

.....  
**Leonardo Raduan de Felice Abeid**  
 Centro Federal de Educação  
 Tecnológica, Nova Iguaçu, RJ, Brasil  
 E-mail: leoabeid@yahoo.com.br

**Alexandre Carlos Tort**  
 Instituto de Física, Universidade  
 Federal do Rio de Janeiro, Rio de  
 Janeiro, RJ, Brasil  
 E-mail: tort@ufrj.br

.....

**A**ciência e a tecnologia avançam rapidamente e estão cada vez mais presentes no nosso cotidiano. Este fato reflete-se na escola e não é incomum o professor ver-se às voltas com perguntas do tipo “como funciona o celular?”. O que é um sensor de movimento? Para que serve? Como funciona o GPS? E os freios ABS? Sem contar as perguntas mais conceituais, que versam desde a natureza dos buracos negros até a teoria de cordas, passando pelas partículas elementares, dimensões do universo e outras. Tudo isto representa um sério desafio para o professor do Ensino Médio que deve buscar explicações satisfatórias limitado pelo grau de maturidade intelectual do aluno e pelo nível dos argumentos físicos que pode empregar e pelo fato de que o desenvolvimento técnico-científico baseia-se muitas vezes em conceitos físicos distantes da realidade da maioria desses professores e seus alunos, o que torna o desafio ainda maior.

Freqüentemente é possível ir além da explicação qualitativa e discutir o problema de forma quantitativa com a física do Ensino Médio. Este é o caso

**A ciência e a tecnologia avançam rapidamente e estão cada vez mais presentes no nosso cotidiano. Este fato reflete-se na escola e não é incomum o professor ver-se às voltas com perguntas do tipo “como funciona o celular?”**

dos itens de segurança disponíveis nos automóveis modernos (cintos de segurança, *air bag*, freios ABS, etc), em que na maioria das vezes falamos de equipamentos cujo funcionamento estão baseados em princípios físicos relativamente simples. Neste artigo focalizamos um desses avanços e apresentamos um modelo simplificado para o cálculo das distâncias de frenagens de veículos equipados com o sistema de freios ABS (Antiblockier-Bremssystem), sistema antibloqueio de frenagem, que será obrigatório para 100% os veículos novos comercializados no Brasil a partir de janeiro de 2014. O modelo emprega

conceitos que pelo menos em princípio são acessíveis aos alunos mais inquisitivos do nosso Ensino Médio atual.

### **A dinâmica da frenagem**

Para frear um automóvel o motorista depende da força de atrito entre os pneus e a pista. Esta força de caráter resistivo depende de diversos fatores, como por exemplo, da velocidade do automóvel, da velocidade angular das rodas e das condições da pista [1, 2]. Por simplicidade, suponhamos um carro trafegando com velocidade constante ( $v_0$ ) numa pista horizontal. Supondo que as rodas rolem sem deslizar com velocidade angular constante ( $\omega_0$ ) podemos escrever a relação

$$v_0 = \omega_0 R, \quad (1)$$

onde  $R$  é o raio efetivo das rodas, que supomos iguais para todas elas. Ao acionarmos o pedal o sistema de freios exerce um torque sobre as rodas, como mostra a Fig. 1. Esse torque é diretamente proporcional à pressão mecânica exercida pelo motorista sobre o pedal do freio, de tal forma que seu aumento pode levar ao blo-

queio das rodas, fazendo com que elas passem a deslizar. Esta situação é indesejável, pois no deslizamento, o condutor pode facilmente perder o controle de seu veículo.

Quando as rodas rolam sem deslizar o atrito é estático, neste caso o módulo da força de atrito ( $F_{at}$ ) entre os pneus e o solo satisfaz à condição

$$0 \leq F_{at} \leq \mu_e N, \quad (2)$$

onde  $\mu_e$  é o coeficiente de atrito estático, entre os pneus e a pista, e  $N$  é o módulo da força normal. Neste caso a distância de frenagem ( $d_f$ ) será dada por

No mundo moderno a ciência e a tecnologia são cada vez mais onipresentes em nosso cotidiano. Com relação aos automóveis, isso fica evidente quando observamos o aumento dos itens de segurança neles de segurança neles disponíveis. Neste artigo apresentamos uma descrição da dinâmica da frenagem e propomos um modelo simplificado para o cálculo da distância de frenagem de veículos equipados com freios ABS que pode ser discutido no Ensino Médio. Também propomos uma atividade onde sugerimos uma maneira do professor trabalhar este assunto com alunos neste nível de ensino.

