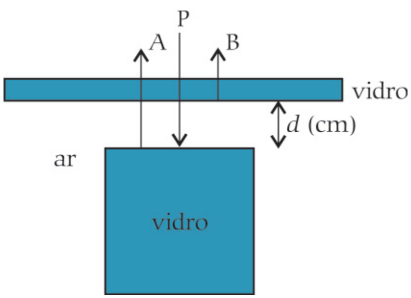
Problemas Olímpicos

Soluções dos problemas do número anterior

1 Interferência construtiva em um sistema constituido por uma película fina de vidro mantida sobre um cubo de vidro com uma separação *d* entre eles quando atravessado por ondas eletromagnéticas.

Considere uma onda plana propagando na direção representada por P. Parte desta onda será transmitida pela lâmina, parte será refletida pela superfície do cubo (A) e parte refletida pela superfície inferior da lâmina (B).



Do principio da reflexão, quando um feixe de luz é refletido na fronteira de separação de dois meios de baixa densidade e alta densidade, o feixe de luz reflete para o meio de baixa densidade com uma mudança de fase de 180, correspondendo a uma distancia de $\lambda/2$. Isso é o que acontece com o raio A, enquanto o raio B, que é refletido na superfície inferior da lâmina, não sofre qualquer mudança de fase. A condição para que o raio A refletido na superfície superior do cubo e o raio B refletido na superfície inferior da lâmina interfiram construtivamente é que ambos os raios tenham a mesma fase. Do diagrama, o raio A viaja uma distancia de ida e volta de $2d$ dentro da camada de ar. Ao atingir a superfície inferior da lâmina de vidro, este raio deve estar em fase com o raio B, ou seja $2d = (2n_1 + 1)\lambda_1/2$, sendo n_1 um inteiro, $n_1 = 0, 1, 2, 3....$ Do problema, $\lambda_1 = 0.4$ μm, então $2d = (2n_1 + 1)0.2$. Para o segundo comprimento de onda, $2d = (2n_2 + 1)\lambda_2/2$, $n_2 = 0, 1, 2, 3....$ Substituindo uma na outra, resulta

$$\lambda_2 = \frac{2n_1+1}{2n_2+1}.$$

Com a informação dada pelo problema, $0.2 < \lambda_2 < 1.15$ mm. Substituindo valores para n_1 e n_2 observamos que para $n_1 = 2$ e $n_2 = 1$ resulta em $\lambda_2 = 0.67$ μm, que satisfaz a condição imposta.

2 Determinação da massa do átomo de hidrogênio a partir da estrutura cristalina do cloreto de sódio, NaCl, que tem estrutura cúbica de face centrada.

Cada átomo no vértice do cubo contribui com 1/8 de átomo, enquanto um átomo na face do cubo contribui com 1/2. Assim, o número de átomos de Na em um cubo elementar será (1/8).8 + (1/2).6 = 4 átomos de Na. Se *m* é a massa de um núcleon ou H, expresso em gramas, a densidade do cristal de NaCl será

$$\frac{4\times 23\times m+4\times 35.5\times m}{(5.6\times 10^{-8})^3}=2.2\ \text{g/cc}.$$

Existem 23 H1 ou 23 núcleons em um átomo de Na e 35 H ou núcleons em uma átomo de Cl, e então

$$\frac{4\times 58.5\times m}{(5.6\times 10^{-8})^3}=2.2,$$

ou

m = 1.65 x 10^{-24} g.

3 Determinação do potencial de uma casca esférica externa de raio R contendo em seu interior outra casca esférica de raio r.

Do diagrama temos dois capacitores ligados em paralelo. A esfera exterior e o aterramento funciona como as duas placas do capacitor, e as duas esferas como o outro capacitor. As capacitâncias de cada capacitor são dadas por $C_1 = R/k$, para o primeiro, e $C_2 = rR/(k(R - r))$. Como estão em paralelo a capacitância resultante será $C = C_1 + C_2 = R^2/(k(R - r))$. Substituindo os valores e lembrando que $V = Q/C$, resulta em V = 227 V.

4 Determinação da pressão e da temperatura do gás hidrogênio contido no espaço no topo do tubo de um aparelho de Torricelli.

Vamos resumir todas as informações na Tabela 1.

