) na direção do ponto P ; após o impulso, o corpo move-se em uma linha reta, mas em outra direção; após um intervalo de tempo igual aos anteriores, ele está em D , mas não necessariamente $CD = AB$ ou $CD = BC$ (só o será, se o “soco” for perpendicular a CD , que é o caso do movimento circular). É possível mostrar, com pequeno trabalho, que as áreas dos triângulos ainda são iguais: área $PAB =$ área $PBC =$ área PCD . Se o corpo recebesse “socos” a iguais intervalos de tempo, sua trajetória formaria uma poligonal, ao redor do ponto P (figura da direita) e os triângulos formados teriam a mesma área. No caso limite em que o intervalo de tempo entre “socos” sucessivos for muito pequeno, tendendo a zero, a força se torna contínua, sempre direcionada para o ponto P , e o polígono se torna uma curva suave.

2.4.3. Da Terceira Lei à Gravitação Universal

No último rascunho que antecedeu ao *Princípios*, Newton formula a *Terceira Lei* [apud 17]:

As ações de corpos que atraem e são atraídos são mútuas e iguais. Se existirem dois corpos, nem o atraído nem o que atrai podem estar em repouso.

Newton compreendeu que, se o Sol atrai a Terra, a Terra deveria também atrair o Sol, com uma força de mesma intensidade. Ora, se cada planeta é, por sua vez, atraído pelo Sol, então ele atrai o Sol, pela *Terceira Lei*. Então, cada planeta é um centro de força atrativa, também. Mas, se assim, cada planeta não só atrai como é atraído pelo Sol, mas também atrai e é atraído por cada um dos outros planetas.

A lei do inverso do quadrado seria, apenas, uma parte da *Gravitação Universal*. A descoberta importante — feita por Newton — é a interação mútua. Cohen argumenta que a forma $\frac{1}{r^2}$ era suficientemente conhecida e é uma consequência da *Terceira Lei de Kepler*, junto com a expressão da *tendência centrífuga*. Newton e, antes dele, Christiaan Huygens, haviam demonstrado que a *tendência centrífuga* pode ser expressa (em notação moderna) $a = \frac{v^2}{r}$, onde v é a velocidade e r é o raio da trajetória. Então, em termos modernos, se um corpo de massa m se move em um movimento circular uniforme, de raio r :

$$F = m \times \frac{v^2}{r}; \quad v = \frac{2\pi r}{\tau}$$

onde τ é o período e $\frac{r^3}{\tau^2}$ é constante, pela *Terceira Lei*, de Kepler.

$$\begin{aligned} F &= m \times \frac{\left(\frac{2\pi r}{\tau}\right)^2}{r} \equiv m \times (2\pi)^2 \left(\frac{r^3}{\tau^2}\right) \frac{1}{r^2} \\ &= m \times \text{constante} \times \frac{1}{r^2} \end{aligned}$$

Newton reconheceu que a interação gravitacional mútua implica que as leis de Kepler não são estritamente verdadeiras, mas válidas, somente, na situação ideal em que a Terra é reduzida a um ponto com massa e o Sol, sem massa, a um centro imóvel de força. De fato, o Sol também é atraído pela e para a Terra. Para lidar com situações reais, Newton procedeu de acordo com o que I. B. Cohen chamou de *estilo newtoniano*: Ele parte de uma construção abstrata e introduz novas condições, para adaptar à situação concreta.

2.5. Christiaan Huygens: A tendência centrífuga

Newton e Huygens, independentemente, procuraram uma expressão para a tendência que qualquer corpo tem de tensionar um fio a ele amarrado por uma ponta, quando uma pessoa gira o corpo, segurando a

outra ponta do fio. A solução de Newton (c.1664-1665) foi anterior à de Huygens, porém Huygens publicou seus resultados antes de Newton, em 1673, no *O Relógio Oscilatório (Horologium Oscillatorium)*; a demonstração dos resultados de Huygens, contudo, só foi publicada postumamente, em 1703, no *Sobre a Força Centrífuga* [18]. O modo como Huygens concebeu o problema é conceitualmente mais rico do que o de Newton.

