

O Efeito "Folha Seca"

B. LEROY*

Instituto de Física Teórica**, São Paulo SP

Recebido em 19 de Setembro de 1977

The main features of fluid flows past immersed solid bodies are qualitatively reviewed. The importance of turbulence and boundary layer separation in determining the resistance to the motion experienced by the solid body is emphasized. Finally, we present as an application a qualitative explanation of the so-called "dead leaf" effect which every football connoisseur is acquainted with.

Discutem-se qualitativamente os principais aspectos do escoamento de fluidos ao redor de sólidos imersos, enfatizando-se a importância da turbulência e do deslocamento da camada limite em determinar a resistência oposta pelo sólido. Como aplicação, apresentamos uma explicação qualitativa do efeito "folha seca", efeito que nenhum conhecedor de futebol pode ignorar.

1. INTRODUÇÃO

A aparente frivolidade do assunto deste artigo levanta a questão da conveniência de se publicar umas poucas páginas sobre o futebol em uma revista científica brasileira. É, todavia, bastante provável que a imen-

* Endereço permanente: *Observatoire de Paris-Meudon, Département d'Astrophysique Fondamentale*, 92190-Meudon, França.

** C.P. 5956, 01000-São Paulo SP.

sa maioria daqueles que sabem chutar de "raspão" ignorem o por que do comportamento posterior da bola: afinal, a maneira de produzir esse efeito requer somente intuição, talento e experiência. Quanto à eventual acusação de frivolidade, ela só poderia vir de alguém de humor difícil, partidário arrogante da ciência austera: que permaneça ele em sua torre de marfim!

Neste artigo, dedicado aos colegas brasileiros que já conheceram a emoção do futebol, procuramos desvendar alguns dos segredos desse jogo.

Convém, desde já, observarmos estar fora de questão um tratamento exaustivo do movimento da bola, do instante em que foi golpeada até o momento em que, por assim dizer, encontrou o "fundo das redes". Assim, deliberadamente, ignoraremos a influência do vento, como também de efeitos menores como a altitude e a umidade do ar. Essencialmente, limitar-nos-emos a explicar a importância do ar, e de como se pode tirar partido desse elemento natural, à primeira vista pouco tratável.

Parece-nos pertinente mencionar o interesse demonstrado, no passado, por cientistas ilustres pelos fenômenos físicos que se manifestam em diversos jogos. Contentar-nos-emos em citar o Marquês G.G. de Coriolis e sua "Théorie Mathématique des Effects du Jeu de Billard" (1835), Lord Rayleigh e seu artigo "The Irregular Flight of a Tennis Ball" (1870), e também J.J. Thomson, autor de "Dynamics of a Golf Ball" (1910).

2. EM TORNO DE UMA BOLA DE FUTEBOL, O AR SE COMPORTA COMO UM FLUIDO INCOMPRESSÍVEL!

A existência do movimento, de um corpo sólido, relativamente a um fluido onde se encontra imerso, dá lugar a uma força de resistência, agindo sobre esse corpo, que se opõe ao movimento. Como essa força tem origem no movimento relativo do corpo, é perfeitamente equivalente estudar-se (i) o escoamento do fluido ao redor do corpo em repouso, ou (ii) o movimento do sólido no fluido em repouso. Essa liberdade de descrição é muito importante na prática. Afinal, não é fácil se ter um observador em repouso em relação a uma bola em movimento. Por outro lado, nada mais

facil do que se fixar uma bola em um tunel de vento, onde o vento seria injetado a uma velocidade igual \tilde{v} da bola quando em voo, o movimento das moléculas de ar tornando-se visível através de pequenas partículas brilhantes em suspensão. (Nesse exemplo, trata-se de estudar o escoamento estacionário do ar ao redor da bola, o que equivale ao estudo do movimento uniforme da bola no ar).

Antes de **emprendermos** a descrição do escoamento do ar, ao redor da bola, em função da velocidade de voo, faremos algumas considerações qualitativas preliminares que serão Úteis para o entendimento do que se segue.

É claro que a resistência do ar, ao movimento da bola, depende da sua velocidade de voo v , de seu diâmetro d , e das propriedades do ar que são caracterizadas por sua densidade ρ , viscosidade dinâmica η e seu módulo de elasticidade E (que descreve a compressibilidade). Considerações dimensionais indicam que a resistência do ar tem a forma geral seguinte¹

$$F = \frac{1}{2} \rho v^2 \cdot d^2 \cdot f\left(\frac{\rho v d}{\eta}, \frac{\rho v^2}{E}\right), \quad (1)$$

o fator $(1/2)$ comparecendo como decorrência de nossa irrevogável fidelidade aos usos e costumes bem estabelecidos; f é uma função adimensional de variáveis adimensionais: $\rho v d / \eta$ (o número de Reynolds, N_R) e $\rho v^2 / E$ (o número de Cauchy, igual ao quadrado do número de Mach N_M . Para um gas perfeito, o número de Mach vale $N_M = v/c$, onde c é a velocidade do som no meio).

