



# A Física do Vôo na Sala de Aula

## Nelson Studart

Departamento de Física, Universidade Federal de São Carlos, São Carlos  
e-mail: studart@df.ufscar.br

## Sílvio R. Dahmen

Instituto de Física, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre e Physikalisches Institut, Universität Würzburg, Würzburg.  
e-mail: silvio.dahmen@ufrgs.br e sdahmen@physik.uni-wuerzburg.de

## As forças no avião

Para os físicos, as forças da natureza são quatro: a forte, responsável pela coesão nuclear, a fraca que produz a radioatividade, a eletromagnética que está relacionada à maioria dos fenômenos com os quais convivemos no cotidiano e finalmente a gravitacional que atua entre quaisquer corpos que possuem massa.

No jargão aeronáutico também se costuma falar em “quatro forças”. A menção obviamente restringe-se ao mundo particular de quem lida com o vôo e seu conhecimento é fundamental para que os pilotos possam voar apropriadamente. O vento fluindo em uma determinada direção em relação ao avião produz uma força sobre o aeroplano chamada de força aerodinâmica total. Uma outra grandeza intimamente ligada à força aerodinâmica e também

No jargão aeronáutico costuma-se falar em “quatro forças”:

- Sustentação
- Arrasto
- Peso
- Tração

muito importante na descrição do vôo é o ângulo de ataque definido como o ângulo formado pela direção do vento (chamado usualmente de “vento relativo”) e a direção do avião.

A força aerodinâmica total pode ser decomposta em duas componentes: a sustentação e o arrasto. Além desta, atuam sobre o avião o peso e a força de tração (ou propulsão).

Podemos definir mais especificamente as quatro forças envolvidas na física do vôo como

- Sustentação ( $S$ ) é a componente da força aerodinâmica perpendicular à direção do movimento do vôo;

- Arrasto ( $R$ ), essencialmente uma força de atrito, é a componente da força aerodinâmica paralela à direção de vôo;

- Peso ( $P = mg$ ) é a força da gravidade atuando sobre o avião e dirigida para o centro da Terra;

- Tração ( $T$ ) é a força produzida pelo motor e é dirigida ao longo do eixo longitudinal do avião.

Antes de discutir o movimento do avião, é instrutivo calcular as forças de sustentação e arrasto na simples experiência com uma pipa. Para nossos propósitos, é suficiente considerar a pipa como uma placa plana de área  $A$ . Na Fig. 1, apresentamos as forças atuando sobre a pipa suposta em repouso. Nesta situação, a tensão no fio

exercida por quem empina a pipa deve ser igual à resultante das forças. Considerando o sistema ortogonal de coordenadas orientado na direção da Terra, obtemos

$$\sum F_x = 0 \Rightarrow R = T \cos\theta, \quad (1)$$

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow S = T \sin\theta + P. \quad (2)$$

Se você medir com um dinamômetro a força sobre o fio  $T$  e o ângulo de inclinação  $\theta$ , você terá uma boa estimativa das forças de sustentação e de arrasto. É importante notar que o ângulo  $\theta$  destas equações é o ângulo que o fio da pipa faz com a relação à horizontal e não deve ser confundido com o ângulo que a pipa faz com relação a esta mesma horizontal. Este último é o chamado ângulo de ataque e embora não apareça explicitamente

O vôo tem inspirado a imaginação do homem desde tempos remotos. Antes algo restrito a poucos, hoje os aviões se tornaram um meio de transporte acessível, fato este comprovado pelo crescimento espantoso do transporte aéreo nos últimos anos. Mesmo com esta popularização a fascinação pelo vôo continua. Assim é surpreendente como a descrição do vôo não tenha sido usada intensamente em livros didáticos e na sala de aula para demonstrar em todos os níveis de escolaridade a aplicação de princípios básicos da Física em exemplos atraentes. Nada contra as roldanas, os planos inclinados e outros exemplos ideais, que ainda são importantes como maneira de se treinar a abstração e reduzir problemas a seus elementos fundamentais. Mas um exemplo prático de um dia-a-dia cada vez mais próximo das pessoas desempenha sem dúvida um papel essencial ao mostrar para os alunos uma física presente na sua vida. Neste artigo, propomos o exemplo prático e fascinante do vôo para ilustrar conceitos e leis da Física.