Considere a Fig. 10 ([18], p. 261), onde o círculo $BEFG$ é uma grande roda vertical (pode ser a Terra), tal que uma pessoa possa estar de pé em B , segurando um fio do qual pende uma esfera. Quando a roda gira em torno de A , caso a esfera se soltasse, ela se moveria ao longo da reta $BCDH$.

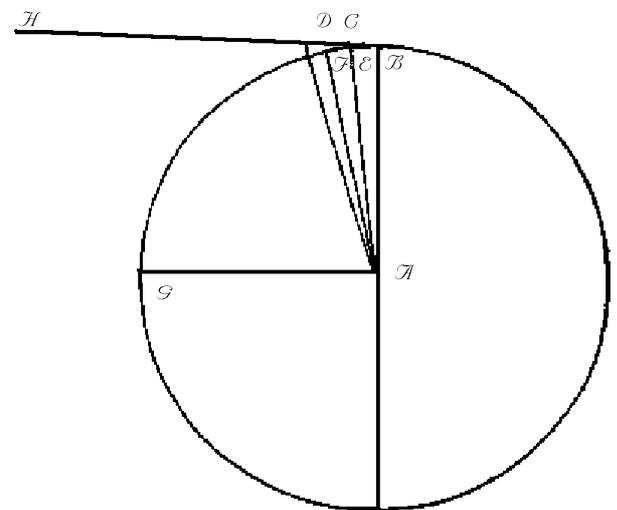


Figura 10 - A “Tendência Centrífuga” (Huygens). O homem e a esfera percorrem distâncias iguais, respectivamente, sobre a roda e sobre a reta, pois têm a mesma velocidade. Para distâncias muito pequenas, pode-se considerar que o homem, a esfera e o centro da roda estejam alinhados. Além disso, “a vertical” (direção AB) não difere muito desse alinhamento, de modo que não importa — caso a roda seja a Terra — se a atração da Terra é ao longo da vertical ou ao longo do alinhamento.

Huygens argumenta que, para distâncias muito pequenas, pode-se considerar que as posições da esfera sobre a reta (C, D) tendem a se afastar das posições do homem sobre a roda (E, F) ao longo de uma reta passando pelo centro da roda, pelo homem e pela esfera (EC, FD). Ora, se a pessoa e a esfera girassem sempre juntas, o fio estaria sempre tensionado pelo peso da esfera, de acordo com a pessoa; portanto, a “tendência” de se afastar do centro da roda (distâncias EC, FD) estaria, nesse caso, sendo anulada pelo peso; a “tendência” (EC, FD) deve, pois, ser descrita de modo similar à “queda livre”: $EC \approx \frac{1}{2}gt^2$,

etc. Posto isso, Huygens demonstra uma série de teoremas, que, juntos, significam, em notação moderna, força centrífuga = $m\frac{v^2}{r}$; apesar de não possuir o conceito de massa, Huygens se refere à “quantidade sólida do corpo” ([18], p. 266).

2.6. A força centrípeta

Os conceitos de *massa*, *força centrípeta* e *força* em geral foram introduzidos por Newton no *Princípios* [19], como já mencionado. Apesar da *Lei da Inércia* ter sido formulada por Galileu (ainda que com erros, como já visto) e por Descartes, a leitura dada a essa lei por Descartes e Huygens foi peculiar [20]: Um corpo que gira possui uma *tendência centrífuga*; a palavra *tendência* ou o termo latino usado por Newton, antes do *Princípios*, *conatus*, de algum modo remetem a uma propriedade já existente e não à presença de algo extra, nossa *força* (Fig. 11).

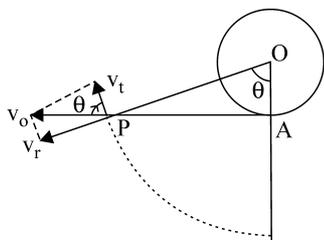


Figura 11 - O Movimento Circular (Descartes). Um corpo, ao se soltar de uma funda, move-se ao longo de uma reta com velocidade uniforme (\vec{v}_0). Em qualquer ponto da reta, por exemplo, P: $\vec{v}_0 = \vec{v}_r + \vec{v}_\theta$. Se a componente radial (\vec{v}_r) for “impedida” pela disposição da matéria ao redor, o corpo move-se em um círculo, de raio OP.