Em todos jogos de bola, as velocidades características são bem menores que a velocidade do som. Afinal, mesmo um jogador de futebol excepcionalmente vigoroso não tem um chute "supersônico"! Podemos pois ignorar a influência do número de Mach sobre o movimento, e assim não levar em conta a compressibilidade do ar. Eis porque o ar será considerado, no que segue, como um *fluido incompressível*.

3. O ESCOAMENTO LAMINAR

As fotos de escoamentos incompressíveis, a baixas velocidades, têm o aspecto típico indicado na Fig.1: as partículas em suspensão deslocam-se ao longo de curvas individuais paralelas, as chamadas *linhas de corrente*, e o escoamento diz-se *laminar*. A superfície, em um dado instante, formada por todas as linhas de corrente que se apoiam sobre uma curva fechada, arbitrária, é o que se chama de *tubo de corrente*. Na Fig.1, as linhas de corrente 1 e 2, e o espaço que elas delimitam, representam a seção longitudinal de uma porção de um desses tubos de corrente.

Nota-se, nessa mesma figura, um estrangulamento dos tubos de corrente acima e abaixo da bola (posições II e II'), o que nos leva a uma conclusão importante. Com efeito, como o movimento foi suposto estacionário, a quantidade de ar que atravessa uma seção transversal, A_1 , à frente da bola, é a mesma que aquela através de uma seção transversal, A_2 , acima da bola (cf. Fig.2). Visto que a área de A_2 é menor que a de A_1 , a velocidade do ar será necessariamente maior em II que em I, o que significa uma aceleração entre I e II. Após II, aumenta a seção do tubo de corrente atrás da bola, em III, a área de A_3 sendo a mesma de A_1 , e o ar é desacelerado do topo II à região III. Posto que a velocidade do ar acima da bola é maior que à sua esquerda (I), um pequeno volume do fluido (visualizado graças às partículas em suspensão) terá sua energia cinética aumentada nesse trecho. É razoável perguntar-se aqui a origem dessa energia. Pelo teorema da energia cinética (ou da força viva), essa variação da energia provem necessariamente do trabalho realizado por certas forças; ora, as únicas forças que podem intervir, além da gravidade (que é desprezada), são as forças de pressão. Conclue-se assim, do fato do ar ser acelerado da frente (I) da bola ao seu topo (II), que existe um gradiente negativo de pressão de I para II. (similarmente, existe um gradiente positivo de pressão entre II e III). A existência de um gradiente de pressão, devido ao estrangulamento dos tubos de corrente, pode ser verificada experimentalmente utilizando-se de um tubo de Venturi (Fig.3). Nesse tubo, que apresenta uma constricção, o ar é soprado a velocidade constante, e a pressão medida nas diferentes seções. Com efeito, constata-se que a pressão do ar é mais baixa na constricção, o que confirma o resultado teórico fundamental que constitui o

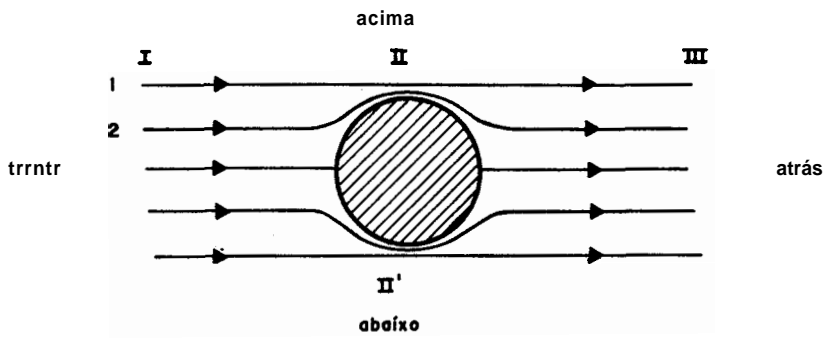


Fig.1 - Escoamento laminar ao redor de uma bola.

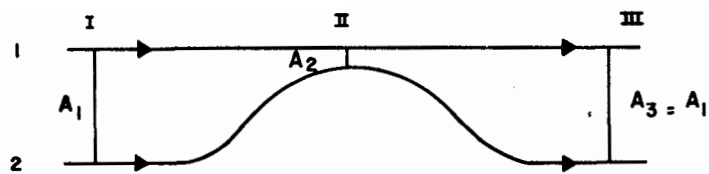


Fig.2 - Estrangulamento dos tubos de corrente no escoamento laminar.