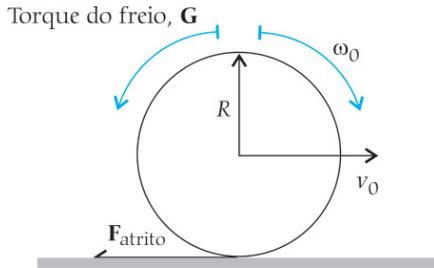


Figura 1 – Quando o sistema de freio é acionado, ele exerce um torque sobre as rodas, fazendo com que sua velocidade de rotação diminua.

$$d_c \geq \frac{1}{\mu_e} \frac{v_0^2}{2g}, \quad (3)$$

onde  $(v_0)$  é a velocidade inicial do veículo e  $g$  é o módulo da aceleração da gravidade. Quando as rodas estão travadas, e logo há deslizamento, vale a relação

$$F_{at} = \mu_e N, \quad (4)$$

onde  $\mu_e$  é o coeficiente de atrito estático, entre os pneus e a pista. Desta forma a distância de frenagem ( $d_c$ ) é dada por

$$d_c = \frac{1}{\mu_e} \frac{v_0^2}{2g}, \quad (5)$$

As Figs. 2 e 3 mostram, respectivamente, a força de atrito e as distâncias de frenagem em função da pressão mecânica exercida sobre o pedal do freio. Como  $\mu_e > \mu_c$ , a distância mínima de frenagem com as rodas rolando é menor do que a distância de frenagem com as rodas travadas, o que está em acordo com a idéia generalizada de que para frear o automó-

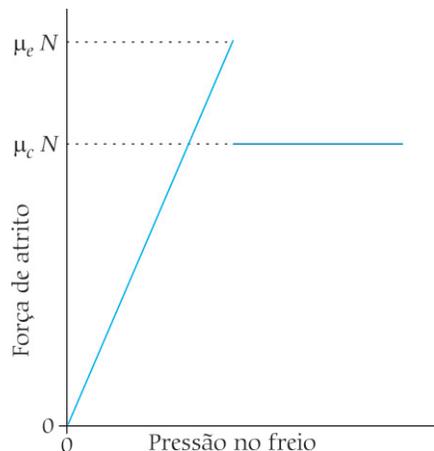


Figura 2 – A força de atrito entre os pneus e a pista aumenta com o aumento da pressão que o motorista aplica no freio (atrito estático). A partir de uma certa pressão as rodas do veículo são travadas e a força de atrito se mantém constante (atrito cinético).

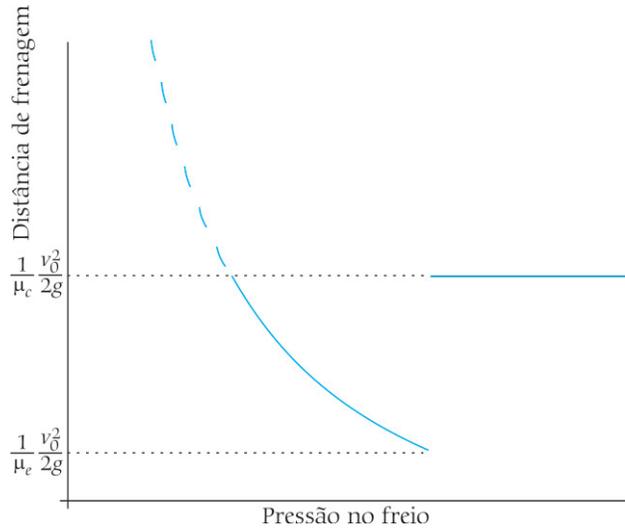


Figura 3 – A distância de frenagem diminui com o aumento da pressão que o motorista aplica no freio (atrito estático). A partir de uma certa pressão as rodas do veículo são travadas e a distância de frenagem se mantém constante (atrito cinético).