2.6.1. Paráfrase moderna do cálculo de Huygens

Uma interpretação moderna e rigorosa do método de Huygens foi feita por Eduard Jan Dijksterhuis ([21], p. 369). Considere a Fig. 12:

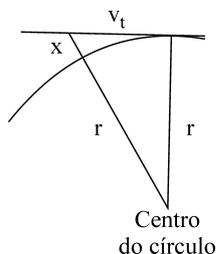


Figura 12 - A “Força Centrípeta” e o Movimento Circular. “Ao final” de um espaço infinitesimal vt , a massa “cai em queda livre” a distância x , de modo a ficar sobre o círculo de raio r .

$$(x + r)^2 = (vt)^2 + r^2 \Rightarrow x^2 + (2r)x - (vt)^2 = 0 \Rightarrow$$

$$x = r \pm r \times \sqrt{1 + \left(\frac{v^2}{r^2}\right)t^2} \approx$$

$$-r \pm r \times \left(1 + \frac{1}{2} \left(\frac{v^2}{r^2}\right) \times \frac{1}{r} \times t^2\right);$$

o sinal + foi escolhido, pois $x \geq 0$; o sinal \approx significa o seguinte: Para y muito pequeno — como é o caso de $y = \frac{(vt)^2}{r^2}$, se $(vt)^2$ for muito pequeno, quando comparado com r^2 — nota-se que $\left(1 + \frac{y}{2}\right)^2 = 1 + y + \frac{y^2}{4} \approx 1 + y$, de modo que $\sqrt{1 + y} \approx 1 + \frac{y}{2}$. Logo:

$$x \approx \frac{1}{2} \left(\frac{v^2}{r}\right) t^2.$$

Esse resultado significa o seguinte: A tendência da massa é prosseguir em movimento linear uniforme, com a velocidade instantânea, tangencial. Logo, para que a massa tenha uma trajetória circular, ela tem de “cair”, em cada instante de tempo, tomado separadamente, da reta para o círculo. Ela o faz em *queda livre*, com aceleração (instantaneamente) uniforme $\frac{v^2}{r}$, ao longo da reta passando pelo centro do círculo. Portanto, a força tem de ser *centrípeta* e não *centrífuga*, como pensaram Descartes, Huygens e Newton (antes de seu *Princípios*).

Para um movimento curvo qualquer, a *força centrípeta* é a componente da força que responde somente pela curvatura da trajetória, logo é a componente perpendicular à velocidade, portanto direcionada para o centro de curvatura e vale: força centrípeta = $\frac{(\text{velocidade instantânea})^2}{\text{raio de curvatura}}$. Os conceitos de *raio de curvatura* e *centro de curvatura* não são difíceis de entender: Dada uma curva qualquer, pode-se desenhar um círculo tangente a ela, em qualquer um de seus pontos; esse círculo tem o belo nome de *círculo osculador* (ósculo significa beijo), seu raio é o *raio de curvatura* e seu centro é o *centro de curvatura*.

3. Ilustração do método

3.1. Comentários

De acordo com a leitura aqui apresentada do método de Ausubel, um questionário ajudaria a selecionar *subsunçoes*. O resultado da pesquisa é, contudo, preliminar e é mais bem entendido como um indicador na escolha de temas da História. O que gostaríamos de enfatizar é nossa sugestão de usar

a *História da Física* como *organizador prévio* e o “como” fazê-lo, ainda que de modo não conclusivo.