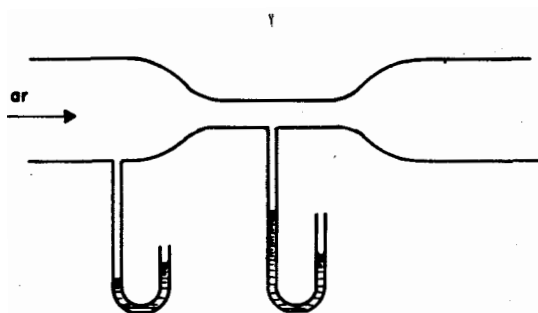


Fig.3 - O tubo de Venturi.

teorema de D. Bernouilli: o aumento da energia cinética de um elemento de fluido, ao longo de uma linha de corrente, é em magnitude igual ao trabalho do gradiente de pressão, para escoamentos estacionários.

4. O ESCOAMENTO TURBULENTO

Mostra a experiência que, aumentado a velocidade, o comportamento típico mostrado na Fig.1 desaparece a partir de um valor crítico do número de Reynolds da ordem de 1 para a esfera². Para uma bola de futebol (diâmetro de cerca de 22 cm), em voo em ar a 15°C e a uma pressão de 1 atm., o número de Reynolds (em função da velocidade v medida em ms^{-1}) vale

$$N_R \approx 1,5 \times 10^4 v.$$

Assim, nas condições usuais de jogo (onde as velocidades podem alcançar e mesmo ultrapassar 80 km/h) tem-se $N_R > 1$, e o escoamento nunca é laminar.

Além do valor crítico, as fotos revelam (Fig.4) um comportamento muito diferente daquela da Fig.1. Em frente, acima, e abaixo da bola, persistem as linhas de corrente como no caso laminar; atrás, todavia, elas desaparecem em uma *esteira* composta de um grande número de pequenos turbilhões, e o escoamento é dito *turbulento*.

O número de Reynolds nada mais é que a razão das forças de inércia pelas forças de viscosidade. Enquanto ele permanece pequeno, as forças de inércia (cuja tendência é difundir as partículas do fluido) são desprezíveis em confronto com as forças viscosas, essas tendendo a manter um escoamento estratificado: o escoamento é então laminar. Por outro lado, quando o número de Reynolds se torna suficientemente grande, as partículas do fluido se difundem, e desaparecem as linhas de corrente.

Por causa da viscosidade, o ar em contato com a superfície da bola deve estar em repouso em relação à mesma. Experimentalmente, observa-se que uma camada bem fina (denominada *camada limite*) adere à superfície (Fig. 5).

Mostra a experiência que, em geral, o escoamento é laminar na camada limite (pelo menos para velocidades não demasiadamente elevadas). O raciocínio feito bem ao começo se aplica: o fluido é acelerado quando vai da frente para o topo da bola. Todavia, com a velocidade é nula sobre a superfície da bola, o fluido não mais pode desacelerar na região atrás da bola (ou, dito de outra maneira, o fluido não tem energia suficiente para ultrapassar o gradiente contrário de pressão existente atrás da bola), e a camada limite se desloca então da superfície, ao mesmo tempo que aparece uma contra-corrente que dá lugar à esteira turbulenta (Fig. 5).

5. O AR OPÕE-SE AO MOVIMENTO DA BOLA.. .

No lugar em que ocorre o deslocamento, a pressão é menor que à frente da bola; a pressão tendo diminuído em uma região vizinha da esteira turbulenta (atrás da bola) é então transmitida a essa esteira, o que resulta em um gradiente de pressão importante entre as partes de frente e de trás da bola, a qual fica assim submetida a uma força de resistência (pois é dirigida para a parte de trás). O escoamento perdeu sua simetria frente-trás, persistindo porém a simetria alto-baixo, de maneira que a resistência devida ao deslocamento da camada limite não tem componente transversal. Essa resistência (longitudinal) é denominada *arrasto* (*drag*, em inglês; *traînée*, em francês).

6. ... MAS A RESISTÊNCIA NÃO CRESCE INDEFINIDAMENTE

Se a velocidade do ar aumenta ainda mais, a experiência mostra que o deslocamento da camada limite ocorre em pontos mais para a parte de frente da superfície da bola (Fig.6).

É claro, do que acabamos de dizer, que quão mais cedo ocorrer o deslocamento, tão mais importante será o arrasto. (Experimentalmente, observa-se, p.ex., que o arrasto sofrido por uma esfera é aproximadamente igual a um terço daquele sofrido por um disco, de igual diâmetro, colocado perpendicularmente ao escoamento.) Podemos tornar isso mais compreensível: a fim de manter um movimento turbulento é necessária energia. Ora, essa

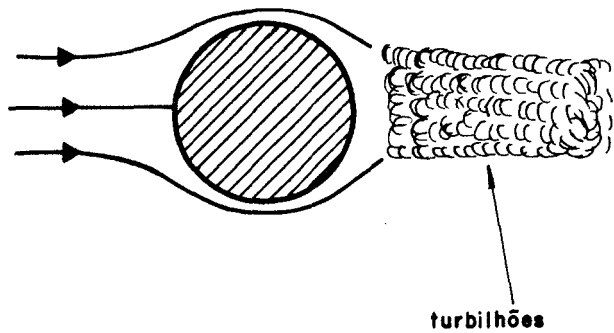


Fig.4 - O desenvolvimento da turbulência com o aumento da velocidade.