vel com mais eficiência basta evitar o bloqueio das mesmas. Observe, no entanto, que além de evitar o bloqueio das rodas é preciso garantir que a força de atrito estático esteja perto do seu valor máximo, ou seja, satisfaça a condição  $\mu_e N \leq F_{at} \leq \mu_e N$ . Consequentemente, a distância de frenagem satisfaz à condição

$$\frac{1}{\mu_r} \frac{v_0^2}{2g} \geq d_c \geq \frac{1}{\mu_e} \frac{v_0^2}{2g}. \quad (6)$$

Entretanto é difícil para o motorista manter o seu veículo nesta condição apenas com sua habilidade ao volante. Esta é a razão pela qual foi desenvolvido o sistema de freios ABS, que procura não só evitar o bloqueio das rodas, mas também manter a força de atrito entre os pneus e o solo o mais próximo possível do seu valor máximo.

Em um primeiro momento, o sistema ABS reconhece a tendência de bloqueio de uma ou mais rodas e reduz a pressão de frenagem na roda ou rodas envolvidas evitando assim o travamento das mesmas. O sistema monitora a velocidade de cada roda, comparando-as com a velocidade do carro. Quando a velocidade da roda cai em relação à do carro ele entra em ação, diminuindo, ou aumentando a pressão no freio de cada roda, a fim de manter para cada uma a relação  $a = \alpha R$ , onde  $\alpha$  é a aceleração linear do veículo e  $a$  é a aceleração angular da roda. Esta operação se repete 15 vezes, ou mais, por segundo, antes que o pneu possa mudar a sua acele-

ração angular de forma significativa. Assim, o sistema ABS mantém os pneus muito próximos do ponto onde eles começam a deslizar, oferecendo o máximo poder de frenagem [3]. A força de atrito entre os pneus e a pista também varia, como mostrado na Fig. 4. Para veículos equipados com ABS, ela varia de um valor máximo  $f_{m\acute{a}x}$  até um valor mínimo  $f_{m\acute{a}x} - \Delta f_{m\acute{a}x}$ , onde  $\Delta f_{m\acute{a}x}$  representa um decréscimo do valor máximo dessa força. Este ciclo é repetido continuamente até que o carro pare, assim, podemos escrever que a força de atrito média ( $f_m$ ) aplicada às rodas é constante e dada por

$$f_m = f_{m\acute{a}x} - \frac{\Delta f_{m\acute{a}x}}{2}. \quad (7)$$

A dinâmica detalhada da frenagem de veículos que possuem o sistema ABS foi

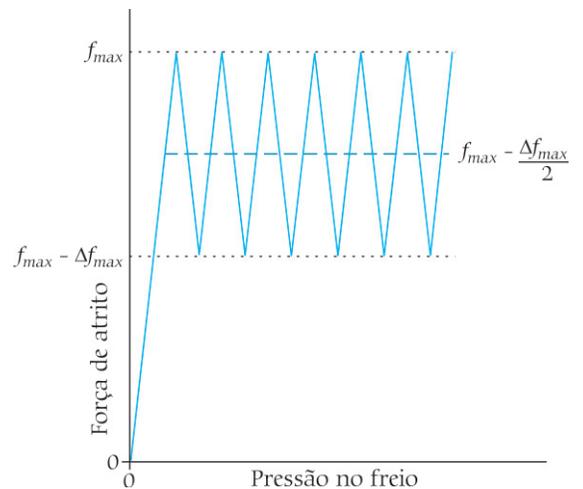


Figura 4 – A força de atrito varia de  $f_{m\acute{a}x} - \Delta f_{m\acute{a}x}$  até  $f_{m\acute{a}x}$ .

descrita por Denny [2] e Tavares [4] que estudaram os efeitos da ação do condutor sobre sistema de freios. Como se deve esperar, essa descrição é matematicamente complexa e fora do alcance dos alunos do Ensino Médio e mesmo de alguns cursos universitários de mecânica introdutória. Aqui escolhemos um caminho mais acessível e que permite discutir o tema com estudantes de nível médio.