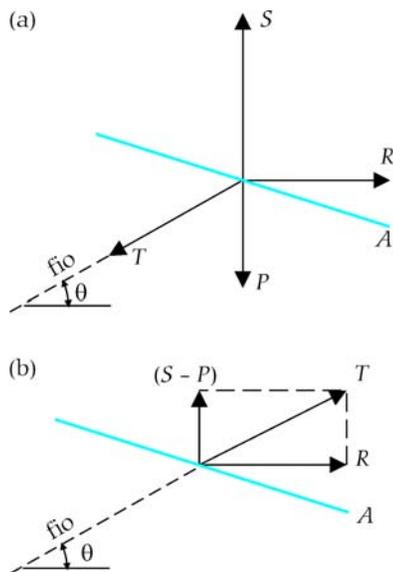


Figura 1. Forças atuando sobre uma pipa de seção reta com área  $A$ .

nas Eqs. 1 e 2, ele entra implicitamente nas fórmulas que determinam a sustentação  $S$  e o arrasto  $R$ . Além disso quem já empinou sabe que a tensão no fio depende da velocidade do vento. Assim também as forças de sustentação e arrasto, como veremos mais à frente.

Voltemos ao avião. A Fig. 2 é uma representação esquemática das quatro forças quando o avião está subindo [1].

A Fig. 3 mostra o avião na descida rápida com o motor fornecendo ainda alguma potência.

Para um avião que está nivelado em vôo de cruzeiro com velocidade constante (cerca de 900 km/h a 10.000 m de altitude) a resultante das forças é nula e devemos obter  $S = P$  e  $T = R$ .

No entanto na subida ou na descida a situação é bastante diferente. Por exemplo, na subida a uma velocidade constante e a uma taxa de ascen-

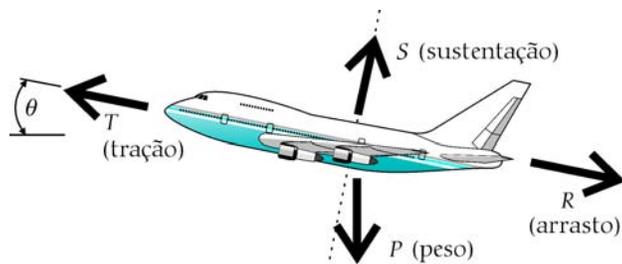


Figura 2. Forças sobre um avião no procedimento de subida com velocidade constante e taxa de ascensão constante.

são constante, o diagrama de forças referente às forças da Fig. 2 com o sistema de coordenadas orientado na direção longitudinal do avião (eixo  $x$ ) indica que

$$\sum F_x = 0 \Rightarrow T - P \sin\theta - R = 0, \quad (3)$$

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow S - P \cos\theta = 0. \quad (4)$$

Durante a descida e novamente supondo que não existe aceleração em qualquer direção temos que

$$S - P \cos\theta = 0, \quad (5)$$

$$T + P \sin\theta - R = 0. \quad (6)$$

A Eq. 4 indica que, na descida, a sustentação é menor do que o peso do avião, como se pode supor à primeira vista, já que a força da gravidade deve ser a responsável pela “queda” do avião [2]. Curiosamente, o mesmo acontece na subida. Para qualquer ângulo de ataque, a sustentação é menor do que o peso como mostram a Eqs. 4 e 6, se tornando igual apenas para vôo nivelado. Este resultado deve surpreender muitos estudantes que, em geral, têm a idéia preconcebida de que para que um avião suba, a força de sustentação deve exceder o peso do avião. Pergunte a opinião de seus estudantes antes de iniciar a aula.

A situação acima discutida é análoga ao caso, descrito na ampla maioria dos livros didáticos, de blocos sendo arrastados para cima ou escorregando em rampas com atrito. A força normal neste caso corresponde à força de sustentação e curiosamente não nos surpreendemos com o fato da normal  $N$  (o análogo à força  $S$  no nosso caso) ser menor que o peso  $P$ . A

diferença marcante é que enquanto as forças aerodinâmicas dependem da velocidade e do ângulo de ataque, a força normal e a força de atrito são constantes.

Há dois outros pontos interessantes que merecem uma discussão: talvez para os alunos seja mais “intuitivo” decompor as forças nos eixos  $x$  e  $y$  num referencial do observador no solo e não em um referencial relativo aos eixos do avião. Neste caso as Eqs. 3 e 4 passam a serem escritas na forma

$$\sum F_x = T \cos\theta - R \cos\theta - S \sin\theta = 0, \quad (7)$$

$$\sum F_y = T \sin\theta + S \cos\theta - R \sin\theta - P = 0. \quad (8)$$

Neste caso podemos ver pela Eq. 8 que se a tração for maior que o arrasto, então a diferença  $(T - R) \sin\theta$  é exatamente o termo extra que se adiciona à sustentação para contrabalançar o peso. Pergunte aos seus alunos o que aconteceria se  $T = R$ . O avião levantaria vôo?

Um outro ponto interessante que pode gerar alguma confusão deve ser destacado. A posição do avião na Fig. 3 é típica de um procedimento de descida rápida e não de pouso. Podemos imaginar as conseqüências se um avião pousasse nesta posição. Por este motivo pouco antes da aterrissagem o avião se posiciona como na Fig. 2. Para ilustrar este ponto realçamos na Fig. 4 as forças atuando sobre um aeroplano em uma descida lenta para pouso em atitude de nariz elevado com o motor ainda gerando uma pequena tração.