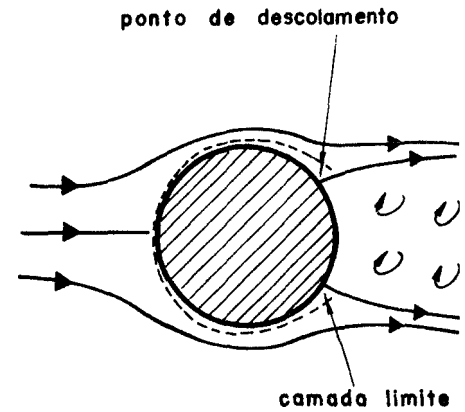


Fig.5 - Ver legenda da Fig.4

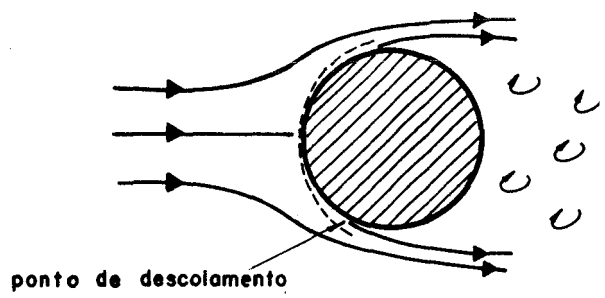


Fig.6 - Ver legenda da Fig.4 .

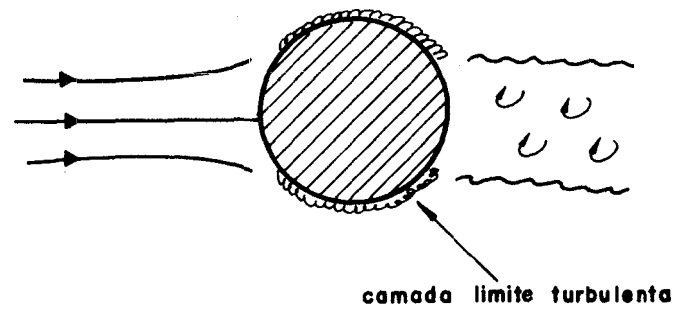


Fig.7 - Ver legenda da Fig.4 .

energia só pode provir da bola que, conseqüentemente, perde velocidade; quanto mais cedo ocorrer o deslocamento da camada limite, quão maior será a esteira turbulenta, ocorrendo então um número cada vez maior de turbilhões que sugam cada vez mais energia, o arrasto tornando-se cada vez mais importante.

Continuando-se a aumentar a velocidade, é de se esperar então que cresça a resistência do ar, o que todavia não ocorre. Com efeito, o escoamento na camada limite, de espessura δ , só é laminar para valores do número de Reynolds, $N_R = \rho v \delta / \eta$, inferiores ao valor crítico³. Ultrapassado esse valor, o escoamento torna-se turbulento, e fala-se então de uma *camada limite* turbulenta (Fig.7). Nota-se então uma diminuição da largura da esteira turbulenta. Isso é explicado, qualitativamente, observando-se que, devido à turbulência na camada limite, trocas de energia podem ter lugar entre as porções de fluido interior e exterior àquela camada. Um elemento de fluido que, no caso de uma camada limite laminar, não teria energia suficiente para ultrapassar o gradiente contrário de pressão que vigora atrás da bola, poderá encontrar desta vez fôlego bastante chegar mais longe na região posterior; o deslocamento da camada limite terá lugar mais para trás da bola, reduzindo assim a largura da esteira turbulenta e, portanto, o arrasto.

A função f , que intervém na Eq.1, é habitualmente chamada de *coeficiente de arrasto* (notação C_{ARR}); sua variação com o número de Reynolds é obtida experimentalmente (Fig.8). Observa-se uma diminuição de C_{ARR} até valores de N_R da ordem de 5000; para N_R entre 5000 e cerca de 3×10^5 , C_{ARR} é aproximadamente constante; em seguida, ele diminui brutalmente, caindo a 1/4 ou 1/5 de seu valor precedente, no momento em que surge a turbulência na camada limite. Não se deve perder de vista que, quando ocorre essa queda brusca no coeficiente de arrasto (às vezes chamada de *crise de resistência*), a velocidade é muito grande e a compressibilidade do fluido pode vir a ter um papel não desprezível (o número de Mach N_M não mais é pequeno). Assim, as coisas permaneceriam qualitativamente as mesmas, só que iria aumentando o valor do número de Reynolds a partir do qual se produziria a crise de resistência, e a posição do deslocamento da camada limite deslocar-se-ia para a frente da bola com o crescer de N_M .

