

# Onde Está o Atrito?

## Discussão de Dois Experimentos que Exemplificariam a Lei de Inércia

### Introdução

Neste artigo, discutimos dois experimentos, cuja explicação apresentada em livros didáticos usados no Ensino Médio é uma aplicação imediata da lei da inércia ([1], [2], [3]). Os dois experimentos envolvem a mesma situação física, a qual, na verdade, é mais complicada do que sugerido por essa explicação.

Em um, uma moeda move-se sob uma pilha de moedas e, no outro, um cartão desliza sob uma moeda. Ora, é difícil supor que não haja atrito entre os materiais de que são feitas as moedas e o cartão; como, então, podem esses experimentos serem explicados pela lei da inércia, uma lei que rege o comportamento de massas ou na ausência total de forças ou quando a resultante das forças for zero?

Analisamos a situação física dos experimentos; então propomos que os tempos de interação entre os objetos são bastante curtos para que haja transmissão de quantidade de movimento pelo atrito.

### Os Experimentos

#### Experimento 1

O experimento é ilustrado pelas Figs. 1 e 2.

#### Montagem

Empilha-se 4 moedas de 10 centavos e, na frente da pilha, coloca-se outra moeda de 10 centavos (moeda projétil).

#### Procedimento

Dá-se um “peteleco” na moeda

projétil, de modo que ela colida com a moeda inferior da pilha de moedas (moeda alvo). A velocidade da moeda projétil pode ser aumentada ou diminuída, dependendo do “peteleco”.

#### Observação

Se o “peteleco” for forte (a moeda projétil move-se com velocidade suficientemente alta), a moeda alvo move-se para a frente (presumivelmente com a mesma velocidade da moeda projétil, a qual pára) e as moedas restantes da pilha caem vertical-

.....  
**Bruno Castilhos Fernandes, Wilma Machado Soares Santos e Penha Maria Cardoso Dias**  
Instituto de Física  
Universidade Federal do Rio de Janeiro  
.....



Figura 1. Montagem e procedimento. A mão está prestes a dar um “peteleco” na moeda da esquerda (o “projétil”); à direita, a pilha de moedas.



Figura 2. A moeda projétil pára após o choque e a moeda “alvo” recebe “quantidade de movimento”, afastando-se. As demais moedas caem verticalmente.

Neste artigo são discutidos dois experimentos usados para ilustrar a lei da inércia, em livros didáticos do Ensino Médio. Ora, a situação física nesses experimentos é muito mais complicada e sugere a presença de atrito. Assim sendo, a ligação com a lei da inércia não é imediatamente óbvia. Propomos que os tempos envolvidos nas interações entre os materiais são bastante curtos para que haja transmissão da quantidade de movimento pelo atrito.

mente. Se o “peteleco” for fraco (a moeda projétil move-se com velocidade baixa), as moedas da pilha movem-se para a frente.

## Experimento 2 ([1], [2], [3], [4])

O experimento, é ilustrado pela Fig. 3.

### Montagem

Coloca-se um copo com a “boca” virada para cima. Apóia-se um cartão telefônico em cima do copo e uma moeda em cima do cartão.

### Procedimento

Puxa-se o cartão paralelamente à “boca” do copo.

### Observação

Se o cartão for puxado rapidamente, a moeda cai, verticalmente, dentro do copo. Se o cartão for puxado devagar, a moeda move-se sobre o cartão e não necessariamente cai no copo.

## Questionamento da Explicação Encontrada na Literatura

Livros didáticos de Física para o Ensino Médio dão a seguinte explicação para os experimentos (ou variações deles):

- Em [1] (p. 433): *Por inércia o corpo tende a permanecer em repouso e, com a retirada do papel, ele cai verticalmente.*

- Em [2] (p. 146): *Coloque sobre uma mesa uma folha de papel e sobre esta um livro em repouso. Puxando bruscamente a folha, o livro continuará em repouso.*

- Em [2] (p. 437): *Estando em repouso o livro tende, por inércia, a continuar em repouso.*



Figura 3. Montagem e procedimento. A figura ilustra a montagem e mostra a mão prestes a puxar o cartão.