Neste caso, embora as Eqs. 3 e 4

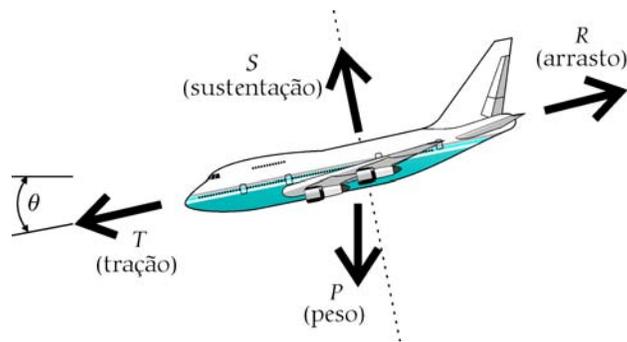


Figura 3. Forças sobre um avião no procedimento de descida com velocidade constante e taxa constante.

continuem válidas (ou as Eqs. 7 e 8, dependendo do referencial que escolhermos), a analogia com o plano inclinado deixa de ser válida em função da direção do voo, isto é, do movimento do avião. Outro ponto fundamental é que durante o procedimento de pouso o avião muda a configuração das asas (usando os chamados flaps), tornando assim a área efetiva da asa maior. Isto tem conseqüências importantes para os valores das forças de sustentação e arrasto, que dependem da geometria das asas e da velocidade do avião, como já pudemos explicar. Assim os valores de  $S$ ,  $T$  e  $R$  que aparecem nas equações são diferentes das outras situações discutidas.

Sugerimos que, na discussão das leis de Newton, o equilíbrio de forças seja discutido de um modo mais atraente e motivador usando um objeto tão fascinante como o avião para ilustrar um aparato tradicional como o “bloco sobre o plano inclinado”.

### Forças dependentes da velocidade

É comum associarmos o nome de Isaac Newton (1642-1727) à mecânica, em particular à mecânica de corpos rígidos ou à teoria da gravitação, bem como à óptica. Porém suas contribuições à dinâmica de fluidos e à hidrostática foram fundamentais, embora nem sempre tão lembradas quanto suas outras contribuições. Este “esquecimento” é algo recorrente na história das ciências, uma vez que grandes cientistas muitas vezes provocam mudanças tão profundas em seus campos de trabalho que outras contribuições também importantes por eles dadas acabam ficando em segundo plano.

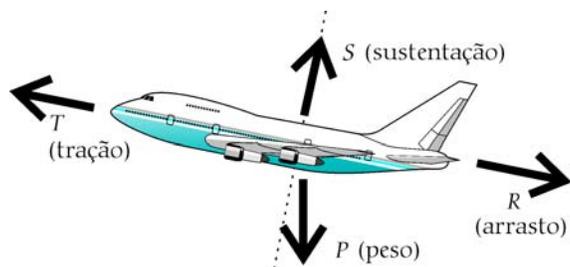


Figura 4. A direção das quatro forças em uma descida para pouso em atitude de nariz elevado.

A mecânica de fluidos era um importante tema de pesquisa à época de Newton em particular não menos devido à teoria do éter. Embora possamos encontrar as raízes do conceito de éter na filosofia dos pensadores gregos, foi René Descartes (1596-1650) quem pela primeira vez tentou introduzir de forma descritiva o conceito de éter em Física como um elemento indis-

pensável à realidade física do universo. Para Descartes toda a matéria do universo era formada a partir de uma proto-matéria que se manifestava de três formas: a matéria da qual eram formados o Sol e estrelas, a matéria que formava os planetas e cometas bem como um meio intermediário, que preenchia todo o espaço e intermediava as forças entre todos os corpos. Por isso a necessidade de se desenvolver uma teoria deste “meio intermediário”, uma tentativa que manteve os físicos ocupados até a segunda metade do século XIX. Segundo o historiador John Anderson Jr. em sua celebrada obra *A History of Aerodynamics* (Cambridge University Press, 1997), o interesse em hidrodinâmica por parte de Newton não foi devido a razões práticas, mas com o intuito de mostrar a inadequação do modelo de Descartes para o sistema solar que era baseado na hipótese de que o éter movia-se como vórtices em torno dos planetas. A única explicação possível para o movimento regular e periódico dos planetas, de acordo com as observações de Johannes Kepler (1571-1630), era que os corpos celestes movendo-se no éter não sofreriam arrasto aerodinâmico. Newton devotou-se a mostrar que sempre existiria um arrasto *finito* sobre os corpos (inclusive os celestes) movendo-se em um meio contínuo.