7. A BOLA QUANDO GIRA ABUSA DO AR

Até aqui, consideramos uma bola sem qualquer rotação, restringindo-nos assim a um caso deveras idealizado. Quando a bola gira sobre si mesma, as linhas de corrente na vizinhança da sua superfície são arrastadas, o que resulta em um escoamento totalmente diferente daqueles estudados anteriormente (Fig.9). Como os fenômenos devidos à turbulência permanecem qualitativamente os mesmos, limitar-nos-emos a ao caso do escoamento laminar. O comportamento típico, indicado na Fig.9, pode ser reproduzido matematicamente superpondo-se, ao movimento laminar da Fig.1, um movimento irrotacional do tipo representado na Fig.10, onde o fluido gira a uma velocidade constante juntamente com a bola. A superposição dos dois movimentos mostra que a velocidade do ar acima da bola (no caso da rotação indicada na Fig.10) é superior à velocidade abaixo da mesma. Dai resulta, de acordo com o teorema de Bernoulli, que a pressão acima da bola é maior que abaixo: a bola é portanto submetida a uma força dirigida de baixo para cima, usualmente chamada de *empuxo* (*lift*, em inglês; *portance*, em francês).

A fim de melhor compreender a origem do empuxo, faremos uso do conceito de *circulação*. Consideremos, para simplificar um escoamento bidimensional (cujas linhas de força são representadas na Fig.11), e imaginemos uma curva simples fechada C traçada no plano do escoamento. A circulação do fluido (denotada por Γ) ao longo de C é dada pela integral da componente da velocidade \vec{v} ao longo de C (Fig.11):

$$\Gamma = \oint_C \vec{v} \cdot d\vec{\ell} \quad ,$$

onde $d\vec{\ell}$ é o elemento de arco orientado em C .

N. Joukowski mostrou, em 1906, no caso de um cilindro imerso transversalmente em um fluido, estar o empuxo F_{EMP} ligado à circulação Γ pela relação bem simples

$$F_{EMP} = \rho v \Gamma \quad ,$$

ρ sendo a densidade do fluido, e v a magnitude da velocidade. Isso mostra claramente que a circulação está na origem do empuxo.

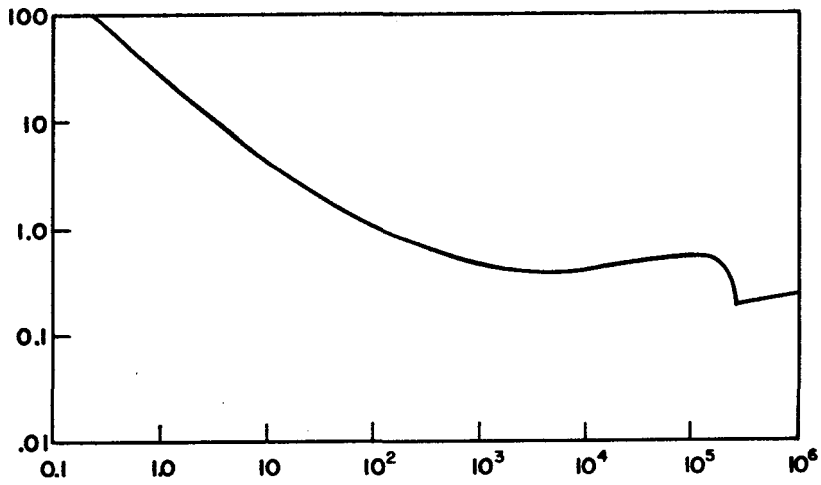


Fig.8 - A crise de resistência.

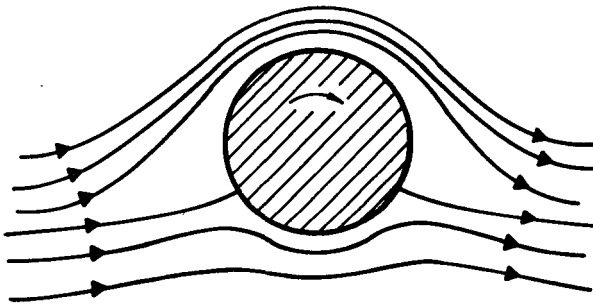


Fig.9 - O escoamento laminar ao redor de uma bola girando.

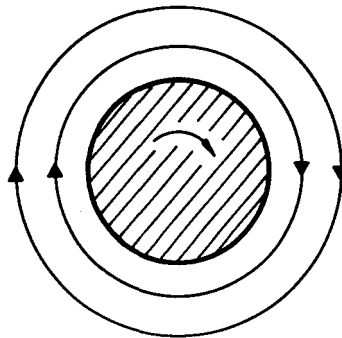


Fig.10 - Movimento irrotacional.