Para uma avaliação dos resultados, as respostas, talvez, tivessem de ser contrastadas com entrevistas ou com respostas a outras perguntas ou com modos diferentes de se perguntar a mesma coisa. Por exemplo, é interessante observar que, quando se compara o uso de um mesmo conceito em questões que o colocam em contextos diferentes, os resultados podem parecer contraditórios; tal é o caso com a palavra vaga “gravidade”: Mesmo que os aprendizes tenham entendido, em algum momento, a existência de uma *força gravitacional* (e tudo que vem junto), o uso, em outras ocasiões, do termo vago não necessariamente significa “retrocesso”, mas, simplesmente, um modo de expressão, aliás, de uso vernacular. Infelizmente, um acompanhamento mais longo da amostra de indivíduos, após uma análise preliminar e novos testes não foi possível; o questionário foi aplicado durante o estágio obrigatório de M.T.M.S, no curso de Licen-

ciatura do Instituto de Física da UFRJ [11].

3.2. Perguntas e respostas

Um questionário foi aplicado no Colégio de Aplicação da Unigranrio, escola da rede particular de ensino do Estado do Rio de Janeiro. Os 82 alunos que foram submetidos ao questionário eram da terceira série do Ensino Médio, de duas turmas diferentes; mas todos haviam tido aulas sobre idênticos assuntos e se encontravam, ao menos supostamente, no mesmo nível de preparo. Não faremos, pois, separação entre turmas, na análise dos resultados.

No caso, os alunos já haviam tido aulas de Física sobre *Gravitação*, na primeira série, o que nos permite comparar, de modo preliminar, com os mesmos indivíduos, um resultado em que a *História da Gravitação* não atuou com outro em que atuou. Para facilitar a comparação, os resultados são apresentados lado a lado.

1ª Questão: Você saberia explicar, por que todas as coisas são atraídas para a superfície da Terra?

	RESPOSTAS	ALUNOS
Antes	Por causa da gravidade	46%
	Por causa de uma força gravitacional	41%
	Por causa de uma força magnética	8%
	Por causa do peso	2%
	Não souberam responder	3%

	RESPOSTAS	ALUNOS
Depois	Por causa de uma força gravitacional	89%
	Por causa da gravidade	6%
	Não souberam responder	5%

2ª Questão: Se o Sol atrai a Terra, a Terra também atrai o Sol? Justifique sua resposta.

	RESPOSTAS	ALUNOS
Antes	Sim, por causa da força de ação e reação	54%
	Sim, por causa da gravidade	3%
	Sim, devido à força necessária para não se juntarem	2%
	Não souberam responder	41%

	RESPOSTAS	ALUNOS
Depois	Sim, por causa da força de ação e reação	96%
	Sim, devido à força necessária para não se juntarem	2%
	Sim, por causa da gravidade	2%

3ª Questão: Por que, se a Terra realiza um movimento de rotação, os corpos e as árvores não saem voando, como um resultado desse tipo de movimento?

	RESPOSTAS	ALUNOS
Antes	Porque estamos presos pela gravidade	41%
	Por causa do campo gravitacional terrestre	11%
	Por causa da rotação vagarosa da Terra	10%
	Porque estamos parados	6%
	Não souberam responder	32%

	RESPOSTAS	ALUNOS
Depois	Por causa do campo gravitacional terrestre	64%
	Por causa da gravidade da Terra	23%
	Não souberam responder	13%

4ª Questão: O que você acha que seja responsável pela rotação da Lua em torno da Terra? E da Terra em torno do Sol?

	RESPOSTAS	ALUNOS
Antes	A força de ação e de reação entre os corpos	24%
	O campo gravitacional entre eles	3%
	O campo magnético entre eles	2%
	A gravidade	2%
	A órbita	2%
	Não souberam responder	67%

	RESPOSTAS	ALUNOS
Depois	A força de ação e de reação entre os corpos	88%
	O campo magnético entre eles	2%
	A gravidade	10%

5ª Questão: Por que o astronauta flutua dentro de sua nave, quando ela se encontra em órbita?