- Em [3] (p. 164): *...durante a puxada da placa, a força resultante é aquela recebida do plano de apoio que, além de não ter intensidade expressiva, atua durante um intervalo de tempo muito pequeno. Por isso, nesse curto intervalo de tempo, a moeda mantém-se praticamente em repouso, por inércia. Após a puxada, entretanto, a força da gravidade (peso) faz com que a velocidade da moeda cresça a partir de zero, vencendo sua inércia de repouso e conduzindo-a ao fundo do copo.*

Os experimentos e as explicações sugerem algumas questões:

- Partindo da suposição de que existe atrito, pois os experimentos envolvem arrastamento de moedas e cartões entre si, que são materiais ásperos, como explicar a aplicação da lei da inércia, nesses experimentos?

- Por que o resultado é diferente, quando o “peteleco” na moeda for fraco (Experimento 1) ou quando o cartão for puxado vagarosamente (Experimento 2)? Em outras palavras: Supondo que a lei da inércia explique o “caso de arrastamento rápido”, o resultado diferente obtido no “caso de arrastamento lento” indica que a lei da inércia não é aplicável, logo que existe uma força resultante não nula. Mas o único tipo de força disponível, no caso, é uma força de atrito entre a moeda alvo e as moedas restantes da pilha (Experimento 1) ou entre o cartão e a moeda (Experimento 2). Significaria isso que, em um caso, existe atrito, mas não no outro?

## Problema Auxiliar

O problema clássico ilustrado na Fig. 3 ajuda a definir a situação física envolvida nos experimentos: Um corpo  $A$ , de massa  $m$ , está sobre um corpo  $B$ , de massa  $M$ ; uma força  $F$  é aplicada ao corpo  $B$ , puxando-o; existe atrito entre  $A$  e  $B$ , mas para nossos propósitos é indiferente se existe ou não atrito entre  $B$  e o chão, logo é melhor suprimi-lo, para simplificar. Da Fig. 4, tiramos:

$$\text{Equação de } A: \mathbf{F}_{\text{atrito}} = m\mathbf{a}_A$$

$$\text{Equação de } B: \mathbf{F} - \mathbf{F}_{\text{atrito}} = M\mathbf{a}_B$$

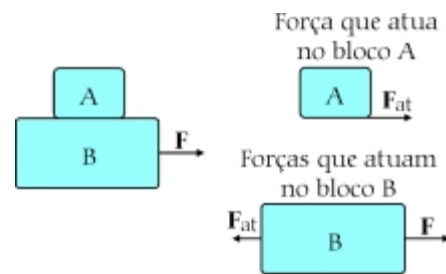


Figura 4. A figura da esquerda mostra a montagem do sistema: O bloco  $A$  é colocado sobre o bloco  $B$ , enquanto  $B$  é puxado com uma força constante,  $F$ . A figura da direita mostra as forças que atuam em cada bloco, separadamente:  $F$ , que atua sobre  $B$ ; e a força de atrito,  $F_{\text{at}}$ , entre os dois blocos. O atrito entre  $B$  e o solo é desprezado.

Intensidade (máxima) da força de atrito:  $F_{\text{atrito}} = \mu mg$ ,

onde  $\mu$  é o *coeficiente de atrito estático* e depende das superfícies de contato, do material e da forma dos corpos<sup>1</sup>. A equação de  $A$  mostra que o corpo só pode começar a se movimentar, se existir uma *força de atrito*,  $F_{\text{atrito}}$ , entre ele e o corpo  $B$ , de intensidade  $F_{\text{atrito}} = \mu mg$ . Na ausência dessa força, não há nenhuma outra força que cause uma aceleração, produzindo uma velocidade que não existia anteriormente.

## Comparação com o Problema Auxiliar

No Experimento 1, a moeda alvo funciona como o corpo  $B$  do problema auxiliar e as outras moedas da pilha, juntas, como o corpo  $A$ . No Experimento 2, o cartão funciona como o corpo  $B$ , enquanto a moeda, como o corpo  $A$ . Pode-se, então, perguntar: Por que a força  $F_{\text{atrito}}$  não aparece nos experimentos citados, no caso de “arrastamento rápido”? O atrito desapareceu?

Ora, duas situações empíricas parecem indicar que existe atrito<sup>2</sup>:

- Calor é produzido, quando duas moedas são esfregadas uma contra a outra muito rapidamente, várias vezes, ora em um sentido, ora no sentido oposto. Ou, equivalentemente, esfregando uma mão contra a outra, sucessivas vezes, de modo rápido.