As contribuições de Newton para aerodinâmica aparecem no livro II dos *Principia* que trata exclusivamente da dinâmica dos

fluidos e da hidrostática. Na Proposição 33 ele mostrou que corpos movendo-se em um fluido sofrem “resistências em uma razão composta da razão do quadrado de suas velocidades, e uma razão do quadrado de seus diâmetros e uma razão simples da densidade das partes dos sistemas”. Esta é a lei do quadrado-da-velocidade para a força aerodinâmica de um corpo em um

É comum associarmos o nome de Isaac Newton à mecânica, em particular à mecânica de corpos rígidos ou à teoria da gravitação, bem como à óptica. Porém suas contribuições à dinâmica de fluidos e à hidrostática foram fundamentais, embora nem sempre tão lembradas

fluido. Ao mesmo tempo, Newton mostrou que esta força era proporcional à área da seção reta  $A$  (“a razão do quadrado de seus diâmetros”) e varia diretamente com a densidade (“a razão simples das densidades”). Em notação moderna, podemos escrever

$$F_r \propto \rho Av^2. \quad (9)$$

Ao final do século XIX, a essência desta fórmula estava justificada tanto do ponto de vista teórico como experimental. As equações para as forças de sustentação e arrasto podem, então, ser escritas como

$$S = \frac{1}{2} \rho v^2 AC_L \quad (10)$$

e

$$R = \frac{1}{2} \rho v^2 AC_R \quad (11)$$

em que  $C_L$  e  $C_R$  são os coeficientes de sustentação e arrasto respectivamente e o fator  $1/2$  foi introduzido por convenção. A questão crucial era (e permanece de certo modo até hoje!) determinar como estes coeficientes dependem do ângulo de ataque. Foi Newton o primeiro a calcular esta dependência. O modelo de Newton para um fluido correspondia a uma coleção de partículas individuais que ao se chocar diretamente contra a superfície de um corpo perdiam as componentes dos momentos lineares na direção normal e seguiam na direção tangente à superfície do corpo. Com base neste modelo, ele mostrou na Proposição 34 que

$$F_r = \rho v^2 A \sin^2 \theta. \quad (12)$$

Esta é a lei do seno-quadrado de

Newton. Adaptando este resultado para uma asa na forma de uma placa plana, como a pipa ilustrada na Fig. 1, e decompondo a força aerodinâmica em suas componentes temos que (Fig. 5)

$$S = F_r \cos\theta = \rho v^2 A \sin^2\theta \cos\theta, \quad (13)$$

$$R = F_r \sin\theta = \rho v^2 A \sin^3\theta, \quad (14)$$

e, finalmente,

$$\frac{S}{R} = \cot\theta. \quad (15)$$

Estes cálculos de Newton levaram a previsões muito pessimistas com relação à possibilidade de vôo do mais-pesado-que-o-ar porque elas previam uma força de sustentação muito pequena, para pequenos ângulos de ataque, por causa da dependência do tipo seno-quadrado. Se a opção fosse aumentar o ângulo de ataque  $\theta$ , a razão  $S/R$  decresceria bastante. A outra opção seria aumentar a área da asa. Neste caso seriam necessárias asas gigantescas que tornariam impraticáveis as máquinas voadoras. O modelo do Newton não descreve de modo adequado um fluido e, portanto, felizmente suas previsões estavam erradas. Mas, mesmo assim, estes argumentos foram utilizados pelos físicos ao final do século XIX para descartar a possibilidade concreta de vôo do mais pesado-que-o-ar.

**Atenção!** O modelo de Newton de um fluido constituído de uma coleção de partículas colidindo com paredes na forma exposta acima está errado. Alguns textos ainda incorrem no erro de explicar sustentação através dos choques das moléculas do ar incidindo sobre as asas. Um fluido é corretamente descrito através de um modelo descrito em termos de funções contínuas como velocidades, densidades e campos de tensão. As equações

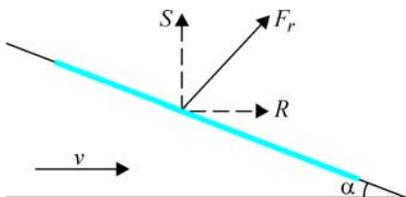


Figura 5. Decomposição da força aerodinâmica atuando sobre uma placa plana para ilustrar a lei do seno-quadrado de Newton.

equivalentes às equações do movimento de Newton para partículas são as equações de Euler referentes à conservação da massa, do momento e da energia.

### Fator de carga $g$

Outra situação que merece discussão em sala de aula é o movimento do avião durante uma curva [3]. Quando as asas se inclinam de um ângulo  $\phi$ , como mostrado na Fig. 6, uma componente da força de sustentação aponta na direção do centro da curva originando uma força centrípeta  $F_c = mv^2/r$ , em que  $m$  é a massa do avião,  $v$  a sua velocidade e  $r$  o raio da trajetória circular.