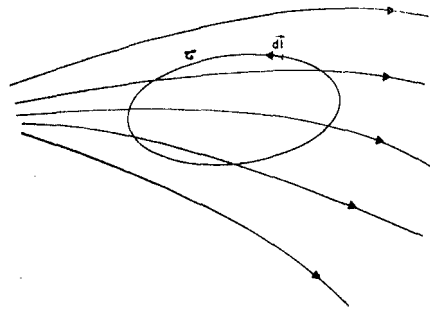


Fig.11 - Sobre o conceito de circulação

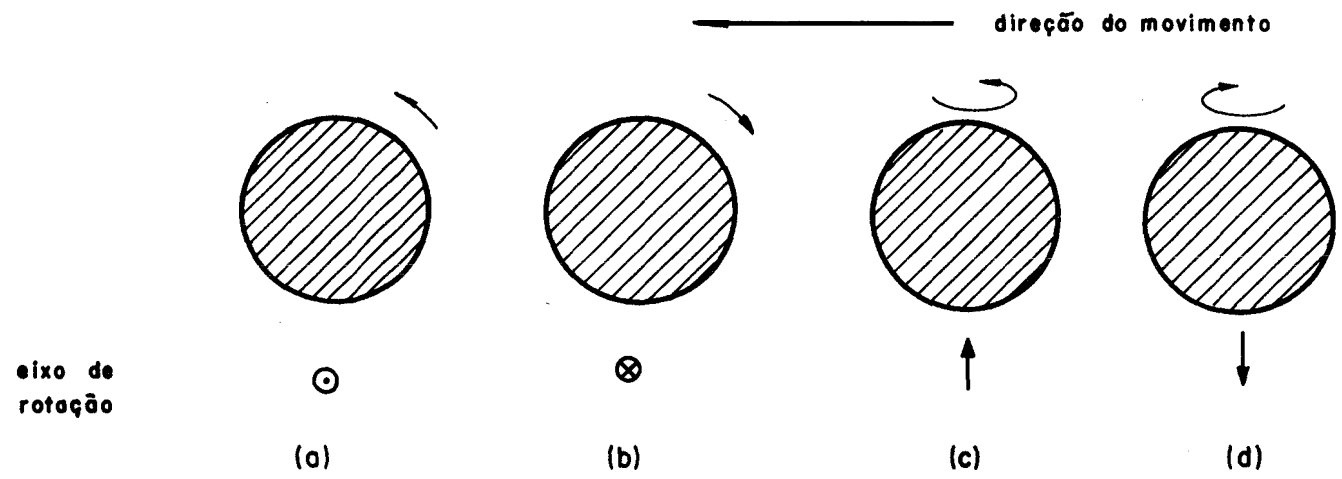


Fig. 2 - As rotações que podem ser comunicadas à bola

Em resumo, pode-se dizer que um corpo sólido, em movimento dentro de um fluido, é submetido a uma força de resistência que pode ser decomposta longitudinalmente e transversalmente ao movimento, i.é., em arrasto e empuxo, respectivamente, e que o arrasto tem por origem os fenômenos de deslocamento da camada limite e de formação da esteira turbulenta, enquanto o empuxo decorre da circulação do fluido à volta do sólido.

8. APLICAÇÕES: A BOLA ESTA COM VOCE!

Vejamos agora algumas aplicações práticas de todos esses fenômenos acima relatados. Vamos nos limitar, como já o dissemos, ao jogo de futebol, onde - é de se imaginar - a maioria dos que o praticam estão em situação análoga à de Monsieur Jourdain⁴, pois aplicam a aerodinâmica sem o saber. Vejamos como.

À primeira vista, a presença do ar parece ser nefasta. De fato, se se calcula o alcance, no vácuo, de uma bola chutada, sem "efeito" (i.é., sem rotação), em uma direção fazendo um ângulo de elevação de 45° como plano do terreno, e com uma velocidade de 30 ms^{-1} , obtém-se cerca de 92m. Levando-se em conta o arrasto, por ação do ar sobre a bola, encontra-se que o alcance cai a 54m. Isso quer dizer que ele cai praticamente à metade, apesar do efeito favorável da turbulência na camada limite à velocidade considerada ($N_R \approx 4,6 \times 10^5$, $C_{ARR} \approx 0,2$). Assim, de balde os melhores esforços despendidos pelo jogador, o empuxo será sempre um aspecto negativo e certo.