Uma vez que a força de atrito é dada por  $\mu N$ , a variação da sua intensidade, mostrada na Fig. 4, pode ser interpretada como sendo devida à variação do coeficiente de atrito ( $\mu$ ). Assim, considerando  $f_{m\acute{a}x} = \mu_e N$ , podemos escrever a força de atrito média apenas em função do coeficiente de atrito [3], neste caso temos

$$f_m = \mu_{ef} N, \quad (8)$$

onde  $\mu_{ef}$  é o coeficiente de atrito efetivo, ou seja, é o coeficiente de atrito médio, quando a força de atrito varia de de atrito varia de  $f_{m\acute{a}x} - \Delta f_{m\acute{a}x}$  até  $f_{m\acute{a}x}$ . Substituindo a Eq. (8) na Eq. (7) encontramos o valor de  $\mu_{ef}$

$$\mu_{ef} = \mu_e - \frac{\Delta\mu}{2}, \quad (9)$$

onde  $\Delta\mu$  é a variação do coeficiente de atrito.

A distância de frenagem para veículos equipados com ABS é dada por

$$d_c = \frac{1}{\mu_{ef}} \frac{v_0}{2g}. \quad (10)$$

Como vemos pelas Eqs. (9) e (10), usando este modelo para determinar a distância de frenagem precisamos apenas conhecer o coeficiente de atrito estático e calcular  $\Delta\mu$ . Na seção seguinte apresentamos uma sugestão para a utilização deste modelo simplificado da frenagem ABS.

### Aplicação no Ensino Médio

Após um estudo preliminar das forças de atrito, o professor pode abordar a dinâmica da frenagem de veículos com e sem freios ABS. Será conveniente fazer com que o trabalho dos alunos aproxime-se tanto quanto possível do trabalho de um cientista. Ou seja, os alunos devem observar uma situação, tentar compreender e explicar o que está acontecendo, desenvolver um modelo e comparar os resultados previstos por ele com dados experimentais.

Inicialmente, com a turma dividida em grupos, o professor poderia colocar as seguintes questões:

- Suponha que você esteja trafegando de carro numa rodovia, quando percebe à sua frente um pedestre atravessando-a. Imediatamente você

aciona o freio do automóvel. O que faz veículo parar?

- Em que condição essa frenagem seria mais eficiente?

O objetivo é chegar à conclusão de que quando se aciona o freio, o que faz com que o carro pare é a força de atrito entre os pneus e a pista, e que os alunos percebiam que para que a frenagem seja mais eficiente é preciso que o atrito seja estático, uma vez que  $\mu_e > \mu_c$ , ou seja que as rodas rolem sem deslizar. No entanto esta não é a única condição, pois como vimos anteriormente a força de atrito estático varia de zero até  $\mu_e N$ , quando então as rodas ficam na iminência do deslizamento, enquanto que a força de atrito cinético é constante e dada por  $\mu_c N$ , ou seja: em determinadas condições a força de atrito estático pode ser menor que a força de atrito cinético. Assim o desejável é que não só o atrito seja estático, mas também que a sua intensidade esteja entre  $\mu_e N$  e  $\mu_c N$ , ou seja,  $\mu_e N \geq F_{at} \geq \mu_c N$ .

Os alunos devem discutir as perguntas acima com seus companheiros de grupo. Com a turma reunida, cada grupo deve apresentar suas conclusões, em um debate promovido pelo professor, que deve orientá-los para que se chegue ao consenso. Após essa discussão preliminar o professor pode propor o seguinte problema aos grupos:

- Suponha que nós desenvolvêssemos um equipamento que otimizasse a frenagem de um automóvel, a que princípio básico ele deveria obedecer?

O que desejamos é que os grupos percebam que tal equipamento deve evitar o bloqueio das rodas, procurando mantê-las rolando na iminência do deslizamento. Novamente o professor deve conduzir o debate entre os grupos. Neste momento ele pode começar a discutir com os alunos o funcionamento dos freios ABS, e a dinâmica da frenagem, que tratamos anteriormente, procurando adequar o conteúdo às especificidades de cada turma. Ou seja, a critério do professor essa discussão pode ser mais qualitativa ou quantitativa, mais ou menos aprofundada.