Do equilíbrio das forças temos que

$$m \frac{v^2}{r} = S \sin\phi, \quad (16)$$

$$P = mg = S \cos\phi, \quad (17)$$

de forma que

$$\operatorname{tg}\phi = \frac{v^2}{rg}. \quad (18)$$

O ângulo de inclinação é, portanto, determinado de maneira única para uma determinada curva. Outra conclusão muito interessante pode ser obtida substituindo a velocidade na Eq. (16) pelo seu valor na Eq. (18). O resultado é

$$S = mg \sec\phi = mg', \quad (19)$$

tal que

$$g' = g \sec\phi. \quad (20)$$

Este é o valor efetivo para a aceleração da gravidade em um avião realizando uma curva que é maior que a aceleração da gravidade por um fator de  $\sec\phi$ . Para uma curva com ângulo de inclinação de  $60^\circ$  corresponde a  $2g$ . Este fator de carga (no jargão aeronáutico que a estrutura do avião deve suportar e os pilotos (assim como os passageiros) “sentem” tem considerável importân-

cia prática. Os aviões de caça (F16, por exemplo) chegam a atingir inacreditáveis  $9g$ .

### Sustentação

Das quatro forças, a mais fundamental para o vôo é a força da sustentação. E a explicação, em termos simples, de como ela pode ser entendida tem sido alvo de inúmeras controvérsias na literatura e conceitos errôneos têm sido empregados [9]. Eis a questão: Princípio de Bernoulli ou leis de Newton para explicar como as asas de um aeroplano “realmente” funcionam? Na verdade, Newton e Bernoulli não se contradizem e tanto as leis de Newton quanto o “princípio” de Bernoulli são perfeitamente compatíveis. Aliás a equação de Bernoulli é facilmente obtida como uma equação de conservação de energia a partir das leis de Newton. A raiz da discórdia é que cada lado da disputa exige que apenas a sua interpretação deva ser ensinada, posto que seria “a correta”. Ambas as descrições podem e devem ser usadas. O ar, ao ser defletido pela asa, é acelerado para baixo exercendo força sobre a asa (2ª lei de Newton). Esta por sua vez, exerce uma força de reação (3ª lei de Newton) que origina a sustentação. Por outro lado, as linhas de corrente acima da asa estão mais comprimidas que as linhas abaixo da asa. Como consequência, a velocidade do ar acima da asa é maior do que a de baixo da asa. É como apertar a saída de uma mangueira: a água jorra com mais velocidade [5]. Pela

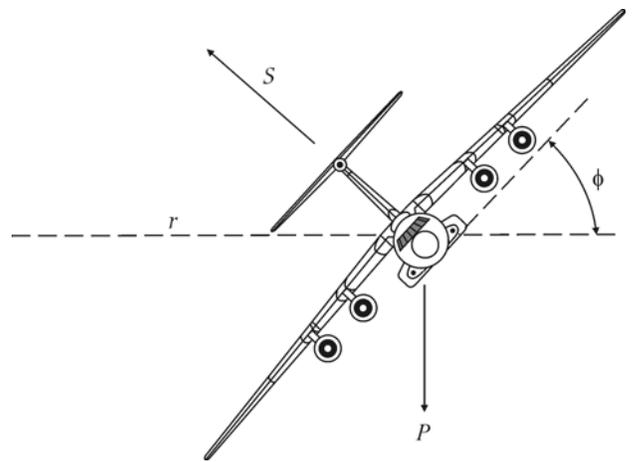


Figura 6. Avião em uma curva de raio  $r$  inclinado lateralmente (movimento conhecido como rolamento).

equação de Bernoulli  $P + (1/2)\rho v^2 =$  constante, onde  $P$  é a pressão e  $\rho$  a densidade do ar, há uma diferença de pressão que causa a força de sustentação.

Dois graves erros carecem ser realçados. O primeiro que aparece em vários livros didáticos (talvez a explicação mais popular) usa a hipótese de que os tempos de trânsito do ar, por cima e por baixo da asa, são iguais. Daí, como a superfície superior da asa é, em geral, mais longa, a velocidade do ar acima é maior do que a velocidade abaixo. A solução numérica das equações da aerodinâmica e a experiência demonstram que esta hipótese, embora plausível, é falsa. A Fig. 7

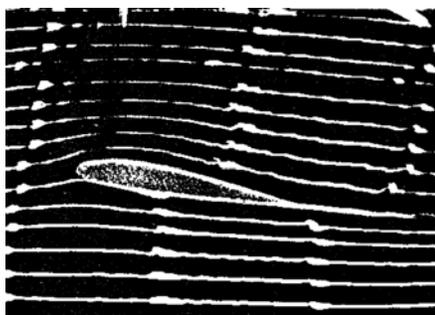


Figura 7. Linhas de corrente do ar através de uma asa em túnel de vento.

mostra as linhas de corrente sobre um aerofólio em um túnel de vento em que o fluxo torna-se visível devido à introdução de fumaça. Evidencia-se claramente que a concepção de “tempos iguais” ou “distância percorrida maior por cima da asa” é uma falácia. Na verdade o ar que flui pelo *extradorso* (a parte superior) da asa chega ao bordo de fuga antes que o ar que flui ao longo do *intradorso* (a parte inferior).