8.1 . 0 "CHUTE DE RASPÃO"

Quem já jogou futebol, ou tenha assistido partidas de futebol, não pode deixar de ter observado que a trajetória da bola (ou, mais precisamente, a projeção dessa trajetória no terreno) frequentemente se afasta da linha reta. Terá visto também uma bola voar em uma direção que a levaria longe do gol e, todavia, encurvar-se e acabar entrando por um dos ângulos superiores da meta, encobrendo o goleiro. A explicação desse fenômeno é muito simples. Como já mencionamos mais atrás, quando a bola gira sobre si mesma (i.é., a bola está com "efeito") ela é submetida,

além da força de arrasto, a uma força suplementar que é o empuxo. Enquanto o arrasto é longitudinal e, assim, restringe-se a frear a bola, e portanto a reduzir o seu alcance, o empuxo é transversal à direção de movimento, encurvando a cada instante a trajetória da bola. Esse efeito é conhecido pelos físicos sob a denominação de "efeito Magnus", em homenagem ao físico alemão que foi o primeiro a realizar medidas experimentais sobre o fenômeno. O efeito e a arte de utilizá-lo estão na origem de muitas proezas dos grandes "cobras". E, sem a menor dúvida, é necessário muito talento e treinamento para se conseguir empregá-lo com perfeição e assiduidade.

Um jogador, no momento de chutar a bola, dispõe, grosso modo, de quatro maneiras diferentes de lhe comunicar um movimento de rotação sobre si mesma, i.é., de chutá-la com "efeito". Chutando a bola pr'a frente, ele pode fazer com que ela gire sobre si mesma pr'a frente ou pr'a trás (eixo de rotação horizontal), ou pr'os lados (eixo de rotação vertical); cf. Fig.12.

Quando a bola sofre um raspão de baixo para cima (Fig.12-a), a velocidade do ar é mais baixa em sua parte superior do que na inferior, e o empuxo tende então a tornar a bola mais pesada, e sua trajetória se encurva para baixo. Ora, como a trajetória natural já é encurvada para baixo, o efeito desse empuxo é de diminuir o raio de curvatura e, portanto, de encurtar o alcance da bola.

No caso em que a bola sofre um raspão de cima para baixo (Fig.12-b), nas mesmas condições, terá a tendência inversa e subirá (ela estará submetida a um verdadeiro empuxo). No caso em que a velocidade de rotação é tal que o empuxo compense exatamente o peso da bola, essa ao invés de assumir uma trajetória aproximadamente parabólica, seguirá por um certo tempo um caminho retilíneo, e o alcance do "tiro" aumentará. Eis aí um meio de desfazer os efeitos nefastos do ar: pode-se aumentar o alcance, da bola, chutando-a de raspão de cima para baixo.

As duas trajetórias precedentes, embora encurvadas, têm uma projeção retilínea sobre o plano do terreno por ser vertical o empuxo. Se, todavia, o raspão é de molde a comunicar à bola uma rotação em torno de um eixo

vertical ao gramado, o empuxo será horizontal, e a projeção ortogonal da trajetória não será retilínea. Se a bola sofre um raspão da esquerda para a direita (relativamente à direção (i.ê, sentido) de voo), é fácil de ver que o empuxo tenderá a desviar a bola para a esquerda. (Semelhantemente, ela será desviada para a direita, em um raspão da direita para a esquerda). São desse gênero os chutes que provocam as trajetórias maravilhosamente encurvadas que conseguem às vezes enganar mesmo os goleiros mais atilados.

... 8.2. O EFEITO "FOLHA SECA"

Todos esses efeitos, espetaculares, não são difíceis de ser conseguidos, exigindo todavia um treinamento metódico. No futebol, como em qualquer outra atividade, há aqueles "artistas" de talento incomparável: o célebre jogador brasileiro, Didi, foi um dos poucos futebolistas a conseguir comunicar à bola uma rotação cujo eixo tem a direção da velocidade inicial, i.ê, é longitudinal. Dai resulta o notável efeito "folha seca", que funcionou maravilhosamente bem no jogo Brasil x França, na Copa do Mundo de 1958, quando Didi fez o segundo gol de sua equipe.

Se a bola recebe um raspão da esquerda para a direita, ela é desviada para a esquerda, em princípio. Somente em princípio, embora frequentemente; de fato, se a bola é golpeada, da esquerda para a direita, de maneira a que seu eixo de rotação seja paralelo à velocidade inicial, não haverá então nenhum empuxo e, portanto, desvio algum ocorre no começo da trajetória da bola (o escoamento em torno da bola tem simetria axial) ; cf. Fig. 13-a. Pouco a pouco, sob ação da gravidade, a bola baixa de novo e, assim, deixa de ser nulo o ângulo que faz o eixo de rotação com a direção do movimento; cf. Fig.13-b (o momento angular é uma constante de movimento, i.ê, o eixo de rotação é imutável). Imaginemos, então, para simplificar, que esse ângulo seja reto (o eixo de rotação está acima da direção de movimento); cf. Fig.13-c. Pode-se ver, sem dificuldade, que a bola sofre um empuxo que a faz desviar para a direita! Compreende-se pois por que o goleiro francês, Abès, foi pegado de surpresa pelo tiro de Didi.