Um aspecto que deve ser enfatizado é o modelo que utilizamos. Devemos destacar que o objetivo não é apresentá-lo como algo pronto e acabado, que permite aos alunos apenas aplicar uma fórmula. O que pretendemos é que os estudantes possam sugerir mudanças, testar e avaliar sua validade, suas vantagens e desvantagens. Nesse sentido algumas perguntas podem ser feitas, tais como:

- Qual é o valor máximo que  $\Delta\mu$  pode assumir?

Durante a frenagem, o ideal é que a força de atrito estático fique entre  $\mu_e N$  e  $\mu_c N$ , pois caso ela seja menor que  $\mu_e N$  a frenagem será menos eficiente do que com as rodas travadas, ainda que o atrito seja estático. Assim a variação máxima que o coeficiente de atrito deve ter é dada por

$$\Delta\mu = \mu_e - \mu_c \quad (11)$$

- Qual seria seu valor ideal?

O desejável é que a força de atrito se aproxime do máximo possível de  $\mu_e N$  assim o ideal seria  $\Delta\mu \approx 0$  na prática o sistema busca o menor valor possível.

Assim o professor pode pedir que os grupos proponham alternativas para calcular  $\Delta\mu$ . Eles devem pesquisar os valores de  $\mu_e$  e  $\mu_c$ , e sugerir algumas hipóteses para o cálculo de  $\Delta\mu$ , como por exemplo

$$\Delta\mu = \mu_e - \mu_c.$$

$$\mu_{ef} = \frac{\mu_e - \mu_c}{2}$$

$$\Delta\mu = \frac{\mu_e - \mu_c}{2}$$

$$\mu_{ef} = \frac{3\mu_e - \mu_c}{4}$$

Vale ressaltar que esses são apenas exemplos, caberá aos alunos a sugestão das hipóteses.

Após esta primeira etapa, cada grupo poderá pesquisar na internet valores de referência para  $\mu_e$  e  $\mu_c$ , e calcular as distâncias de frenagem. Os grupos poderão então comparar os resultados obtidos com seus modelos com os dados experimentais, Tabela 1, obtidos por Wang e

Tabela 1 – Dados experimentais obtidos por Wang e cols. [5]. A tabela mostra a velocidade inicial e a distância de frenagem em duas pistas diferentes, A e B.

Pista	$V_i$ (km/h)	$D_f$ (m)
A	30	4,76
A	30	4,58
A	30	4,75
A	50	11,65
A	50	11,86
A	50	11,65
A	70	21,79
A	70	21,79
A	70	21,59
B	30	4,37
B	30	4,39
B	30	4,70
B	50	11,51
B	50	11,36
B	50	11,49
B	70	21,73
B	70	21,34
B	70	21,63

$V_i$  = velocidade inicial.  $D_f$  = distância de frenagem.

cols. [5], podendo então avaliar se suas hipóteses são boas ou não, o que deve ser feito fora do horário escolar, como trabalho de casa.

Na aula seguinte, os grupos devem apresentar seus resultados, como na Tabela 2, os métodos que utilizaram e suas conclusões para o restante da turma. É preciso ressaltar que o professor não deve decidir qual modelo é o correto, ou qual grupo está com a razão. Cabe à ele conduzir o debate entre os grupos, discutindo a validade, as vantagens e desvantagens de cada modelo proposto e os processos utilizados por cada grupo na busca da solução do problema. Mais do que encontrar uma resposta correta ao problema proposto inicialmente (como calcular o  $\Delta\mu$ ?) é importante que os estudantes desenvolvam a capacidade de resolver problemas.

Tabela 2 – Exemplo de como os grupos podem apresentar seus resultados ao restante da turma.

$\mu_e$	$\mu_c$	$\Delta\mu$	$\mu_{ef}$	$v_0$ (km/h)	Distância calculada
0,9	0,7	$\mu_e - \mu_c$	0,80	30	4,34
0,9	0,7	$(\mu_e - \mu_c)/2$	0,85	30	4,08
0,9	0,7	$\mu_e - \mu_c$	0,80	50	12,06
0,9	0,7	$(\mu_e - \mu_c)/2$	0,85	50	11,35
0,9	0,7	$\mu_e - \mu_c$	0,80	70	23,63
0,9	0,7	$(\mu_e - \mu_c)/2$	0,85	70	22,24

## Conclusões

Embora a dinâmica da frenagem já tenha sido bem detalhada, como nos modelos apresentados por Denny [2] e Tavares [4], em geral sua descrição apresenta uma série de dificuldades para os alunos do Ensino Médio. Assim propomos um modelo simples e que pode ser trabalhado nesse nível de ensino.