	RESPOSTAS	ALUNOS
Antes	Porque não há gravidade	48%
	Por falta de força de gravidade	24%
	Porque em órbita a gravidade é menor	11%
	Por causa da falta de oxigênio	3%
	Porque sua massa diminui	3%
	Porque não tem força nele	3%
	Não souberam responder	8%

	RESPOSTAS	ALUNOS
Depois	Porque não há gravidade	79%
	Por falta de força de gravidade	15%
	Porque não tem força nele	6%

3.3. Subsúncos e História

3.3.1. Primeira questão

A resposta correta é que massas sofrem uma força para baixo, originada da propriedade que as *massas* têm de se atraírem.

Ora, respostas antes da aula sobre *História da Gravitação* mostram que os aprendizes falam de “força gravitacional” (41%) e de “gravidade” (46%). A palavra “gravidade” é vaga, enquanto “força gravitacional” é uma terminologia precisa. Se se entende que o uso da expressão mais precisa está associada a uma melhor conceitualização do fenômeno da *gravitação*, então esses conceitos poderiam ser *subsúncos*.

A *História da Gravitação* aqui apresentada mostra, inicialmente, como a Antigüidade Greco-romana discutiu a doutrina aristotélica de uma “natureza dos corpos pesados” ou mera “gravidade”, causa da queda dos corpos na superfície da Terra. Galileu Galilei conseguiu uma solução formal do problema, sem, contudo, apresentar uma idéia definida sobre a natureza da “gravidade”; sua discussão é feita em um contexto amplo, que o levou à *Lei da Inércia*. Newton, apoiado nos ombros dos gigantes Kepler, Huygens e Galileu chegou ao conceito de *Gravitação Universal*, atuando

entre planetas e entre qualquer par de massas e que envolve conceitos novos (introduzidos por Newton) — como *força* e *massa*.

Respostas após a aula sobre *História da Gravitação* mostram que o número de aprendizes que usam o conceito de *força gravitacional* cresceu para 89%, enquanto que os que ainda mantêm a idéia de “gravidade” diminuiu para 6%.

3.3.2. Segunda questão

A resposta correta é que a atração gravitacional entre duas massas é uma interação mútua, pela *Terceira Lei da Mecânica*.

Ora, a resposta dos aprendizes, antes da aula sobre *História da Gravitação* — “Sim, por causa da força de ação e reação” (54%) — mostra que a ligação entre *ação* e *reação* e a *Gravitação Universal* está presente entre a maioria. Parece, pois, que a *Terceira Lei* pode ser um *subsúncor*.

Aqui, o uso da *História da Gravitação* é particularmente feliz, pois Newton usou sua *Terceira Lei* para desenvolver a atração entre o Sol e um planeta em uma concepção de *Gravitação Universal* ou força de atração entre massas (seção 2.4).

Após a aula sobre *História da Gravitação*, o número de aprendizes que deram essa resposta cresceu para 96%.

3.3.3. Terceira questão

A resposta correta é que, de fato, sofremos uma força centrífuga (por estarmos em um referencial em rotação), mas a *força gravitacional*, resultante da atração da Terra, é suficiente para cancelar as forças (centrífuga, Coriolis), prendendo-nos inexoravelmente ao destino do planeta.

Respostas antes da aula sobre *História da Gravitação* — “Porque estamos presos pela gravidade” (41%) e “Por causa do campo gravitacional terrestre” (11%) — indicam que o conceito *subsunçor* pode ser a existência de uma *força gravitacional*, como na primeira questão (embora o conjunto de forças que atuam na situação física envolvida na terceira questão seja mais complicada).

A *História da Gravitação* mostra que um argumento contra a possibilidade de se atribuir uma rotação diurna à Terra, citado, por exemplo, por Cláudio Ptolomeu, era que, se a Terra girasse, os corpos seriam atirados para fora. Na verdade, a discussão do problema do movimento da Terra envolveu vários tipos de argumentos (seção 2.2.4). Além disso, o exemplo invocado por Huygens, da pessoa que segura um fio do qual pende uma pedra (seção 2.5), apresenta uma situação física similar.