É muito comum encontrar-se em livros didáticos e sítios na Internet uma explicação baseada na descrição de uma força sobre a asa que não causa nenhuma perturbação na corrente de ar. Observe a Fig. 8. A ilustração mostra que as linhas de corrente após o bordo de fuga, são paralelas às linhas do fluxo incidente. Se, sobre a asa, age uma força para cima para compensar o peso do avião, o ar deve ser acelerado para baixo de modo a produzir a força de reação (a sustentação). Assim, o fluxo após a saída da asa nunca pode estar na direção paralela ao fluxo incidente. Uma simples aplicação das leis de Newton.

A discussão da Fig. 8 na sala de aula pode possibilitar uma aprendizagem mais significativa das leis de

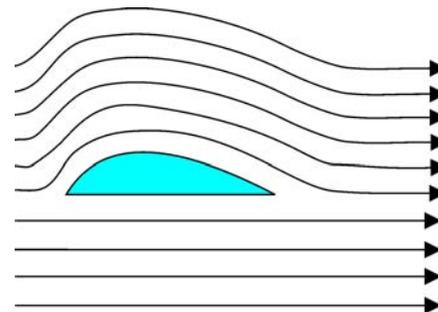


Figura 8. Distribuição esquemática das linhas de corrente através de uma asa. **ERRADO!**

Newton.

O cenário correto é mostrado na Fig. 9 em que as linhas de fluxo acompanham a superfície superior e seguem para baixo após deixarem o bordo de fuga. A Fig. 9 ainda exhibe claramente o fato de que o espaçamento entre as linhas na parte superior é menor do que na parte inferior, que é essencial para o emprego correto do princípio de Bernoulli na explicação da sustentação das asas.

### Movimento relativo

Outra aplicação interessante do vôo para fins didáticos concerne ao movimento relativo. É um tema pouco abordado no ensino da mecâ-

## Sustentação e arrasto em asas reais

Embora a discussão a seguir esteja um pouco acima do nível de alunos do Ensino Médio, é importante que façamos alguns comentários a respeito dos coeficientes de arrasto e sustentação em situações práticas (o projeto de aviões) por uma questão de completeza. Na vida real as Eqs. 10 e 11 são normalmente usadas como as definições dos coeficientes de sustentação  $C_L$  e de arrasto  $C_R$ , que podem então ser determinados experimentalmente, uma vez que seu cálculo teórico pressupõe uma série de idealizações e nos dá resultados que podem diferir sobremaneira quando tratamos de aviões reais. A maioria dos livros-texto de mecânica de fluidos que trazem um capítulo sobre “aerofólios” normalmente introduzem para tanto o famoso teorema de Kutta-Joukowski

que relaciona  $l$ , a sustentação por unidade de comprimento da asa (sua envergadura) com a chamada circulação  $\Gamma$  do ar em torno da asa, mais especificamente,

$$l = \rho v \Gamma \quad (B1)$$

em que  $v$  é a velocidade do vento relativo. Esta circulação é definida de maneira semelhante à circulação do campo elétrico ou magnético em eletromagnetismo, com a diferença que a integral da circulação é sobre a velocidade do ar ao longo de uma curva fechada. Com este teorema é possível calcular  $C_L$ . Porém a teoria de aerofólios (e o teorema acima) parte do pressuposto que a asa tem envergadura infinita pelo simples motivo que neste caso o perfil das linhas de corrente de ar são iguais ao longo da envergadura da asa - em aviões de verdade o perfil

de correntes varia à medida que nos deslocamos sobre a asa, da fuselagem até a sua ponta, o que torna assim o cálculo da circulação de certo modo pouco útil. Esta variação da circulação é inclusive um dos motivos pelos quais aviões modernos possuem uma extensão vertical na ponta das asas (as chamadas *winglets*) que contribuem para um aumento efetivo da área das asas e têm um papel importante na minimização de vórtices que normalmente se formam na ponta de asas normais e afetam a sustentação. Como dissemos, podemos “definir” o coeficiente de arrasto da Eq. (11) como

$$C_R = \frac{R}{\frac{\rho A v^2}{2}} \quad (B2)$$

O termo  $\rho v^2/2$  é conhecido como pressão dinâmica e por definição podemos dizer que o coeficiente de arrasto é assim a razão entre o arrasto e a força resultante do produto da pressão dinâmica pela área (a pressão dinâmica quando multiplicada pela área de nosso corpo é a força que sentimos nos voltando contra o vento). A área  $A$  nesta equação é a chamada “área de referência” que pode ser tanto a área real da superfície da asa como a chamada “área frontal do avião”, que seria a área que o avião ocupa quando o olhamos de frente. Para aviões reais costuma-se separar a Eq. B2 em dois termos