Logo, atrito pode ser produzido no “arrastamento rápido”: Em cada passada, as moléculas da superfície adquirem energia cinética pelo atrito, até que a temperatura se torne sensível.

- No caso do Experimento 2, se se usasse um cartão “suficientemente” grande, a moeda acabaria por se mover para a frente, como no caso da existência de atrito, antes que o cartão fosse totalmente puxado.

## Procurando o Atrito

A segunda lei da mecânica relaciona a força resultante,  $\mathbf{F}$ , sobre um corpo de massa  $m$  à variação de sua *quantidade de movimento*,  $m\mathbf{v} \equiv \mathbf{p}$ , ocorrendo em um intervalo de tempo ( $\Delta t$ ):

$$\mathbf{F} = \frac{\Delta \mathbf{p}}{\Delta t} \Rightarrow \mathbf{F}\Delta t = \Delta \mathbf{p}.$$

Definindo  $\mathbf{I} \equiv$  impulso de uma força  $= \mathbf{F}\Delta t$ , a segunda lei pode ser reescrita:

Equação do movimento:  $\mathbf{I} = \Delta \mathbf{p}$ .  
Esse resultado é conhecido como teorema do impulso: Um *impulso* (isto é, uma força  $\mathbf{F}$  atuando durante um tempo  $\Delta t$ ) gera *quantidade de movimento* ( $\Delta \mathbf{p}$ ).

Pode-se supor dois casos de atuação de uma força finita, não nula:

- A força atua durante um tempo finito. Nesse caso,  $\mathbf{I} =$  finito  $\neq 0$ , logo  $\Delta \mathbf{p} =$  finito  $\neq 0$ , de modo que a força gera movimento.

- A força atua durante um tempo pequeno, ou seja,  $\Delta t$  tende para 0 (notação:  $\Delta t \rightarrow 0$ ). Nesse caso,  $\mathbf{I} \rightarrow 0$ , logo  $\Delta \mathbf{p} \rightarrow 0$ , de modo que a força não tem tempo de gerar movimento.

Nos experimentos acima, a *força de atrito* é, obviamente, finita (pois seu valor máximo é  $\mu mg$ ); o *impulso* que ela causa é  $\mathbf{I} = \mathbf{F}_{\text{atrito}} \Delta t$  (em intensidade,  $I = \mu mg \Delta t$ ).

Se  $\Delta t \rightarrow 0$ , a *força de atrito* (entre a moeda alvo e o resto da pilha, no Experimento 1; entre o cartão e a moeda, no Experimento 2), embora finita, não tem tempo de gerar *quantidade de movimento*; portanto, as moedas restantes da pilha e a moeda sobre o cartão permanecem em seus estados iniciais (repouso) e ficam “pairando no ar” e, obviamente, caem pela ação da força de gravidade, com a retirada do suporte. Se  $\Delta t =$  finito  $\neq 0$ , as moedas da pilha e a moeda sobre o cartão recebem uma *quantidade de movimento*  $\Delta \mathbf{p} =$  finito  $\neq 0$ , movendo-

se na direção da força.

## Agradecimento

Agradecemos ao Professor Takeshi Kodama por suas sugestões. As imperfeições que permaneceram são de nossa inteira (ir)responsabilidade.

## Referências

- [1] F. Ramalho Junior, N.G. Ferraro e P.A.T. Soares, *Os Fundamentos da Física* (Editora Moderna, São Paulo, 2003), 3 v, v.1.
- [2] N.G. Ferraro, e P.A.T. Soares, *Aulas de Física I (Mecânica)* (Atual Editora, São Paulo, 2003).
- [3] R.H. Doca, G.J. Biscuola e N. Villas Bôas, *Tópicos de Física (Mecânica)* (Editora Saraiva, São Paulo, 2001).
- [4] P.G. Hewitt, *Física Conceitual* (Editora Bookman, São Paulo, 2002).

## Notas

- [1] Está subentendido que esse é o valor máximo da força de atrito e só vale para a situação em que o corpo está “prestes a se mover”.
- [2] Se não existir atrito entre  $A$  e  $B$ , os dois experimentos ilustram, rigorosamente, a lei da inércia. Se existir atrito e ele for menor que o valor máximo ( $\mu mg$ ), os corpos  $A$  e  $B$  formariam um único corpo de massa  $m + M$ , movendo-se juntos, e a situação observada nos dois experimentos não poderia acontecer.