Em seu desenvolvimento, algumas dificuldades podem ser apontadas, como a falta de informações sobre a relação entre o comportamento do sistema ABS, e as distâncias de frenagem. Assim é importante que o professor não apresente aos alunos apenas a conclusão do modelo, Eqs. (8-10), mas trabalhe, ainda que qualitativamente, todas as etapas do seu desenvolvimento, com os gráficos e as conclusões que deles podem ser obtidas.

Como ponto positivo podemos des-

taçar que o modelo não é algo fechado, ou seja não é apenas mais uma fórmula à ser aplicada pelos estudantes. Ele permite que os jovens tenham uma postura ativa, buscando a melhor alternativa para o cálculo do  $\Delta\mu$ , através do levantamento de hipóteses e da comparação dos resultados por elas previsto com os resultados obtidos experimentalmente.

## Referências

- [1] H. Moysés Nussenzeig, *Curso de Física Básica 1 – Mecânica* (Editora Edgard Blücher, São Paulo 1997).
- [2] M. Denny, *European Journal of Physics* **26**, 1007 (2005).
- [3] L.R.F. Abeid, *As Forças de Atrito e os Freios ABS Numa Perspectiva de Ensino Médio*. Dissertação de Mestrado em Ensino de Física, Universidade Federal do Rio de Janeiro, 2010. Disponível em [http://omnis.if.ufrj.br/~pef/producao\\_cadematica/dissertacoes/2010\\_Leonardo\\_Abeid/dissertacao\\_Leonardo\\_Abeid.pdf](http://omnis.if.ufrj.br/~pef/producao_cadematica/dissertacoes/2010_Leonardo_Abeid/dissertacao_Leonardo_Abeid.pdf), acessado em 18/4/2011.
- [4] J.M. Tavares, *European Journal of Physics* **30**, 697 (2009).
- [5] Y. Wang, J. Wu and C. Lin, *Journal of the Eastern Asia Society for Transportation Studies* **6**, 3401 (2005). Disponível em [http://www.easts.info/on-line/journal\\_06/3401.pdf](http://www.easts.info/on-line/journal_06/3401.pdf), acessado em 4/4/2011.

## A Pedra com Alma: A Fascinante História do Magnetismo

Alberto Passos Guimarães, *Civilização Brasileira*, Rio de Janeiro (2011), 336 p.

**D**iz a sabedoria popular que os opostos se atraem. Mas, em termos científicos, as invisíveis cordas que unem - ou separam - objetos são muito mais complexas. E por séculos encantam os seres humanos. As forças responsáveis pela atração e repulsão de partículas ganham perspectiva histórica e filosófica sob o olhar de Alberto Passos Guimarães, um dos mais importantes pesquisadores brasileiros do tema. Com uma linguagem clara e concisa, ele traça uma evolução do estudo do magnetismo, cobrindo um período de quase três mil anos. Dos gregos, responsáveis pelos primeiros registros do magnetismo, até os dias de hoje, com discos rígidos e ressonância magnética, Guimarães mostra como a compreensão das forças magnéticas resulta na capacidade de manipular

os campos magnéticos que definem o mundo moderno.

China, América Pré-Colombiana, Newton. Cada civilização, cada período de tempo é um passo em direção a uma descoberta surpreendente e tem sempre o magnetismo como uma de suas bases materiais. Hoje, todo o funcionamento de aparelho elétrico ou eletrônico envolve o uso de magnetos. Suas aplicações são infinitas; os números, impressionantes: equipamentos de gravação e reprodução de mídias, por exemplo, movimentam um mercado de 100 bilhões de dólares por ano.

Guimarães mostra o desenvolvimento das ideias dos principais físicos e as relaciona com o aparecimento da ciência como um todo. Também aponta a evolução dos materiais magnéticos e a forma como estes estão mudando nossas vidas. O resultado é um livro incrível, que mistura história e ciência e nos ajuda a compreender muitas das facilidades de nossa vida cotidiana.