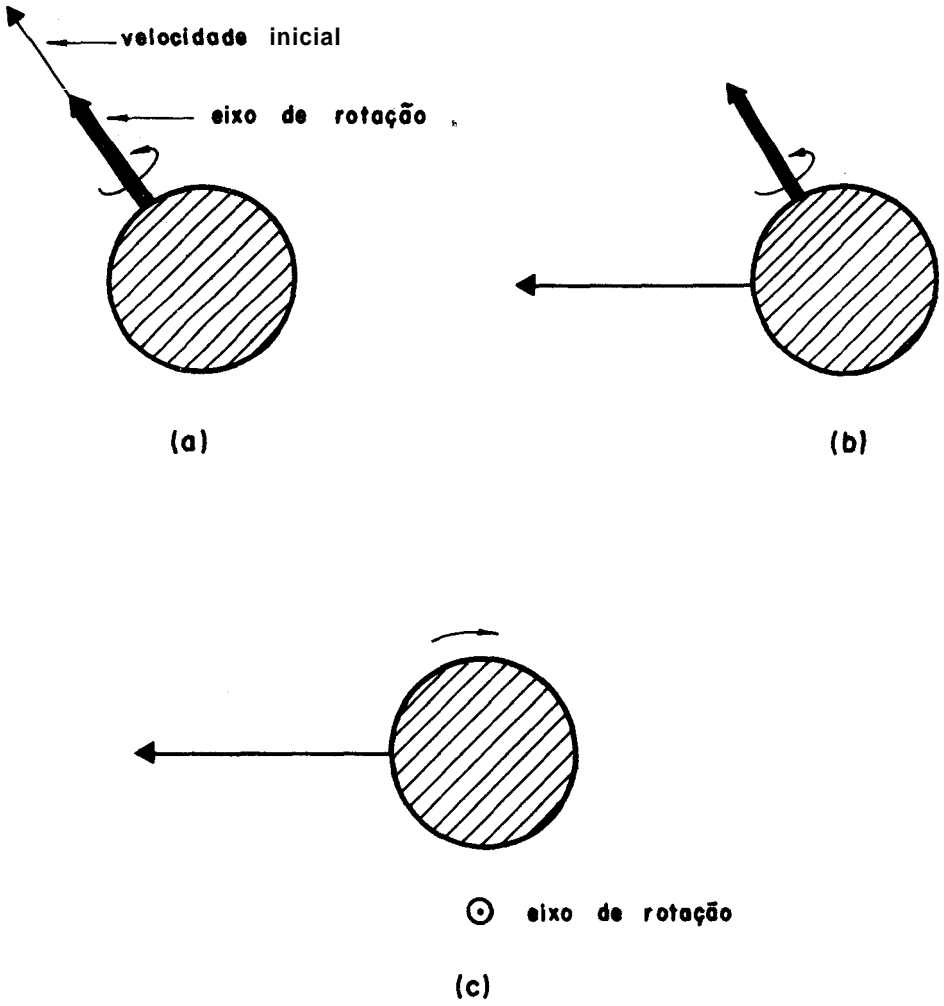


Fig.13 - O efeito "folha seca" .

CONCLUSÃO

Esperamos ter conseguido satisfazer a curiosidade dos colegas admiradores do futebol. Que as explicações oferecidas possam contribuir também para uma apreciação mais justa do talento dos grandes jogadores em suas carreiras fugazes. *After many a summer dies the swan...*

AGRADECIMENTOS

Agradecemos a Stainless Still por sua serena tradução do original d'oc, e pela citação acrescentada a guisa de coda. Por mera questão de autoconsistência, agradecemos a Adalberto Buglione por suas sugestões na elaboração destes agradecimentos.

À FAPESP nossos agradecimentos pelo apoio financeiro recebido.

REFERÊNCIAS E NOTAS

1. L. E. Sedov, *Similarity and Dimensional Analysis in Mechanics* (Academic Press, 1959).
2. Deve-se notar que o número de Reynolds crítico é uma função muito sensível da geometria das superfícies que delimitam o escoamento, e assim pode variar de 1 a valores da ordem de 1000, de acordo com o tipo de escoamento; cf. J.K. Vennard e R.L. Street, *Elementary Fluid Mechanics* (5th. edition, J. Wiley, 1976) p.301.
3. Neste caso, o valor crítico não é 1. A camada limite pode ser comparada a um pequeno tubo cilíndrico pois o seu raio de curvatura (igual ao raio da bola) é bem maior que o raio de sua seção transversal (aproximadamente igual à espessura da camada). Então, uma estimativa razoável para o valor crítico é algo como 2000 (cf. J.K. Vennard e R.L. Street, *loc. cit.*).
4. Molière, *Le Bourgeois Gentilhomme*.
5. Sobre jogos de bola, pode-se consultar C.B. Daish, *"The Physics of Ball Games"* (The English Universities Press, 1972).
6. Sobre o escoamento ao redor de obstáculos imersos, consulte-se R.H. F. Pao, *"Fluid Mechanics"* (J.Wiley, 1961).