Após a aula sobre *História da Gravitação*, a percentagem dos aprendizes que associaram a permanência de corpos sobre a Terra apesar de sua rotação à *força gravitacional* cresceu para 64%; os que ainda se expressam com a palavra “gravidade” também aumentou para 23%. Porém, o ponto positivo é que a percentagem dos que passaram ao largo da resposta correta diminuiu substancialmente, de 10% + 6% + 32% = 48% para 13%.

3.3.4. Quarta questão

A situação física envolvida, aqui, é a mesma da segunda questão.

Respostas antes da aula de *História da Gravitação* — “A força de ação e de reação entre os corpos” (24%), “O campo gravitacional entre eles” (3%) e “a gravidade” (2%) — sugerem dois possíveis *subsunçores*: O de *força gravitacional* e as forças agindo nos dois corpos formam um par *ação-reação*.

A *História da Gravitação* agiria, aqui, como na primeira questão: A construção do conceito de *Gravitação Universal*, a partir da discussão dos vários problemas que tiveram influência nesse processo. Em particular, como se viu na seção 2.4, o ponto de partida de Newton foi um problema sobre o movimento dos planetas, que lhe foi proposto por Hooke e, posteriormente, novamente por Halley. Assim, uma pequena discussão da Astronomia e das *Leis de Kepler* é incluída (seção 2.3), embora o estudo da Astronomia, na tradição aristotélica, tivesse decorrido independentemente do estudo das transformações que ocorrem na Terra. Além disso, como na segunda questão, o raciocínio de Newton, descrito na seção 2.4, mostra o papel de sua *Terceira Lei*.

A resposta após a aula de *História da Gravitação* — “A força de ação e de reação entre os corpos” — cresceu para 88%, o que é animador. Porém, talvez uma outra questão precisasse ter sido feita para avaliar se os aprendizes entendem que essa força tem origem em uma propriedade intrínseca da matéria.

3.3.5. Quinta questão

Inicialmente, a *força gravitacional* da Terra diminui com a distância à massa (com uma lei do tipo $\frac{1}{r^2}$); na nave em órbita, a força exercida pela Terra é menor que sobre a superfície da Terra. A *História da Gravitação* (seção 2.4.3) mostra como se chegou à expressão $\frac{1}{r^2}$ para a relação entre a *força gravitacional* e a distância entre as *massas*. Mas isso não responde à questão.

As considerações na seção 2.5 mostram que a Lua está sempre “caindo” em direção à Terra e qualquer planeta, em direção ao Sol, etc. Da mesma forma, a nave e tudo preso a ela “caem em queda livre” para a Terra. Um objeto solto na nave tem a mesma *aceleração gravitacional* da nave ($g = \text{constante universal} \times \frac{\text{massa da Terra}}{(\text{distância do centro da Terra à nave})^2}$); entretanto, não se acelera em relação à nave e deve flutuar. O grande escritor de ficção científica, Arthur Clarke, concebeu uma nave espacial, de nome *Rama*, na qual a *força centrífuga* provida pela rotação da nave em torno de um eixo cria uma aceleração relativa entre a nave e o astronauta, imitando uma “*força gravitacional*”, em que as paredes da nave seriam um “chão”; em *Rama* havia, até, um oceano pelas paredes!

A *História da Gravitação* (seção 2.4.3) mostra como se chegou à expressão $\frac{1}{r^2}$ para a relação entre a *força gravitacional* e a distância entre as *mas-*

sas. A discussão da seção 2.5 mostra a relação entre a *força gravitacional* e a *força centrípeta*, necessária para manter uma massa em órbita.

Nas respostas após a aula de *História da Gravitação* — “Porque não há gravidade (79%)”, “Por falta da força de gravidade” (15%), “Porque não tem força nele” (6%) — pode ser que os aprendizes queiram dizer “força da gravidade”, pois, desde o ciclo fundamental, eles se acostumam a usar essa locução para indicar a atração exercida pela Terra [22]; nesse caso, 100% dos aprendizes fixaram o conceito de “força”. Os aprendizes não se referem à *força centrípeta*; porém, o material instrucional correspondente (seções 2.5 e 2.6) não havia, ainda, sido incluído, na ocasião da apresentação do material instrucional de *História da Gravitação*.