A pressão do ar é medida através do comprimento da coluna de mercúrio dentro do tubo e expresso em unidades de cm Hg. O volume do gás hidrogênio é medido através do comprimento da coluna no espaço no topo do tubo de vidro e expresso em cm. Seja L (em cm) o comprimento do tubo de vidro acima do nível de mercúrio no cilindro. Aplicando a lei de Boyle nos estágios I e II temos

$P_1V_1 = P_2V_2$
$P_1 = P_{H1}$ = (100 - 70) cm Hg

e

$P_2 = P_{H2}$ = (60 - 40) cm Hg
$V_1 = V_{H1}$ = (L - 70) cm

e

$V_2 = V_{H2}$ = L - 40 cm
Resolvendo para L, obtemos
L = 130 cm,

e portanto

V_{H1} = 60 cm,
V_{H2} = 90 cm,
V_{H3} = 80 cm

e

V_{H4} = 85 cm.

Vejamos as mudanças nos estágios II e III: a partir da equação de estado $V_2P_2/T_2 = V_3P_3/T_3$, temos que

$V_2 = V_{H2}$ = 90 cm,
$P_2 = P_{H2}$ = 60 - 40 = 20 cm,
T_2 = 273 K
V_3 = 130 - 50 = 80 cm,
$P_3 = P_{H3} = P_{A3}$ - 50 cm Hg

e

T_3 = ?

Para os estágios III e IV

$V_3P_3/T_3 = V_4P_4/T_4$
$P_3 = P_{H3} = P_{A3}$ - 50 cm Hg,
$V_3 = V_{H3}$ cm,
T_3 = ?
$P_4 = P_{H4}$ cm Hg,
$V_4 = V_{H4}$

e

T_4 =?

Substituindo na equação de estado resulta

$$\frac{80.(P_{A3}-50)}{T_3}=\frac{(P_{A3}-45).75}{T_4}.$$

Para os estágios II e IV (volume constante), como $P_2/T_2 = P_3/T_3$, substituindo resulta

$$P_{A3}=\frac{60}{273}T_3.$$

Substituindo nas equações acima obtemos T_3 = 364 K, P_{H4} = 35 cm Hg e T_4 = 451 K. Assim, no estágio final, a pressão e temperatura do gás hidrogênio serão 35 cm Hg e 451 K, respectivamente.

Tabela 1 - Resumo das informações do problema.

	I	II	III	IV
Pressão do gás hidrogênio	P_{H1}	P_{H2}	P_{H3}	P_{H4}
Volume do gás hidrogênio	V_{H1}	V_{H2}	V_{H3}	V_{H4}
Pressão do ar	P_{A1}	P_{A2}	P_{A3}	P_{A4}
Volume do ar	V_{A1}	V_{A2}	V_{A3}	V_{A4}
Temperatura comum da mistura	T_1	T_2	T_3	T_4

Problemas Olímpicos

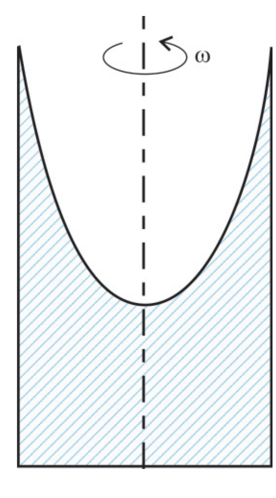
Novos problemas

(Problemas extraidos dos livros *Problems in Theoretical Physics* e *Problemas Selecionados de Física Elementar*)

1 Uma barra homogênea, de comprimento L e massa m, gira com uma velocidade angular ω, em um plano horizontal, em redor do eixo que passa pelo seu extremo. Encontre a tensão da barra na distância x do seu eixo de rotação.

2 Pode uma partícula retornar para sua posição inicial se ela se move aleatoriamente para pontos adjacentes de uma rede bi-dimensional quadrada? Se não, qual é a probabilidade dela não retornar ao ponto inicial?

3 Um vaso cilíndrico com líquido gira com velocidade angular ω, em redor de um eixo vertical (ver figura). Determine a variação da pressão na seção horizontal do recipiente em função da distância do eixo de rotação.



4 No fundo de um recipiente amplo existe um tubo fino, pelo qual a água, que enche o recipiente, pode sair (ver figura). Entre o recipiente e o tubo colocou-se uma rede. Se uma bola leve for colocada no fundo do recipiente, então a bola não flutuará. Se pararmos o corrimento da água do tubo, então, a bola imediatamente flutua. Por que? (esta experiência pode ser comprovada, facilmente, em uma pia de cozinha utilizando bolas de tênis de mesa).