$$C_R = C_{R0} + \frac{C_s^2}{\pi A_r e} \quad (B3)$$

em que o termo  $C_{R0}$  é a parte do coeficiente que depende da viscosidade do ar e da forma da asa. O segundo termo é o chamado “arrasto induzido” e surge nas asas devido à sustentação. Como ele surge? Bem, com

a diferença de pressão do ar que flui pelo extradorso e o intradorso, na ponta da asa, onde estas duas “lâminas” de ar se encontram, o ar de baixo (pressão maior) é empurrado para cima (onde a pressão é menor), o que acaba provocando um redemoinho (turbulência) que contribui para o arrasto - e agora fica claro o porquê dos aviões modernos utilizarem *winglets*, cuja função é eliminar esse efeito na ponta da asa. As outras grandezas no segundo termo da Eq. (B3) são a *razão de aspecto* da asa e o *fator de eficiência de envergadura*. A razão de aspecto é a razão entre o quadrado da envergadura  $s^2$  e a área da asa  $A$ , ou seja,  $A_r = s^2/A$ . Deste modo, se quisermos diminuir o arrasto induzido, temos que aumentar a razão de aspecto (aumentar a envergadura e diminuir a área). Por isso planadores têm uma asa longa e delgada, pois uma vez que não possuem motor, eles têm que tentar diminuir ao máximo o arrasto induzido produzido pela sustentação. O fator

de eficiência  $e$  depende de como a sustentação varia ao longo do comprimento da asa. A maioria dos aviões atuais possui  $e < 1$ . Porém, o grande pioneiro da aerodinâmica, Ludwig Prandtl, mostrou que se a corda de uma asa variasse elipticamente da fuselagem à ponta, então  $e = 1$  e neste caso era possível diminuir o arrasto induzido. Ou seja, olhando a asa de baixo ela tem o perfil de uma elipse. Uma forma aproximada de “asa elíptica” foi usada durante a II Guerra Mundial nos famosos caças *Spitfire* ingleses e nos bombardeiros *Heinkel 111* alemães. Embora vantajosa do ponto de vista de eficiência, estas asas apresentam um problema: sendo a sustentação praticamente constante ao longo do comprimento da asa, quando o avião entra em condições de estol (termo técnico para designar a perda de sustentação) ele o faz simultaneamente em todo ponto da asa, o que pode levar a uma perda súbita do controle da aeronave.

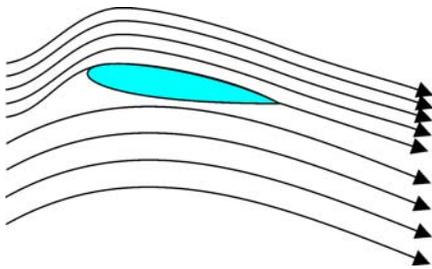


Figura 9. Distribuição esquemática das linhas de corrente através de uma asa. **CERTO!**

nica do Ensino Médio, mas de fundamental importância para a discussão do princípio da relatividade de Galileu, mais conhecido como a lei da inércia. A velocidade de um corpo depende do sistema de referência. A composição das velocidades leva à conhecida lei da adição de velocidades de Galileu (que vai ser modificada por Einstein na teoria da relatividade especial). Na aerodinâmica a velocidade relativa é um conceito-chave, pois, como vimos, a força aerodinâmica depende do quadrado da velocidade relativa do objeto em relação ao ar.

Na Fig. 10 o sistema de referência

é o solo e, portanto temos que

$$v_{\text{avião-ar}} = v_{\text{avião-solo}} - v_{\text{vento}} \quad (21)$$

No caso em que o sistema de referência é o avião não podemos medir diretamente a velocidade do vento, mas podemos calculá-la a partir da relação entre as velocidades do avião como

$$v_{\text{vento}} = v_{\text{avião-ar}} - v_{\text{avião-solo}} \quad (22)$$

A importância da velocidade relativa explica por que os aviões decolam e aterrissam em diferentes pistas de pouso em diferentes dias. Os aviões visam a fazer a decolagem e aterrissagem contra o vento que exige uma menor velocidade em relação ao solo para ser transportado no ar. Isto significa uma distância mais curta a ser percorrida ao longo da pista. Como as pistas têm comprimento fixo, é conveniente que o

avião esteja no ar tão rápido quanto possível na decolagem e consiga parar tão cedo quanto possível na aterrissagem. No caso da aterrissagem ele tem que, uma vez em solo, desacelerar e isto é possível com um forte vento contra (maior arrasto). Também os aviões modernos utilizam os “controles de superfície de asa”, que são partes móveis que no pouso servem como breques aerodinâmicos.