Referências

- [1] M.F. Magalhães, W.M.S. Santos e P.M.C. Dias, *Revista Brasileira de Ensino de Física*, **24**, 489 (2002).
- [2] P.M.C. Dias, *Revista Brasileira de Ensino de Física*, **23**, 226 (2001).
- [3] P.M.C. Dias e W.M.S. Santos, “O Passado, o Presente e o Cotidiano”, in *Atas do XV Simpósio Nacional de Ensino de Física*, editado por N.M.D. Garcia, (SBF, São Paulo, 2003), p. 1605.
- [4] M.A. Moreira e E.F.S. Masini, *A Aprendizagem Significativa. A Teoria de David Ausubel* (Editora Moraes, 1982).
- [5] M.A. Moreira, *Uma Abordagem Cognitivista ao Ensino de Física* (Editora da Universidade, Porto Alegre, 1983).
- [6] C.C. Salvador *et al.*, *Psicologia do Ensino* (Editora Artes Médicas Sul, 2000). Traduzido do espanhol por Cristina Maria de Oliveira, *Psicologia da la Instrucción* (Universitat Oberta de Catalunya, 1997).
- [7] J.D. Novak and D.B. Gowin, *Learning How to Learn* (Cambridge University Press, 1986).
- [8] MEC *Parâmetros Curriculares para o Ensino Médio, Parte III*, 1999.
- [9] B. Alvarenga e A. Máximo, *Curso de Física* (Editora Scipione, 2000), 3 v.
- [10] A. Gaspar, *Física* (Editora Ática, 2000), 3 v.
- [11] M.T.M. Souza, P.M.C. Dias e W.M.S. Santos, “Um Novo Ensino da Gravitação Universal”, in: *Atas do XV Simpósio Nacional de Ensino de Física*, editado por N.M.D. Garcia (SBF, São Paulo, 2003), p. 1224.
- [12] A. Franklin, *American Journal of Physics* **44**, 529 (1976).
- [13] P.M.C. Dias, *Revista Perspicillum* **6**, 9 (1992).
- [14] G. Galilei *Dialogue Concerning the Two Chief World Systems*, 1632 (traduzido para o Inglês e comentado por Stillman Drake, prefácio por Albert Einstein, University of California Press, 1953; segunda edição, 1967. Tradução para o Português, com introdução e notas por Pablo Rubén Mariconda, “Diálogo Sobre os Dois Máximos Sistemas do Mundo (Ptolomaico e Copernicano)”, Discurso Editorial, 2001).
- [15] T.S. Kuhn, *The Copernican Revolution* (Harvard University Press, 1957).
- [16] W. Curtis, *Scientific American*, **226**, 93 (1972).
- [17] I.B. Cohen, *Scientific American* **244**, 166 (1981).
- [18] C. Huygens, *De Vi Centrifuga*, in: *Œuvres Complètes de Christiaan Huygens*, publicado em Latim e em tradução para o Francês, Sociedade Holandesa de Ciências, 22 v., 1888-1950, v. XVI, 1929, p. 255-301.
- [19] I.B. Cohen, in *Newton’s Concepts of Force and Mass, with Notes on the Laws of Motion*, edited by I.B. Cohen and G.E. Smith, *The Cambridge Companion to Newton* (Cambridge University Press, 2002), p. 57-84.
- [20] G.E. Smith, in *The methodology of the Principia*, edited by I.B. Cohen and G.E. Smith, *The Cambridge Companion to Newton* (Cambridge University Press, 2002), p. 138-173.
- [21] E.J. Dijksterhuis, *The Mechanization of the World Picture (Pythagoras to Newton)*, 1950 (traduzido para o Inglês por C. Dikshoorn, Oxford University Press, 1961, Princeton University Press, 1969, 1986).
- [22] C. Silva Júnior, S. Sasson e P.S.B. Sanches, *O Mundo em que Vivemos*, in: *Ciências (Entendendo a Natureza)*, (Saraiva, 2001), v. 5ª série.