Peça a seus alunos também que, se um dia tiverem a oportunidade de voar, que olhem as informações de

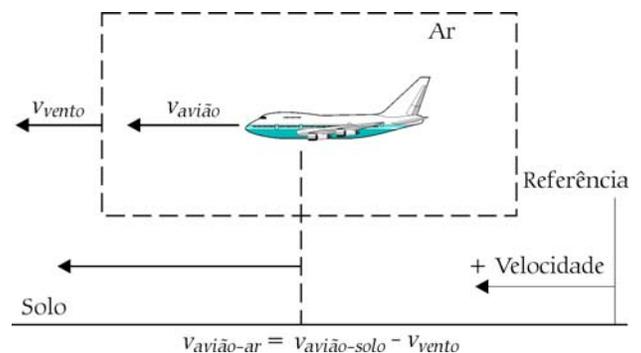


Figura 10. Composição de velocidades no referencial do solo.

vôo normalmente fornecidas nos monitores de bordo ou transmitidas pelo comandante. A referência é sempre à “velocidade em relação ao solo”, porque para um passageiro na verdade esta é a que importa, pois determina quando ele chegará ao objetivo desejado. Esta velocidade pode ser muito diferente da velocidade do avião em relação ao ar em função da presença dos chamados *ventos de proa* ou *ventos de popa*. Para viagens de longa distância, estes ventos podem aumentar ou diminuir a duração da viagem em horas.

Observe que as velocidades consideradas são grandezas vetoriais. Deste modo, o material aqui discutido pode então ser estendido para tratar problemas de navegação aeronáutica que envolvem composição vetorial de

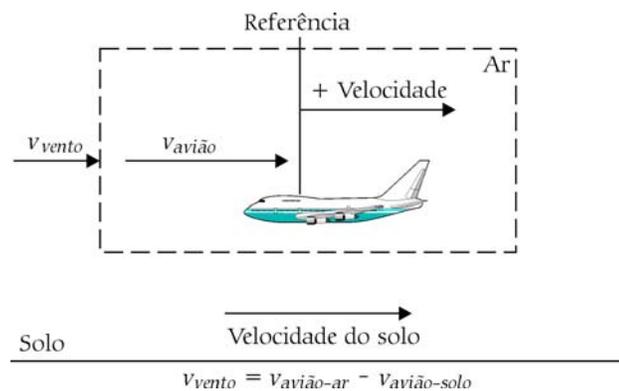


Figura 11. Composição de velocidades no referencial do avião.

acordo com os objetivos do programa estabelecido para a série escolar.

## Conclusões

Discutimos neste artigo como a Física do vôo pode ser usada para ilustrar alguns conceitos como composição de forças, forças dependentes da velocidade e sistemas de referência em um exemplo bastante prático e interessante [6,7]. Procuramos chamar também a atenção para alguns conceitos errôneos comumente propagados em livros didáticos, como o chamado “princípio dos tempos de trânsito iguais”. Embora alguns dos assuntos aqui discutidos, em particular a questão do coeficiente de arrasto e sustentação, possam estar um pouco além da compreensão de alunos do nível médio, é importante que os professores tenham estes conceitos em mente uma vez que as teorias de aerofólios encontradas nos livros-texto servem de pontos de referência e são desenvolvidas a partir de idealizações de casos reais. Por fim, este artigo não constitui uma contribuição original ao ensino de Física, no sentido

em que os temas já foram abordados nas referências aqui citadas.

## Notas e Referências

- [1] G.J. Flynn, *The Physics Teacher* **25**, setembro, 368 (1987).
- [2] Pilotos profissionais costumam dizer, jocosamente, que um pouso nada mais é que uma queda controlada - o que não deixa de ser uma verdade! Obviamente, como as equações acima nos indicam, trata-se de uma queda a velocidade constante.
- [3] N.H. Fletcher, *Physics Education* **10**, julho, 385 (1975).
- [4] Sobre a sustentação das asas, veja os artigos de Anderson e Eberhardt (p. 43) e Eastlake (p. 53) bem como o de Klaus Weltner, Martin Ingelman-Sundberg, Antonio Sergio Esperidião e Paulo Miranda na *Revista Brasileira de Ensino de Física* **23**, 429 (2001). Deve-se mencionar que o Prof. Weltner tem sido um dos mais insistentes críticos do uso da equação de Bernoulli para a explicação do fenômeno da sustentação aerodinâmica. Na Ref. 6, você encontrará uma lista de suas publicações sobre o tema.
- [5] Ver artigo de Eastlake neste número, p. 53.
- [6] O sítio <http://www.physics.umd.edu/lecsem/services/refs/refsf.htm> apresenta uma lista exaustiva de artigos e sítios sobre a física do vôo.
- [7] O sítio da Nasa <http://www.grc.nasa.gov/WWW/K-12/airplane/> contém material de excelente qualidade para todos os níveis escolares. Os *applets* podem ser baixados gratuitamente.

